

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
ESCOLA DE ENGENHARIA
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

MODELAGEM EM FASORES DINÂMICOS DE CONVERSORES COM
CAPACITORES DE COMUTAÇÃO

Nicholas Soares Leite

Niterói

Junho de 2021

UFF - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE
TELECOMUNICAÇÕES

MODELAGEM EM FASORES DINÂMICOS DE CONVERSORES COM
CAPACITORES DE COMUTAÇÃO

Nicholas Soares Leite

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações da
Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial
para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e
de Telecomunicações.

Orientador: Prof. Sergio Gomes Junior, D.Sc.

Coorientador: Prof. Bruno Wanderley França, D.Sc.

Niterói

Junho de 2021

Ficha catalográfica automática - SDC/BEE
Gerada com informações fornecidas pelo autor

L533m Leite, Nicholas Soares
Modelagem em fasores dinâmicos de conversores com
capacitores de comutação / Nicholas Soares Leite ; Sergio
Gomes Junior, orientador ; Bruno Wanderley França,
coorientador. Niterói, 2021.
180 f. : il.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense,
Niterói, 2021.

DOI: <http://dx.doi.org/10.22409/PPGEET.2021.m.13952302775>

1. Sistema elétrico de potência. 2. Transmissão de linha
elétrica. 3. Conversor. 4. Capacitor. 5. Produção
intelectual. I. Gomes Junior, Sergio, orientador. II. França,
Bruno Wanderley, coorientador. III. Universidade Federal
Fluminense. Escola de Engenharia. IV. Título.

CDD -

Bibliotecário responsável: Debora do Nascimento - CRB7/6368

NICHOLAS SOARES LEITE

MODELAGEM EM FASORES DINÂMICOS DE CONVERSORES COM
CAPACITORES DE COMUTAÇÃO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial para a Obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações.
Área de concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Aprovado em 21 de junho de 2021.

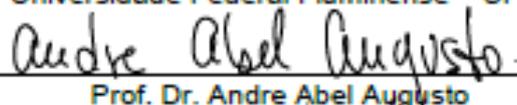
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Sergio Gomes Junior - Orientador
Universidade Federal Fluminense - UFF



Prof. Dr. Bruno Wanderley França - Coorientador
Universidade Federal Fluminense - UFF



Prof. Dr. Andre Abel Augusto
Universidade Federal Fluminense - UFF



Prof. Dr. Robson Francisco da Silva Dias
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ



Dr. Thiago José Masseran Antunes Parreiras
Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL

Niterói
2021

Agradecimentos

Agradeço a minha mãe, por todo o suporte e todos os sacrifícios que permitiram que eu chegasse aonde estou. Se eu fui capaz de obter sucessos na vida, ela é a razão.

Ao meu irmão Miguel, pelo apoio e paciência que ele demonstrou, especialmente nesse último ano, em que precisamos nos adaptar a uma nova realidade e viver com tantas incertezas.

Agradeço também aos outros membros da minha família: Janaína, Mariana, Mateus, Denis, Paula e Tetê, que sempre torceram por mim e pelo meu sucesso.

Ao professor Guilherme Sotelo, cuja ajuda foi de vital importância para minha formação.

Aos meus orientadores, Sergio Gomes e Bruno França, por encontrarem tempo em suas ocupadas agendas para me ensinar, me motivar e me ajudar a evoluir e a avançar em meus estudos.

Ao Thiago Masseran, por todo tempo dedicado a esclarecer dúvidas, discutir resultados e garantir que o trabalho fluísse na direção correta.

A Monique Lima, André Tiago, Alexandre e Leonardo Bitencourt, Letícia Fritz, Tiago Abud, Micahel Rocha, Gabriel dos Santos, Guilherme Scofano, Paulo Pinheiro, Koji Michimoto, e todos os amigos de laboratório, e aos amigos do CEPEL, Thiago Rocha, Rodrigo Godim, Thomas Campello e Milon Pereira, por tornarem o processo de aprendizagem um de companheirismo, troca de conhecimentos e risadas.

Ao CEPEL e ao NITEE, por oferecerem ambientes propícios ao desenvolvimento dos meus trabalhos e aprendizado.

À UFF, por ter me concedido essa oportunidade.

“Não importa o que a vida fez de você. O que importa é o que você faz com o que a vida fez de você.”

Jean-Paul Sartre

“I'd take the awe of understanding over the awe of ignorance any day.”

Douglas Adams

Resumo

Neste trabalho é proposto o desenvolvimento de um modelo de conversor com capacitores de comutação, baseados em fasores dinâmicos e funções de chaveamento. Esse modelo é implementado no AnaHVDC e no PacDyn, ambas ferramentas de simulação de sistemas elétricos que estão atualmente em desenvolvimento pelo CEPEL. A escolha por funções de chaveamento se deu pois estas permitem representar de forma precisa o comportamento das pontes chaveadas dos conversores. Opta-se por utilizar a teoria dos fasores dinâmicos por sua ampla aplicação, permitindo a modelagem de transitórios eletromecânicos e de transitórios eletromagnéticos, também sendo capaz de representar todos os elementos dinâmicos da rede. Pelo modelo se basear em fasores dinâmicos, ele também se torna compatível com as outras ferramentas de estudo de redes elétricas desenvolvidas e utilizadas pelo CEPEL, tais como o ANAREDE e o ANATEM.

Para a validação do modelo proposto, são realizadas simulações de diversos casos exemplos utilizando o modelo proposto, que foi implementado no AnaHVDC e no PacDyn. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados das simulações desses mesmos casos no ANATEM e no PSCAD, programas que já possuem modelo de conversores CCC estabelecidos. Para o modelo de conversor CCC proposto ser declarado válido, é necessário que no AnaHVDC e no PacDyn ele apresente comportamento dinâmico e pontos de operação condizentes com o PSCAD e o ANATEM em todos os casos estudados.

Após a simulação de quatro casos exemplos, determina-se que o modelo do conversor CCC proposto obedece aos parâmetros estabelecidos para sua validação em todas as variáveis medidas. Com isso, conclui-se que o modelo desenvolvido é válido.

Palavras-chaves: Sistemas de potência, Conversor com Capacitor de Comutação, CCC, Elos de corrente contínua, Funções de chaveamento, Fasores dinâmicos.

Abstract

In this dissertation, the development of a model of commutated capacitor converter, based on the theories of dynamic phasors and switching functions is proposed. This model is implemented in AnaHVDC and PacDyn, both tools for electric system simulation, currently under development by CEPTEL. Switching functions were chosen because they allow to precisely represent the behavior of the converter's semiconductor bridges. The dynamic phasors theory is utilized for its broad application, allowing for the modelling of both electromechanic and electromagnetic transients, while also being capable of representing all the dynamic elements in the system. And because the model is based on dynamic phasor, it is also compatible with the other power grid analysis tools developed and utilized by CEPTEL, such as ANAREDE and ANATEM.

To validate the proposed model, different example cases are simulated utilizing the proposed model, which was implemented in AnaHVDC and PacDyn. The results obtained were compared to those obtained through the simulation of these same cases with ANATEM and PSCAD, programs that already have established CCC models. For the proposed converter model be declared valid, it is necessary that the results obtained with AnaHVDC and PacDyn present similar dynamic behavior and operation points to those obtained through PSCAD, and ANATEM, for all cases studied.

After the simulation of four example cases, it was concluded that the proposed CCC model fulfilled the established requirements for its validation, and therefore the developed model is valid.

Keywords: Power systems, Commutated capacitor converter, CCC, HVDC link, Switching function, Dynamic phasor.

Sumário

Resumo.....	vii
Abstract	viii
Sumário	ix
Índice de figuras	xii
Índice de tabelas	xvi
Lista de Abreviações.....	xvii
Lista de Símbolos.....	xviii
Capítulo 1 - Introdução.....	20
1.1 Motivação.....	22
1.2 Objetivo.....	23
1.3 Publicações Originárias da Dissertação	23
1.4 Estrutura do Trabalho	24
Capítulo 2 - Conceituação Teórica.....	26
2.1. Programas Utilizados	26
2.2. Funções de Chaveamento.....	28
2.3. Fasores Dinâmicos.....	30
2.3.1. Aplicação de fasores dinâmicos a um circuito RLC.....	33
2.4. Transmissão HVDC	36
2.4.1. Desafios Atuais.....	36
2.4.2. Características da transmissão HVDC	37
2.4.3. Comparação entre HVDC e HVAC.....	39
2.4.4. Características básicas do elo CC.....	41
2.4.5. Tipos de transmissão em corrente contínua	42
2.4.5.1. Configuração monopolar	42
2.4.5.2. Configuração bipolar.....	43
2.4.5.3. Configuração homopolar	44
2.4.5.4. Configuração <i>back-to-back</i>	44
2.4.5.5. Multiterminal	45
2.5. Conversores	47
2.5.1. Configurações dos conversores	47
2.5.2. HVDC LCC.....	50
2.5.3. HVDC CCC.....	53

Capítulo 3 - Metodologia Proposta.....	62
3.1. Dedução dos equacionamentos de elos HVDC com CCCs	62
3.2. Modelagem proposta para conversores tipo CCC	74
3.2.1. Equacionamento da tensão contínua dos conversores tipo LCC utilizando funções de chaveamento	75
3.2.2. Equacionamento das correntes alternadas dos conversores tipo CCC utilizando funções de chaveamento	78
3.2.3. Equacionamento da tensão CC dos conversores tipo CCC utilizando funções de chaveamento	85
Capítulo 4 - Resultados.....	90
4.1. Caso 1: Elo HVDC com CCC conectado a barras infinitas.	94
4.1.1. Caso 1 com perturbação no lado retificador.....	98
4.1.2. Caso 1 com perturbação no lado inversor.....	105
4.1.3. Comparação de pequenas perturbações do caso 1.....	108
4.2. Caso 2: Elo HVDC com CCC conectado a linha CA	112
4.2.1. Caso 2 com perturbação no lado retificador.....	115
4.2.2. Caso 2 com perturbação no lado inversor.....	120
4.2.3. Comparação de pequenas perturbações do caso 2.....	125
4.3. Caso 3: Elo HVDC com conversores de 12 pulsos	129
4.3.1. Caso 3 com perturbação no lado retificador.....	131
4.3.2. Caso 3 com perturbação no lado inversor.....	136
4.3.3. Comparação de pequenas perturbações do caso 3.....	140
4.4. Caso 4: Caso exemplo BenchHVDC	146
4.4.1. Resultados	150
Capítulo 5 - Conclusão	158
5.1. Trabalhos Futuros	160
Capítulo 6 - Referências Bibliográficas.....	162
Capítulo 7 - Apêndice.....	167
7.1. Álgebra Linear.....	167
7.1.1. Sistemas Lineares	167
7.1.2. Sistemas não-lineares.....	167
7.1.3. Autovalores e autovetores.....	170
7.2. Modelagem Matemática de Sistema Dinâmicos	171
7.2.1. Função de Transferência	171
7.2.2. Espaço de Estados.....	172
7.2.3. Modelagem de sistemas elétrico por espaço de estados	175

7.3. Equacionamento da Tensão CC média do LCC	177
-----------------------------------------------------	-----

Índice de figuras

Figura 1 - Mapa do SIN [3].	20
Figura 2 - Função de existência	29
Figura 3 - Função de chaveamento equivalente	30
Figura 4 - Circuito RLC exemplo	33
Figura 5 - Comparação de custo entre linhas CA e CC aéreas [7]	39
Figura 6 - Elo CC	41
Figura 7 - Ponte de Graetz do conversor	41
Figura 8 - Elo CC monopolar com retorno por terra	42
Figura 9 - Elo CC monopolar com retorno metálico	43
Figura 10 - Elo CC bipolar	43
Figura 11 - Elo CC homopolar	44
Figura 12 - Elo CC back-to-back	45
Figura 13 - Elo CC Multiterminal Série	46
Figura 14 - Elo CC Multiterminal Paralelo Radial	46
Figura 15 - Elo CC Multiterminal com Rede em malha	46
Figura 16 - Modelo esquemático de um conversor do tipo CSC a tiristor	48
Figura 17 - Modelo esquemático de um conversor do tipo VSC	49
Figura 18 - Modelo esquemático de um retificador LCC	51
Figura 19 - Tensão contínua positiva (vermelho) e negativa (azul) do retificador LCC	52
Figura 20 - Modelo esquemático de um inversor LCC	53
Figura 21 - Configuração A	54
Figura 22 - Configuração B	54
Figura 23 - Configuração C	54
Figura 24 - Modelo esquemático de um retificador CCC	56
Figura 25 - Circuito representativo da comutação no CCC	56
Figura 26 - Comparação entre a tensão na válvula 3 e a tensão BA	58
Figura 27 - Forma de onda da corrente de fase de um retificador CCC	58
Figura 28 - Forma de onda da tensão nos capacitores de um retificador CCC	59
Figura 29 - Formas de onda da tensão do capacitor a (vermelho), tensão do capacitor b (azul), diferença de tensão entre as fases a e b do transformador (preto) e diferença de tensão entre as válvulas 1 e 3 do conversor (rosa)	59
Figura 30 - Modelo esquemático de um inversor CCC	60
Figura 31 - Formas de onda da tensão do capacitor a (vermelho), tensão do capacitor b (azul), diferença de tensão entre as fases a e b do transformador (verde) e diferença de tensão entre as válvulas 1 e 3 do conversor (preto)	61
Figura 32 - Forma de onda da tensão no capacitor	63
Figura 33 - Circuito de comutação do conversor do tipo CCC	66
Figura 34 - Função de chaveamento da tensão do LCC	76
Figura 35 - Função de chaveamento da corrente no retificador do LCC	76
Figura 36 - Função de chaveamento simples da corrente do conversor	80
Figura 37 - Diagrama do PLL do conversor	83
Figura 38 - Forma de onda das funções de chaveamento da corrente	85
Figura 39 - Função de chaveamento da tensão CC de um conversor LCC	87
Figura 40 - Esquema unifilar equivalente do caso 1	92

Figura 41 - Esquema unifilar equivalente do caso 2.....	92
Figura 42 - Esquema unifilar equivalente do caso 3.....	92
Figura 43 - Esquema unifilar equivalente do caso 4.....	93
Figura 44 - Diagrama unifilar utilizado no ANAREDE para o caso 1	95
Figura 45 - Diagrama unifilar do caso 1 no PSCAD	95
Figura 46 - Diagrama do lado retificador do elo HVDC do caso 1 no PSCAD.....	96
Figura 47 - Diagrama do lado inversor do elo HVDC do caso 1 no PSCAD	96
Figura 48 - Controlador PI do retificador.....	97
Figura 49 - Controlador PI do inversor.....	97
Figura 50 - Corrente no elo CC no caso 1.....	99
Figura 51 - Tensão CC no lado retificador do elo CC no caso 1.....	99
Figura 52 - Ângulo de disparo (α) do retificador no caso 1	100
Figura 53 - Potência Ativa na barra 1020, caso 1.....	101
Figura 54 - Potência Reativa na barra 1020, caso 1.....	101
Figura 55 - Tensão na barra 1020 no caso 1.....	102
Figura 56 - Tensão CC no lado inversor do elo CC, no caso 1	102
Figura 57 - Ângulo de disparo (α) do inversor no caso 1	103
Figura 58 - Potência ativa na barra 26, caso 1.....	103
Figura 59 - Potência reativa na barra 26, caso 1.....	104
Figura 60 - Tensão na barra 26, caso 1	104
Figura 61 - Tensão CC no inversor, para falta na barra 26: caso 1	105
Figura 62 - Ângulo de disparo do inversor, para falta na barra 26: caso 1	106
Figura 63 - Potência ativa na barra 26 para falta no lado inversor: caso 1	107
Figura 64 - Potência reativa na barra 26 para falta no lado inversor: caso 1	107
Figura 65 - Tensão na barra 26 para falta no lado inversor: caso 1	108
Figura 66 - Desvio da corrente no elo CC no caso 1	109
Figura 67 - Desvio da tensão CC no retificador do elo CC do caso 1	109
Figura 68 - Desvio do ângulo de disparo no retificador do caso 1	110
Figura 69 - Desvio da tensão CA na barra 1020.....	110
Figura 70 - Desvio da tensão CC no inversor do elo CC do caso 1.....	111
Figura 71 - Desvio do ângulo de disparo no inversor do caso 1	111
Figura 72 - Desvio da tensão CA na barra 26	112
Figura 73 - Diagrama unifilar do ANAREDE para o caso 2.....	113
Figura 74 - Diagrama unifilar do caso 2 no PSCAD	114
Figura 75 - Corrente Contínua do elo HVDC, sem filtros harmônicos	115
Figura 76 - Tensão do retificador, sem filtros harmônicos	115
Figura 77 - Ângulo de disparo do retificador, sem filtros harmônicos.....	116
Figura 78 - Corrente contínua no caso 2	117
Figura 79 - Tensão CC no inversor no caso 2	117
Figura 80 - Ângulo de disparo do retificador no caso 2.....	118
Figura 81 - Potência ativa na barra 1010, no caso 2	119
Figura 82 - Potência reativa na barra 1010, no caso 2	119
Figura 83 - Tensão na barra 1010, no caso 2.....	120
Figura 84 - Tensão na barra 1020, no caso 2.....	120
Figura 85 - Tensão CC no retificador no caso 2.....	121
Figura 86 - Ângulo de disparo do inversor no caso 2.....	122

Figura 87 - Potência ativa na barra 27 no caso 2.....	123
Figura 88 - Potência reativa na barra 27 no caso 2.....	123
Figura 89 - Tensão na barra 27 no caso 2	124
Figura 90 - Tensão na barra 26 no caso 2	124
Figura 91 - Desvio da corrente contínua no elo HVDC no caso 2	125
Figura 92 - Desvio da tensão CC no retificador do caso 2.....	125
Figura 93 - Desvio do ângulo de disparo do retificador do caso 2.....	126
Figura 94 – Desvio da tensão CA na barra 1010 do caso 2	126
Figura 95 - Desvio da tensão CA na barra 1020 do caso 2	127
Figura 96 - Desvio da tensão CC no inversor do caso 2	127
Figura 97 - Desvio do ângulo de disparo do inversor do caso 2	128
Figura 98 - Desvio da tensão CA na barra 26 do caso 2.....	128
Figura 99 - Desvio da tensão CA na barra 27 do caso 2.....	129
Figura 100 - Diagrama do lado retificador do elo HVDC do caso 3	130
Figura 101 - Diagrama do lado inversor do elo HVDC do caso 3	130
Figura 102 - Corrente contínua no elo HVDC no caso 3.....	132
Figura 103 – Tensão total nos retificadores série no caso 3.....	133
Figura 104 - Ângulo de disparo dos retificadores do caso 3	133
Figura 105 – Potência ativa na barra 1010 para o caso 3.....	134
Figura 106 – Potência reativa na barra 1010 para o caso 3.....	135
Figura 107 – Tensão na barra 1010 no caso 3	135
Figura 108 – Tensão na barra 1020 no caso 3.....	136
Figura 109 – Tensão total do inversor de 12 pulsos	137
Figura 110 – Ângulo de disparo do inversor de 12 pulsos.....	137
Figura 111 – Potência ativa na barra 27 no caso 3	138
Figura 112 – Potência reativa na barra 27 no caso 3	138
Figura 113 – Tensão na barra 27 no caso 3.....	139
Figura 114 – Tensão na barra 26 no caso 3.....	140
Figura 115 - Desvio da corrente contínua do inversor do caso 3	141
Figura 116 - Desvio da tensão CC do retificador do caso 3.....	141
Figura 117 - Desvio do ângulo de disparo do retificador do caso 3.....	142
Figura 118 - Desvio da tensão CA na barra 1010 do caso 3	142
Figura 119 - Desvio da tensão CA na barra 1020 do caso 3	143
Figura 120 - Desvio da tensão CC do inversor do caso 3	144
Figura 121 - Desvio do ângulo de disparo do inversor do caso 3.....	144
Figura 122 - Desvio da tensão CA na barra 27 do caso 3	145
Figura 123 - Desvio da tensão CA na barra 26 do caso 3	145
Figura 124 - Diagrama unifilar do Anarede para o caso 4.....	146
Figura 125 - Diagrama do caso 4 no PSCAD.....	147
Figura 126 - Diagrama do retificador do caso 4 no PSCAD.....	148
Figura 127 - Diagrama do inversor do caso 4 no PSCAD	148
Figura 128 - Diagrama, no PSCAD, da linha CA do lado retificador do caso 4.....	149
Figura 129 - Diagrama, no PSCAD, da linha CA do lado inversor do caso 4.....	149
Figura 130 – Tensão alternada na barra 7 do caso 4.....	151
Figura 131 - Tensão alternada na barra 8 do caso 4	152
Figura 132 - Tensão CC do retificador do caso 4.....	153

Figura 133 – Tensão CC do inversor do caso 4.....	153
Figura 134 - Corrente CC no elo HVDC do caso 4.....	154
Figura 135 - Ângulo de disparo do retificador do caso 4.....	155
Figura 136 - Ângulo de disparo de inversor do caso 4.....	155
Figura 137 – Tensão CA na barra 1 do caso 4.....	156
Figura 138 – Tensão CA na barra 11 do caso 4.....	156
Figura 139 - Tensão CA na barra 14 do caso 4.....	157
Figura 140 - Não-linearidade do tipo saturação.....	168
Figura 141 - Não-linearidade do tipo banda morta.....	169
Figura 142 - Não-linearidade do tipo histerese.....	169
Figura 143 - Não-linearidade do tipo relé.....	169
Figura 144 - Circuito elétrico no domínio do tempo.....	175
Figura 145 - Ponte conversora de um LCC.....	178
Figura 146 – Tensão contínua instantânea no conversor.....	179
Figura 147 - Áreas utilizadas para cálculo da tensão média.....	179

Índice de tabelas

Tabela I - Equações das funções de chaveamento dos conversores LCC	77
Tabela II - Características gerais das funções de chaveamento	80
Tabela III - Função de chaveamento com harmônicos da corrente alternada por segmento	81
Tabela IV - Função de chaveamento da tensão CC do LCC com harmônicos por segmento	87
Tabela V - Descrição dos casos simulados	93
Tabela VI - Dados elétricos do caso 1	94
Tabela VII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	98
Tabela VIII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	100
Tabela IX - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	105
Tabela X - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	106
Tabela XI - Dados elétricos do caso 2	114
Tabela XII - Dados dos filtros harmônicos do caso 2	114
Tabela XIII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	117
Tabela XIV - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	119
Tabela XV - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	121
Tabela XVI - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	122
Tabela XVII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	123
Tabela XVIII - Dados elétricos do caso 3	131
Tabela XIX - Dados dos filtros harmônicos do caso 3	131
Tabela XX - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	132
Tabela XXI - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	134
Tabela XXII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	139
Tabela XXIII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	139
Tabela XXIV - Dados elétricos do caso 4	150
Tabela XXV - Dados dos filtros harmônicos do caso 4	150
Tabela XXVI - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	151
Tabela XXVII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	152
Tabela XXVIII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	154
Tabela XXIX - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC	156

Lista de Abreviações

SIN	- Sistema Interligado Nacional
HVDC	- <i>High Voltage Direct Current</i>
CC	- Corrente Contínua
CA	- Corrente Alternada
CEPEL	- Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
AnaHVDC	- Programa em desenvolvimento pelo CEPEL para análise de transitórios eletromecânicos e eletromagnéticos em sistemas de potência com múltiplos elos HVDC.
LCC	- <i>Line Commutated Converter</i>
VSC	- <i>Voltage Source Converter</i>
CCC	- <i>Capacitor Commutated Converter</i>
ANATEM	- Programa desenvolvido pelo CEPEL para análises de estabilidade transitória e oscilações eletromecânicas em sistemas.
ANAREDE	- Programa desenvolvido pelo CEPEL para análises de fluxo de carga ou de regime permanente de sistemas de potência.
PACDYN	- Programa desenvolvido pelo CEPEL para análises lineares de sistemas de potência e ajuste de sistemas de controles.
PSCAD	- Programa de análise de sistemas de potência considerando transitórios eletromagnéticos.
FACTS	- <i>Flexible AC Transmission Systems</i>
CDU	- Controladores Definidos pelo Usuário
SVC	- <i>Static VAR Compensator</i>
TCSC	- <i>Thyristor Controlled Series Capacitor</i>
UPFC	- <i>Unified Power Flow Controller</i>
HVAC	- <i>High Voltage Alternate Current</i>
CSC	- <i>Current Source Converter</i>
PLL	- <i>Phase Locked Loop</i>

Lista de Símbolos

λ	-	Autovalores da Matriz A
w	-	Autovetores à esquerda
v	-	Autovetores à direita
I	-	Matriz identidade
$G(s)$	-	Função de Transferência
\mathcal{L}	-	Transformada de Laplace
$x(t)$	-	Vetor de variáveis de estado
$u(t)$	-	Vetor de variáveis de entrada
$y(t)$	-	Vetor de variáveis de saída
$\dot{x}(t)$	-	Vetor de derivadas das variáveis de estado
A	-	Matriz de Estado do Sistema
B	-	Matriz de Entrada do Sistema
C	-	Matriz de Saída do Sistema
D	-	Matriz de Transmissão Direta do Sistema
Z	-	Impedância
R	-	Resistência
L	-	Indutância
C	-	Capacitância
$\tilde{F}(t)$	-	Fasor dinâmico
U_v	-	Tensão na válvula do conversor
α	-	Ângulo de disparo
μ	-	Ângulo de comutação
γ	-	Ângulo de extinção
i_d	-	Corrente contínua no conversor
i_1	-	Corrente da fase saindo de condução

- i_2 - Corrente da fase entrando em condução
- v_d - Tensão contínua instantânea
- V_d - Tensão contínua média
- V_{co1} - Tensão do capacitor saindo de condução no início da comutação
- V_{co2} - Tensão do capacitor entrando em condução no início da comutação
- V_{aci} - Tensão CA do inversor
- ΔV_1 - Variação da tensão do capacitor saindo de condução
- ΔV_2 - Variação da tensão do capacitor entrando em condução
- K - Constante de integração
- I_{cc} - Corrente contínua no elo CCAT
- S_V - Função de chaveamento da tensão
- S_I - Função de chaveamento da corrente
- θ_{PLL} - Ângulo do PLL
- ω - Frequência angular
- V_L - Tensão de linha do capacitor
- a - Relação do tap do transformador
- K_p - Ganho proporcional
- K_i - Ganho integral

Capítulo 1 - Introdução

O Brasil possui um sistema de transmissão de energia elétrica interligado. Por ser o quinto maior país do planeta em área total e o país com a sexta maior população absoluta [1], esse é um sistema de grande porte e altamente complexo e ramificado. Ele se diferencia de outros países com extensões comparáveis, como os Estados Unidos e o Canadá, em que cada estado e província possui seu próprio sistema elétrico, e da China, que possui sete redes nacionais [2]. A Figura 1 apresenta o mapa do Sistema Interligado Nacional (SIN).

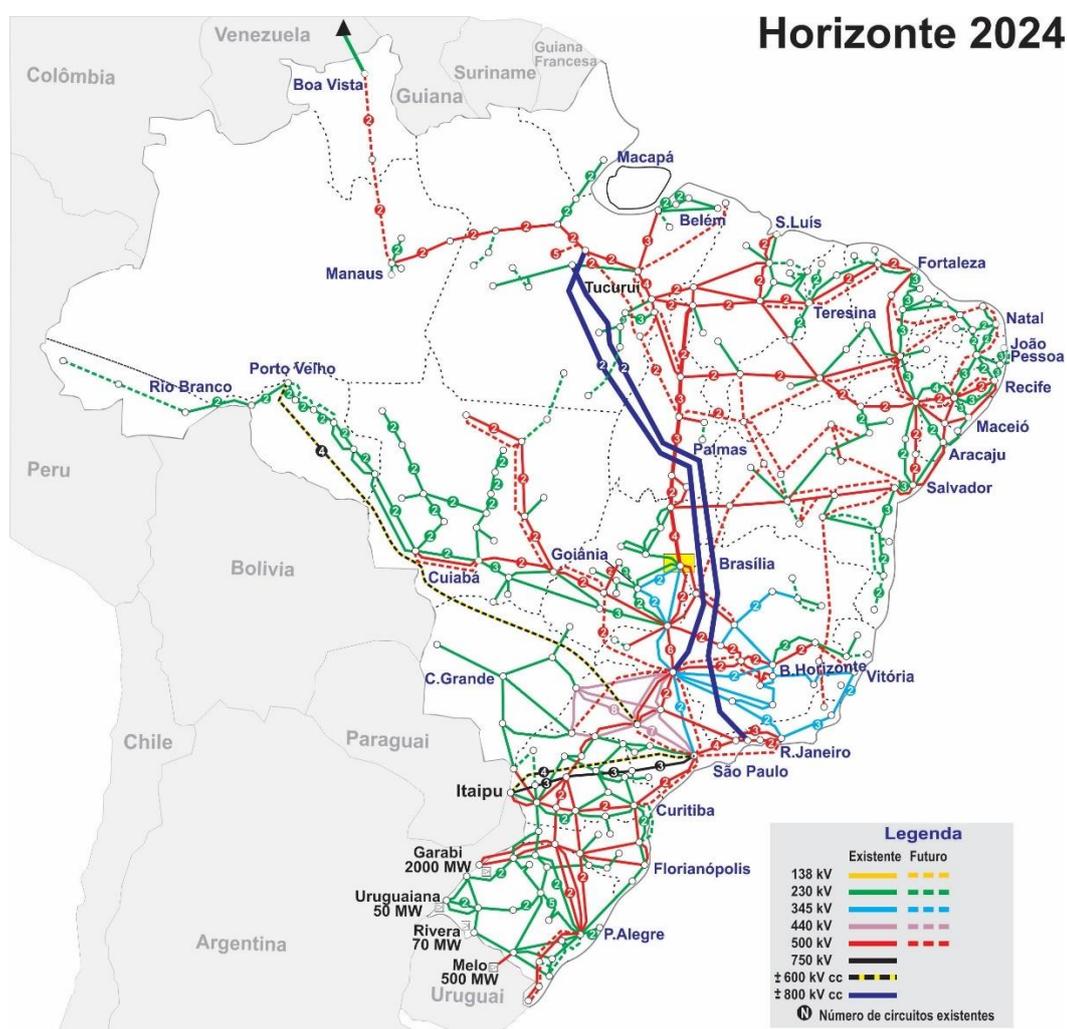


Figura 1 - Mapa do SIN [3].

Um fator que contribui para essa complexidade do SIN é a matriz energética do Brasil, composta majoritariamente de energia hidrelétrica. Como usinas hidrelétricas dependem de condições geográficas e ambientais, muitas das maiores unidades geradoras estão localizadas longe dos grandes centros consumidores, criando a necessidade de

transmissão de longa distância. Outro fator é a inclusão de fontes renováveis à matriz energética, como energia eólica e solar, visto que estas introduzem potência de forma intermitente e, muitas vezes, operam de forma assíncrona à frequência fundamental do sistema.

Uma solução para os problemas apresentados é a transmissão em corrente contínua em alta tensão (*High Voltage Direct Current* – HVDC). Tradicionalmente, a transmissão de energia elétrica é feita em forma de corrente alternada. Isso é devido a tecnologia disponível durante a evolução do SIN, quando a transmissão em corrente contínua não era viável. Porém, com a evolução da eletrônica de potência, sistemas de transmissão CC se mostram não só viáveis, mas também, dependendo das condições, mais vantajosos.

Quando comparada à transmissão em corrente alternada, a transmissão em corrente contínua apresenta diversas particularidades. Dentre elas, pode-se citar a habilidade de conectar tanto sistemas CA síncronos quanto sistemas assíncronos, ou ainda dois sistemas com mesma frequência, mas ângulos de fase diferentes. Como os elos CC convertem a corrente alternada gerada pelas usinas em corrente contínua, e depois convertem essa corrente de volta para corrente alternada, as características da corrente na geração e na distribuição podem ser diferentes sem a necessidade da instalação de outros equipamentos.

Comparando as transmissões CA e CC para uma mesma distância, percebe-se que é possível se transportar uma maior quantidade de potência através de transmissão HVDC do que em transmissão alternada. Isso ocorre porque em corrente contínua não há fluxo de reativo na linha que introduz limites de estabilidade na transmissão, e também as perdas elétricas são menores.

A diferença entre a transmissão tradicional e a transmissão HVDC também pode ser analisada economicamente. Como não há fluxo de reativo na linha, não existe a necessidade da instalação de compensadores de reativos. Em vez disso, os principais custos em sistemas de transmissão HVDC vêm das estações conversoras. Assim sendo, para linhas de transmissão curtas, que necessitam de pouca compensação, a transmissão em corrente alternada é mais economicamente viável do que a transmissão em corrente contínua. Porém, quanto mais distantes forem as unidades geradoras dos consumidores finais, mais viável a transmissão em corrente contínua se torna.

Para analisar os impactos da instalação de elos HVDC no comportamento dinâmico das redes elétricas, se utilizam programas que fazem a simulação de modelos matemáticos do SIN. Esses programas podem ser divididos em duas categorias principais: aqueles que

fazem simulações de transitórios eletromecânicos e aqueles que fazem simulações de transitórios eletromagnéticos. Programas que fazem simulações de transitórios eletromecânicos trabalham realizando aproximações do comportamento das válvulas dos conversores dos elos de corrente contínua. Isso reduz o esforço computacional, permitindo incluir todos os elementos na simulação, porém não permite uma representação precisa dos efeitos dos transitórios eletromagnéticos. Por outro lado, programas que fazem simulações de transitórios eletromagnéticos produzem uma simulação mais precisa dos equipamentos do sistema. Porém, devido ao nível de detalhamento necessário, se torna inviável a inclusão de todos os elementos de um sistema elétrico.

Devido às suas limitações, as duas categorias de programas de simulação especificadas anteriormente são incapazes de fazer simulações de sistemas elétricos que possuem elos HVDC, que sejam capazes de considerar todos os componentes existentes no sistema e que também sejam detalhadas o suficiente para possibilitar a identificação de falhas de comutação de forma precisa. Para solucionar esse problema, o Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), vem desenvolvendo o AnaHVDC, um software capaz de simular sistemas elétricos de potência incluindo todos os seus elementos, barras e componentes, e que também é capaz de realizar uma simulação dos transitórios eletromecânicos e eletromagnéticos de sistemas contendo múltiplos elos de corrente contínua, e de representar de forma adequada as falhas de comutação nos conversores desses equipamentos [4], [5]. Para ser capaz de realizar simulações que atendem todos os parâmetros especificados, o AnaHVDC foi desenvolvido baseado em modelagens por fasores dinâmicos. Esses se diferenciam dos fasores tradicionais por serem variantes no tempo e por considerarem equações diferenciais em sua modelagem que representam os transitórios eletromagnéticos da rede de transmissão, além das dinâmicas mais rápidas usualmente desprezada em programas de estabilidade transitória.

1.1 Motivação

Para realizar a conversão entre corrente contínua e corrente alternada, é necessária a instalação de duas estações conversoras, uma de cada lado da linha CC. Contudo, existem múltiplas maneiras de se realizar essa conversão, baseadas nos equipamentos utilizados e na organização dos circuitos de comutação, com cada modelo tendo diferentes características de segurança e economicidade [6], [7]. Dentre os modelos existentes, destacam-se os

conversores de comutação de linha por fonte de corrente (*Line commutated converter – LCC*), os conversores de auto-comutação por fonte de tensão (*Self-commutated voltage sourced converters – VSC*) e os conversores com capacitores de comutação (*Capacitor Commutated Converters – CCC*).

Dos modelos mencionados, o CCC será o foco desta dissertação. A motivação deste trabalho é a falta de modelos CCC que consideram dinâmicas de altas frequências nos programas de simulação do SIN, em específico o AnaHVDC e o PacDyn. O AnaHVDC foi desenvolvido para simular e analisar sistemas com múltiplos elos HVDC, considerando conjuntamente os transitórios eletromecânicos e eletromagnéticos. Já o PacDyn é um programa de análise linear de oscilações, dispondo de um conjunto de métodos numéricos aplicáveis a um modelo linearizado do sistema de potência, válido para pequenas perturbações, mas cujos resultados e soluções encontradas podem ser utilizados no modelo não linear. O PacDyn possui dois módulos de análise: um de transitórios eletromecânicos, e um de transitórios eletromagnéticos, o primeiro compatível com o Anatem e o segundo, cujo modelo de CCC foi implementado, compatível com o AnaHVDC.

1.2 Objetivo

O objetivo desta dissertação consiste no desenvolvimento de um modelo de conversor com capacitores de comutação que possa ser utilizado na análise do desempenho dinâmico de sistemas de potência. Esse modelo considera dinâmicas de alta frequência (frequências maiores 5Hz, acima do espectro eletromecânico) e de baixa frequência (no espectro eletromecânico), nos chaveamentos de suas válvulas e em seus elementos passivos, e é implementado computacionalmente nos *softwares* AnaHVDC e PacDyn. O modelo é desenvolvido baseando-se na teoria de fasores dinâmicos, utilizando o conceito de funções de chaveamento equivalentes. São realizadas, então, simulações nos programas AnaHVDC, ANATEM, ANAREDE, PacDyn e PSCAD, e os resultados obtidos com esses programas são comparados, visando a validação do novo modelo matemático desenvolvido para os conversores CCC.

1.3 Publicações Originárias da Dissertação

As pesquisas realizadas na elaboração desta dissertação deram origem ao seguinte artigo recentemente aprovado para apresentação e publicação no CBQEE de 2021:

1. N. S. Leite, S. Gomes Jr., T. J. M. A. Parreiras, B. França, L. P. Almeida, “Impacto de Harmônicos e Filtros Passivos em Simulações de Desempenho Dinâmico de Conversores com Capacitores de Comutação”, CBQEE - Conferência Brasileira sobre a Qualidade da Energia Elétrica, 2021

Foi ainda submetido um resumo de artigo que se encontra em avaliação para o SNPTEE de 2022:

2. N. S. Leite, S. Gomes Jr., T. J. M. A. Parreiras, B. França, L. P. Almeida, “Simulação e análise linear em alta frequência de sistemas contendo elos HVDC com conversores com capacitores de comutação”, SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, 2022.

Pretende-se ainda realizar a publicação de um artigo em periódico internacional apresentando os resultados finais da dissertação.

1.4 Estrutura do Trabalho

Esta dissertação é estruturada em cinco capítulos, cada um descrito a seguir.

- Capítulo 1 – Introdução: nesse capítulo foi apresentado o tema da dissertação, suas motivações, objetivos e publicações originárias.
- Capítulo 2 – Conceituação Teórica: são apresentados os conceitos teóricos básicos necessários para o entendimento de funções de chaveamento, fasores dinâmicos e transmissão em corrente contínua. Nesse capítulo também são apresentadas e descritas as ferramentas de simulação utilizadas nesta dissertação: AnaHVDC, PSCAD, ANAREDE, PacDyn e ANATEM.
- Capítulo 3 – Metodologia Proposta: nesse capítulo são desenvolvidos o equacionamento do modelo tradicional do conversor CCC e a modelagem matemática do conversor CCC proposto, utilizando os conceitos de funções de chaveamento e fasores dinâmicos.
- Capítulo 4 – Resultados: esse capítulo descreve os casos simulados no AnaHVDC, PacDyn, ANATEM, e PSCAD, com objetivo de validar o modelo de conversor desenvolvido neste trabalho. Também são mostradas e analisadas comparações entre os resultados obtidos nas simulações realizadas nos programas citados.
- Capítulo 5 – Conclusões: nesse capítulo são feitas as considerações finais sobre o trabalho desenvolvido e indicados os trabalhos futuros a serem realizados.

- Capítulo 6 – Referências Bibliográficas: os artigos, livros, dissertações, teses, sites e outros documentos referenciados ao longo do documento estão sumarizados neste capítulo
- Capítulo 7 – Apêndice: Os conceitos e equacionamentos relacionados à dissertação, porém que não se encaixam no texto principal, estão incluídos nesse capítulo.

Capítulo 2 - Conceituação Teórica

Neste capítulo são apresentados os conceitos teóricos relacionados a esta dissertação, como definições, exemplos e revisões bibliográficas de temas como álgebra e sistemas lineares, funções de chaveamento, modelagem de sistemas, além de conceitos relacionados a transmissão em corrente contínua, como elos HVDC e conversores convencionais, denominados também conversores fontes de corrente (“Current Source Converters (CSC)”) ou comutados pela linha (“Line Commutated Converters (LCC)”), seus modelos, configurações e funcionamento.

2.1. Programas Utilizados

No trabalho realizado nesta dissertação, implementou-se o modelo de conversor proposto nos programas AnaHVDC e PacDyn. Porém, para a realização dos trabalhos, também se utilizou os programas PSCAD, ANAREDE e ANATEM. Todos esses programas são descritos nesta sessão.

O ANAREDE é um programa de análise de sistemas de potência em regime permanente. Os resultados obtidos neste programa podem ser exportados para programas compatíveis, de forma a serem utilizados como pontos iniciais para os programas de análises de transitórios, de forma que esses programas não tenham que realizar inicializações individuais.

O ANATEM é um programa de simulação de estabilidade transitória e oscilações eletromecânicas em sistemas. Com ele, pode-se simular, com precisão, dinâmicas de baixa frequência (frequências no espectro eletromecânico, de até 5Hz) e falhas de comutação definidas pelo usuário nos elos CC, com baixo esforço computacional, além de se conseguir fazer uma simulação detalhada de todo o SIN. Porém, o ANATEM não considera harmônicos ou transitórios eletromagnéticos em seus cálculos, e é incapaz de identificar falhas de comutação com precisão.

O PSCAD é uma ferramenta capaz de simular harmônicos e dinâmicas em baixas e altas frequências (frequências acima do espectro eletromecânico), com modelos precisos e detalhados de elos CC. Ela também permite a simulação e a identificação de falhas de comutação no sistema, e possui um modelo de conversor CCC. Porém, este programa não foi desenvolvido com o intuito de se simular sistemas com milhares de barras, como o SIN.

Normalmente, para um sistema de grande porte, seleciona-se e substitui-se algumas de suas partes por sistemas equivalentes, o que resulta em análises menos precisas principalmente para as oscilações eletromecânicas inter-áreas, que envolvem uma grande quantidade de usinas que precisariam ser modeladas detalhadamente incluindo modelos de máquinas e controladores. Pode-se realizar a simulação sem utilizar-se sistemas equivalentes, porém isso requer grande esforço computacional. Além disso, o PSCAD não é compatível com o ANAREDE, e logo precisa inicializar por conta própria, aumentando o esforço computacional demandado pela ferramenta.

O PacDyn é uma ferramenta de simulação e análise de oscilações resultantes de pequenas perturbações, pois utiliza um modelo linearizado do sistema de potência. Ressalva-se que embora os resultados das análises e soluções sejam feitas para pequenas perturbações, normalmente elas são válidas para o modelo não linear, podendo ser aplicadas com eventuais ajustes para melhor adequação a grandes distúrbios. O PacDyn possui dois módulos de análise, um módulo de análise de transitórios eletromecânicos, compatível com o ANATEM, e um de análise de transitórios eletromagnéticos, compatível com o AnaHVDC.

O AnaHVDC é um programa de simulação de transitórios eletromecânicos e eletromagnéticos em sistemas de potência com múltiplos elos HVDC. Este programa, que é compatível com o ANAREDE, está sendo desenvolvido pelo CEPEL para se analisar os efeitos de transmissão HVDC *multi-infeed* no SIN. Anteriormente ao AnaHVDC, para se avaliar as falhas de comutação em um sistema *multi-infeed* era necessário se utilizar múltiplas ferramentas para uma análise completa, tais como o ANATEM e o PSCAD, e ainda havia imprecisões associadas.

Diante das limitações do ANATEM e do PSCAD e devido às imprecisões e à complexidade de se ter que utilizar ambos os programas para simular um sistema, optou-se por desenvolver um novo programa computacional, capaz de simular sistemas dinâmicos com múltiplos elos CC, considerando dinâmicas de alta e baixa frequências, capaz de simular o SIN por completo e de simular e detectar falhas de comutação. Para tanto, baseou-se esse novo programa na teoria dos fasores dinâmicos.

A escolha por fasores dinâmicos se deu por facilitar a comunicação e o aproveitamento de dados com os outros programas de simulação do CEPEL. Pontos de operação, calculados em forma fasorial pela ferramenta ANAREDE, podem ser facilmente transferidos para o AnaHVDC. Também por causa do modelo fasorial, é possível utilizar os

modelos de controladores definidos pelo usuário (CDUs) usados no ANATEM. Além disso, a implementação de fasores dinâmicos permite que o sistema inicialize em regime permanente, mesmo para casos instáveis, permite a modelagem de sistemas analíticos linearizáveis e permite ajustes nos controladores através de análise modal e do estudo de sistemas linearizados, utilizando o programa PacDyn.

Assim sendo, o AnaHVDC foi desenvolvido com o objetivo de ser um programa de simulação de sistema elétricos para a análise do comportamento dinâmicos de sistemas de potência com elos HVDC, capaz de modelar o SIN por completo, com representação trifásica da rede. Essa ferramenta está sendo desenvolvida para simular defeitos desbalanceados, e ser capaz de representar detalhadamente dinâmicas de alta e baixa frequências, elementos não-lineares e falhas de comutação. Com ela, se torna possível verificar os impactos de múltiplas falhas de comutação em sistemas de potência de grande porte e analisar as interações torcionais entre máquinas térmicas e elos HVDC [4].

2.2. Funções de Chaveamento

Funções de chaveamento são funções matemáticas que podem ser utilizadas para definir a sequência de operação dos elementos chaveados de equipamentos de eletrônica de potência.

O conceito de funções de chaveamento foi introduzido inicialmente por Guygyi e Pelly em 1976 como “funções de existência”, funções que tinham como objetivo descrever matematicamente as formas de onda de cicloconversores [13]. Neste primeiro trabalho, não era considerada a operação dos conversores em regime permanente, com sua formulação sendo mais geral.

Em 1983, Openheim [14] descreveu o que ficou conhecido como Fenômeno de Gibbs. Este fenômeno se caracteriza por problemas de convergência em funções com descontinuidades modeladas através de séries de Fourier. Em 1989, Openheim e Schafer propuseram uma técnica de escolha do número de termos da série de Fourier, como forma de mitigar os efeitos desse fenômeno. Essa técnica ficou conhecida como *windowing* [15].

Em 1984, Wood expandiu o conceito de funções de chaveamento, aplicando os conceitos apresentados por Guygyi e Pelly a outros tipos de conversores chaveados [16]. Em 1994, Pilotto [17] desenvolveu este conceito no que ficou conhecido como funções de chaveamento generalizadas, onde as descontinuidades das funções de chaveamento são

evitadas utilizando, no caso de conversores HVDC, as funções de comutação como parte da função de chaveamento. Essas funções de chaveamento generalizadas são capazes, então, de incluir todo o detalhamento necessário na modelagem do conversor. Através de suas funções generalizadas, Pilotto foi capaz de eliminar as oscilações causadas pelo fenômeno de Gibbs. Em 1999, Alves estendeu o conceito de funções generalizadas a reatores controlados a tiristor [18].

Geer e Bnerjee [19] propuseram, em 1997, uma outra técnica capaz de produzir funções de chaveamento sem o fenômeno de Gibbs. Essa técnica consiste em subtrair-se, de cada termo da série de Fourier, funções periódicas descontínuas específicas. A partir desses equacionamentos, se obtém as equações de Fourier desejadas, sem efeito de Gibbs.

Em [20], utilizou-se funções de chaveamento equivalentes para a modelagem dos elos HVDC com conversores de comutação natural utilizando fasores dinâmicos de frequência fundamental. Funções de chaveamento equivalentes são baseadas nas funções de chaveamento generalizadas de Pilotto [17]. Essas funções descrevem o comportamento dos componentes chaveados de equipamentos de eletrônica de potência. Funções de chaveamento equivalentes se diferem das funções de existência originais por considerarem o comportamento do equipamento por completo, enquanto as funções de existência consideram o comportamento de cada componente chaveado individualmente. Esses comportamentos são ilustrados na Figura 2 e na Figura 3.

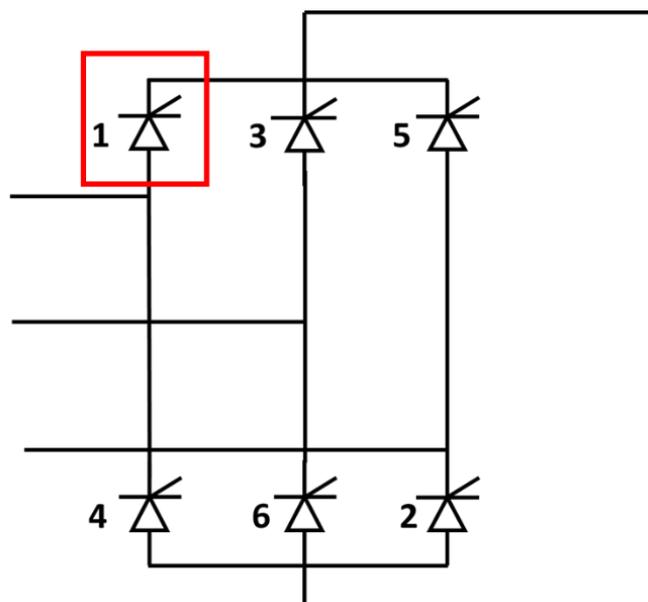


Figura 2 - Função de existência

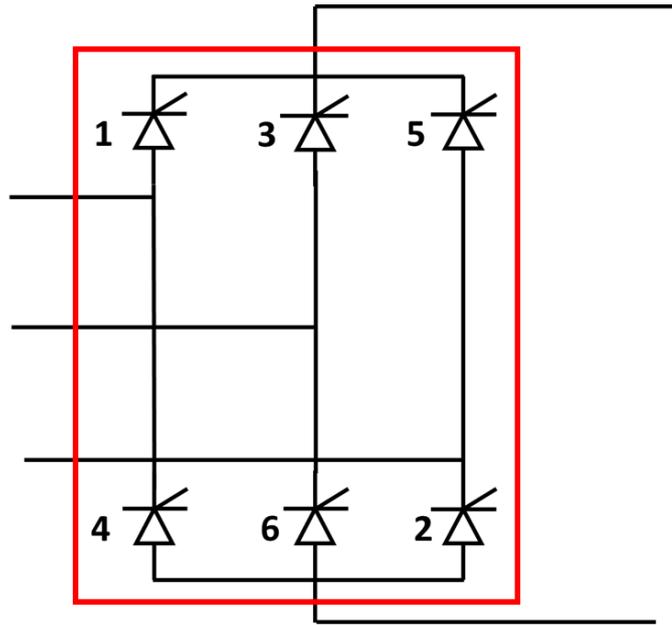


Figura 3 - Função de chaveamento equivalente

Nesta dissertação, estendeu-se a modelagem de funções de chaveamento equivalentes para os HVDC conversores do tipo CCC. Foi ainda realizada a implementação computacional do modelo proposto no AnaHVDC e no PacDyn [4], que será mais detalhada na sequência desta dissertação, complementando o modelo dos elos com conversores de comutação natural previamente implementado [20].

2.3. Fasores Dinâmicos

De forma simplificada, fasores dinâmicos são fasores variantes no tempo que, quando em regime permanente, se comportam como fasores tradicionais, e que variam por dinâmicas definidas por equações diferenciais quando expostos a perturbações e variações no sistema.

Qualquer função periódica pode ser representada em termos dos coeficientes complexos de uma série de Fourier. Por serem periódicas, os coeficientes de Fourier dessas funções são invariantes no tempo. Porém, com a utilização de fasores dinâmicos se torna possível modelar matematicamente funções não-periódicas variantes no tempo, através da série de Fourier, com o objetivo de simular transitórios. Neste caso, os coeficientes da série são variantes no tempo.

Considere a função $f(t)$, descrita por série de Fourier na equação (1):

$$f(t) = \sum_n F_{nRe}(t) \cos(n\omega t) - F_{nIm}(t) \text{sen}(n\omega t); n \geq 0 \quad (1)$$

Onde n é o índice de componente harmônica, ω é a frequência angular nominal do sistema, e os coeficientes $F_{nRe}(t)$ e $F_{nIm}(t)$ são as componentes real e imaginária do fasor dinâmico $\tilde{F}_n(t)$, que é definido pela equação (2):

$$\tilde{F}_n(t) = F_{nRe}(t) + j F_{nIm}(t) \quad (2)$$

A equação (1) pode ser reescrita como em sua forma complexa como:

$$f(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{n \geq 0} \tilde{F}_n(t) e^{jn\omega t} \right\} \quad (3)$$

$$f(t) = \sum_{n \geq 0} \frac{\tilde{F}_n(t) e^{jn\omega t} + \tilde{F}_n^*(t) e^{-jn\omega t}}{2} \quad (4)$$

Para o trabalho de modelagem desenvolvida nesta dissertação, utilizando-se a ferramenta AnaHVDC, considerou-se somente a frequência harmônica fundamental. Assim sendo, para $n = 1$, as equações (2) e (4) podem ser escritas como:

$$\tilde{F}_1(t) = F_{1Re}(t) + j F_{1Im}(t) \quad (5)$$

$$f(t) = \frac{\tilde{F}_1(t) e^{j\omega t} + \tilde{F}_1^*(t) e^{-j\omega t}}{2} \quad (6)$$

Além de se representar os fasores dinâmicos por suas componentes real e imaginária, pode-se representá-los também através de seu módulo $\bar{F}_1(t)$ e ângulo φ . Essa representação é demonstrada na equação (7):

$$\tilde{F}_1(t) = \bar{F}_1(t) e^{j\varphi} \quad (7)$$

E a função $f(t)$ pode ser descrita como:

$$f(t) = \text{Re}\{\bar{F}_1(t)e^{j\varphi}e^{j\omega t}\} \quad (8)$$

Porém, como $e^{j\varphi}e^{j\omega t} = \cos(\omega t + \varphi) + j \text{sen}(\omega t + \varphi)$:

$$f(t) = \bar{F}_1(t)\cos(\omega t + \varphi) = \frac{\bar{F}_1(t)e^{j\varphi}e^{j\omega t} - \bar{F}_1(t)e^{-j\varphi}e^{-j\omega t}}{2}$$

$$f(t) = \frac{(\bar{F}_{1Re}(t) + \bar{F}_{1Im}(t))e^{j\omega t} - (\bar{F}_{1Re}(t) - \bar{F}_{1Im}(t))e^{-j\omega t}}{2}$$

$$f(t) = \bar{F}_{1Re}(t)\cos(\omega t) - \bar{F}_{1Im}(t)\text{sen}(\omega t) \quad (9)$$

O conceito de fasores dinâmicos foi primeiramente proposto em [21] em 1990 por Sanders, Noworolski, Liu e Verghese. Nesse primeiro momento, o conceito foi desenvolvido como um método de se calcular médias generalizadas de variáveis de conversores ressonantes e de conversores CC-CC chaveados. Em [22], Caliskan, Verghese and Stankovic aplicaram este conceito em conversores CC-CC multi-frequência, através de um modelo de conversor *boost*.

A teoria de fasores dinâmicos tem sido utilizada com sucesso para a modelagem de diversos equipamentos elétricos e eletrônicos. Em [23], Demiray, Milano e Andersson utilizaram a teoria de fasores dinâmico para a modelagem de geradores de indução de dupla alimentação. Em [24], Chudasama e Kulkarni demonstram a aplicação de fasores dinâmicos para sistemas turbina-gerador com ressonância subssíncrona. Em [25], Stankovic, Sanders e Aydin utilizaram fasores dinâmicos para a modelagem de máquinas CA polifásicas desbalanceadas. Em [26] Yang et al. apresentaram a modelagem por fasores dinâmicos de sistemas de potência com múltiplas fontes e de frequência variável no tempo, enquanto em [27] Demiray e Andersson expandiram esse conceito e o implementaram para modelagem de faltas na rede. Já em [28], fasores dinâmicos são utilizados para a modelagem de um sistema HVDC. Diversos trabalhos apresentam modelagens de equipamentos FACTS utilizando fasores dinâmicos. Em [29]–[32] são apresentados modelos de SVCs. Em [32], [33] são demonstradas modelagens de TCSCs e ainda em [33] são feitos modelos de UPFCs.

Tamanha expansão na utilização da teoria de fasores dinâmicos se deve ao fato dela poder ser usada para ambos os regimes permanente e transitório de sistemas, conferindo modelos precisos e computacionalmente eficientes mesmo para sistemas desbalanceados. Quando se considerando o estudo da produção e fornecimento de energia elétrica, a utilização de fasores dinâmicos é vantajosa, pois permite a modelagem de ambos transitórios eletromecânicos e transitórios eletromagnéticos. Para a modelagem de transitórios, a utilização de fasores dinâmicos permite representar todos os elementos da rede que possuem dinâmica, tais como capacitores, indutores, linhas de transmissão, cargas, geradores, motores, elos HVDC e equipamentos FACTS, necessários para uma simulação fiel do sistema elétrico [30], [32], [34], [35].

2.3.1. Aplicação de fasores dinâmicos a um circuito RLC

Nesta subseção será demonstrado um exemplo de modelagem de um circuito elétrico através de fasores dinâmicos [30], [32], [35]. Para isso considere o circuito apresentado na Figura 4:

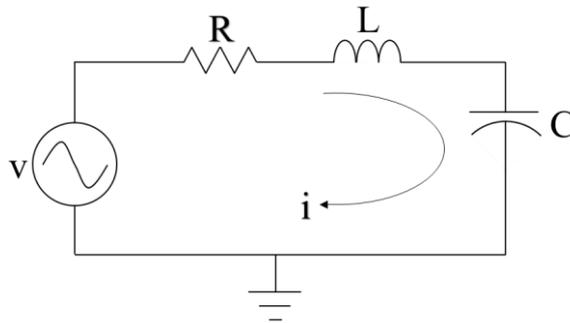


Figura 4 - Circuito RLC exemplo

Este circuito é descrito pelas equações diferenciais (10) e (11):

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + v_C(t) \quad (10)$$

$$v_C(t) = \int \frac{i(t)}{C} dt \rightarrow i(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} \quad (11)$$

Utilizando-se a equação (9), pode-se escrever os termos variantes no tempo do circuito em suas formas de fasores dinâmicos:

$$v(t) = V_{Re} \cos(\omega t) - V_{Im} \sin(\omega t) \quad (12)$$

$$i(t) = I_{Re} \cos(\omega t) - I_{Im} \sin(\omega t) \quad (13)$$

$$v_C(t) = V_{C,Re} \cos(\omega t) - V_{C,Im} \sin(\omega t) \quad (14)$$

Substituindo-se as equações (12), (13) e (14) nas equações (10) e (11):

$$\begin{aligned} V_{Re} \cos(\omega t) - V_{Im} \sin(\omega t) &= R(I_{Re} \cos(\omega t) - I_{Im} \sin(\omega t)) + \\ L \frac{d}{dt}(I_{Re} \cos(\omega t) - I_{Im} \sin(\omega t)) &+ V_{C,Re} \cos(\omega t) - V_{C,Im} \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (15)$$

$$I_{Re} \cos(\omega t) - I_{Im} \sin(\omega t) = C \frac{d}{dt}(V_{C,Re} \cos(\omega t) - V_{C,Im} \sin(\omega t)) \quad (16)$$

Rearrmando as equações (15) e (16) e considerando-se que $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, obtêm-se:

$$V_{Re} = RI_{Re} - \omega LI_{Im} + V_{C,Re} + LI_{Re} \quad (17)$$

$$V_{Im} = RI_{Im} + \omega LI_{Re} + V_{C,Im} + LI_{Im} \quad (18)$$

$$I_{Re} = -\omega CV_{C,Im} + CV_{C,Re} \quad (19)$$

$$I_{Im} = \omega CV_{C,Re} + CV_{C,Im}$$

Essas equações podem ser escritas na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} V_{Re} \\ V_{Im} \\ I_{Re} \\ I_{Im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -\omega L & 1 & 0 \\ \omega L & R & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega C \\ 0 & 0 & \omega C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{Re} \\ I_{Im} \\ V_{C,Re} \\ V_{C,Im} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{Re} \\ \dot{I}_{Im} \\ \dot{V}_{C,Re} \\ \dot{V}_{C,Im} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Evidenciando-se os termos diferenciais obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{Re} \\ \dot{I}_{Im} \\ \dot{V}_{C,Re} \\ \dot{V}_{C,Im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega & -\frac{1}{L} & 0 \\ -\omega & -\frac{R}{L} & 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{Re} \\ I_{Im} \\ V_{C,Re} \\ V_{C,Im} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Re} \\ V_{Im} \end{bmatrix} \quad (21)$$

A equação (21)(87) está em formato de espaço de estados, sendo equivalente à equação genérica $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$. Porém, para ser representado no formato de espaço de estado o sistema necessita de uma segunda equação, no formato $y(t) = Cx(t) + Du(t)$. Considerando-se $y(t) = i(t)$, obtém essa segunda equação desejada, como demonstra (22):

$$\begin{bmatrix} Y_{Re} \\ Y_{Im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{Re} \\ I_{Im} \\ V_{C,Re} \\ V_{C,Im} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Re} \\ V_{Im} \end{bmatrix} \quad (22)$$

As equações (21) e (22) representam a modelagem do sistema por fasores dinâmicos em formato de espaços de estado. A partir desses resultados obtidos é possível resolver o sistema através de integração numérica. Em [35] esses cálculos são feitos através do método trapezoidal.

Outra forma de se modelar o circuito da Figura 4 através de fasores dinâmicos, é escrevendo-o no domínio da frequência. Para isso, representa-se as variáveis do sistema através da equação (5):

$$\tilde{V}(t) = V_{Re}(t) + j V_{Im}(t) \quad (23)$$

$$\tilde{I}(t) = I_{Re}(t) + j i_{Im}(t) \quad (24)$$

$$\tilde{V}_C(t) = V_{CRe}(t) + j V_{CIm}(t)$$

Considerando condições iniciais nulas, a equação da corrente do circuito é representada pela equação diferencial (25):

$$i(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt} \quad (25)$$

Essa equação pode ser reescrita em termos de fasores dinâmicos como:

$$\tilde{I}(t) = C \frac{d\tilde{V}_c(t)}{dt} + j\omega C \tilde{V}_c(t) \quad (26)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace a equações (26) obtém-se:

$$\tilde{I}(s) = s\tilde{V}_c(s)C + j\omega C \tilde{V}_c(s) \quad (27)$$

Da mesma forma, pode-se representar a tensão desse modelo pelas equações (28) e (29).

$$\tilde{V}(t) = R\tilde{I}(t) + L \frac{d\tilde{I}(t)}{dt} + j\omega L \tilde{I}(t) + \tilde{V}_c(t) \quad (28)$$

$$\tilde{V}(s) = R\tilde{I}(s) + sL\tilde{I}(s) + j\omega L \tilde{I}(s) + \tilde{V}_c(s) \quad (29)$$

2.4. Transmissão HVDC

Nesta seção será feita a descrição da transmissão em HVDC, com uma explicação da necessidade desse tipo de transmissão, sua história, suas características e uma comparação entre transmissão em corrente contínua e corrente alternada.

2.4.1. Desafios Atuais

Muitos dos desafios atuais na área de sistemas de potência estão relacionados ao crescimento da população e à evolução de seus hábitos de costume, à necessidade de se garantir energia segura e à necessidade da implementação de fontes de energia renováveis e com menor impacto ecológico [36]–[38]. No contexto brasileiro, é necessária a aplicação de métodos eficientes, que levem em conta as especificidades e singularidades do SIN.

Por possuir um sistema interligado, o Brasil possui uma rede elétrica altamente complexa e, devido às dimensões continentais do país, este sistema tem de se estender por longas distâncias, precisando chegar até locais isolados do país.

O crescimento da população brasileira e o aumento da população urbana acarretam no aumento da demanda energética do país. Com esse aumento constante pode resultar na carga demandada ultrapassando os limites operativos da rede de transmissão. A partir desse momento, é necessário se atualizar a rede ou utilizar a controlabilidade dinâmica dos equipamentos e sistemas especiais de controle e proteção, para que ela seja capaz de transmitir a potência necessária com segurança.

O Brasil possui uma matriz elétrica composta majoritariamente por energia hidrelétrica. Em [39], são analisadas as dificuldades do transporte da energia elétrica no sistema elétrico brasileiro. Isso se deve, em parte, à matriz energética hidrelétrica, a qual a instalação das unidades geradoras depende de fatores geográficos, naturais e ambientais, em parte à extensão do país, com as usinas geradoras distantes dos grandes centros consumidores e em parte à complexidade do sistema interligado.

Em [36], [40] são apresentados os desafios de se integrar energia eólica a um sistema elétrico existente. Para a instalação de usinas eólicas é necessária uma grande área que atenda as especificações de velocidade e qualidade do vento. Isso leva as plantas eólicas a muitas vezes serem instaladas em locais distantes dos centros consumidores, onde se pode encontrar com maior facilidade ventos com alta velocidade média e pouco turbulentos. Soma-se a esse fator a natureza assíncrona e variável da energia eólica.

Em [41] são analisadas as perdas no sistema de transmissão. O documento conclui que em transmissão, as perdas nos transformadores são insignificantes quando comparadas com as perdas nas linhas, e que nas linhas, as maiores fontes de perdas são o efeito Joule e o efeito corona.

Nas próximas sessões, será discutido como a utilização de transmissão CC em alta tensão pode ser utilizada para mitigar ou solucionar os problemas aqui apresentados.

2.4.2. Características da transmissão HVDC

A ideia que se tem sobre a transmissão em corrente contínua é que ela apresenta menores perdas quando comparada à condução em corrente alternada. Esta ideia, porém, não está completa, visto que as perdas em uma linha de transmissão CC dependem também das dimensões do condutor.

A outra suposição que se têm sobre transmissão em corrente contínua é que ela possui um custo econômico menor do que a transmissão em corrente alternada. Isso é correto em parte. Cabos e torres em sistemas CC usualmente custam menos por unidade de

comprimento (\$/km) do que as linhas CA transmitindo na mesma potência. Porém, as estações conversoras (inversora e retificadora) são mais caras do que as subestações CA, o que torna o preço inicial da transmissão CC mais cara do que a transmissão CA.

Linhas CA ainda necessitam que compensadores de reativo sejam instalados a intervalos definidos. Com isso, quanto mais longas forem as linhas de transmissão de corrente alternada, mais cara será a linha, até que se chegue à distância crítica, que é o comprimento de linha em que o custo da transmissão em CA se iguala àquele da transmissão CC. Após esse ponto, o custo da transmissão em corrente CC se torna menor do que o custo em corrente CA. Para linhas aéreas, a distância crítica varia entre 600km e 800km. Porém, para linhas subterrâneas a distância crítica cai drasticamente, sendo de 40km a 50km [36], [42], [43].

A transmissão por linhas CA de meia-onda possuem diferentes distâncias críticas das linhas CA tradicionais. Essa tecnologia é desenvolvida como uma alternativa às outras formas de transmissão. Contudo, mesmo apresentando custos menores que a transmissão em corrente alternada tradicional, há algumas dificuldades na transmissão em paralelo com linhas de corrente alternada convencional e na identificação e eliminação de defeitos. Além disto, os custos totais em relação à transmissão em corrente contínua precisariam ser avaliados e comparados. Como não existem sistemas de transmissão em meia-onda em operação comercial atualmente, essa tecnologia não é considerada para as comparações realizadas neste trabalho [44].

Na Figura 5 é mostrado um gráfico exemplificando a comparação entre os custos de linhas CA e CC, com o conceito de distância crítica sendo demonstrado.

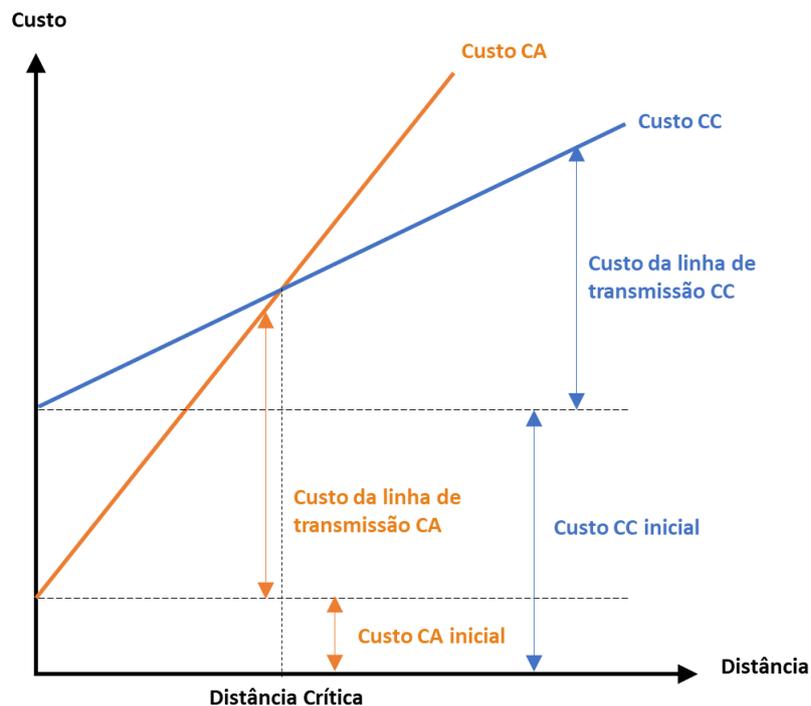


Figura 5 - Comparação de custo entre linhas CA e CC aéreas [7]

Por serem independentes de frequência, eles CC encontram aplicação conectando dois sistemas CA de características variadas, dois sistemas com mesma frequência, porém com ângulos de fase diferentes ou dois sistemas com frequências diferentes [42]. Exemplo desse tipo de aplicação são encontrados no Brasil no projeto de Garabi, que conecta à rede elétrica do Brasil (60 Hz) a da Argentina (50 Hz) e na região do Rio Madeira, aonde é utilizada para a conexão de sistemas CA com diferentes níveis de tensão (500 kV e 230 kV) [45]. No Japão, aonde metade da rede do país é em 50Hz, e a outra metade, em 60Hz, os HVDC são utilizadas para a conexão [46], [47].

2.4.3. Comparação entre HVDC e HVAC

Nesta seção as características da transmissão em alta tensão em corrente contínua serão comparadas com as características da transmissão em alta tensão em corrente alternada nas mesmas condições.

Como já mencionado neste documento, a transmissão HVDC em longas distâncias possui um custo menor quando comparada com a transmissão HVAC para a mesma distância. Isso se deve principalmente a dois fatores: ao custo dos compensadores de reativo que têm de ser instalados nas linhas CA a intervalos definidos, enquanto as linhas CC não necessitam de compensação de reativos [42]; e a transmissão CC poder ser feita através de

dois condutores, um para cada polo, enquanto a transmissão CA necessita obrigatoriamente de três [37]. Com as torres dos sistemas CC tendo que suportar menores pesos, elas podem também ser menores, e logo, mais econômicas.

Não há efeito pelicular em transmissão HVDC. Isso diminui as perdas, e permite a utilização de condutores com menores bitolas, reduzindo gastos [7].

Ambas linhas CA e CC possuem perdas por efeito corona e por efeito Joule. Essas perdas, porém, são menores para sistemas HVDC, podendo chegar à metade do valor das perdas de um sistema HVAC transportando a mesma quantidade de potência [38], [41].

Ambos os sistemas também sofrem perdas devido a rádio interferência. Mas as perdas durante transmissão de corrente contínua são menores, especialmente durante condições climáticas adversas, a depender do diâmetro do condutor e a carga transportada [48].

As linhas de transmissão CA trabalham em valor de tensão RMS, enquanto as linhas de transmissão CC trabalham a valores de tensão unitário (1 pu). Além disso, essas linhas podem ser trabalhadas com um alto valor de gradiente de tensão [38].

Diferentemente da transmissão em HVAC, a transmissão HVDC não necessita de operação síncrona. Além disso, a distância que a linha CC pode alcançar não é limitada pela estabilidade [37], [38].

A transmissão HVAC, por sua vez, devido aos seus custos de instalação mais baixos, é mais economicamente vantajosa para transmissões em curtas distâncias (abaixo da distância crítica). Além disso, a transmissão em corrente alternada apresenta um sistema de controle menos complexo [49].

A transmissão em corrente contínua também gera harmônicos quando durante os processos de retificação e inversão, e por isso precisa de filtros instalados em suas estações conversoras. Além disso, a tecnologia HVDC é menos difundida do que a tecnologia HVAC. Em razão disso, há uma menor disponibilidade de técnicas e dispositivos de proteção para sistemas CC. Por isso, também, sistemas com transmissão HVDC apresentam diminuta capacidade de expansão, uma vez que as linhas tem que ser conectadas a estações conversoras, não podendo então ser conectas à maioria das estações de distribuição do país [50].

2.4.4. Características básicas do elo CC

Um elo HVDC é composto primariamente de duas estações conversoras, uma funcionando como uma retificadora e a outra como inversora, ambas conectadas entre si através de uma ou mais linhas CC, e conectadas individualmente a sistemas CA. Uma representação de um elo HVDC é apresentada na Figura 6 [7], [51].

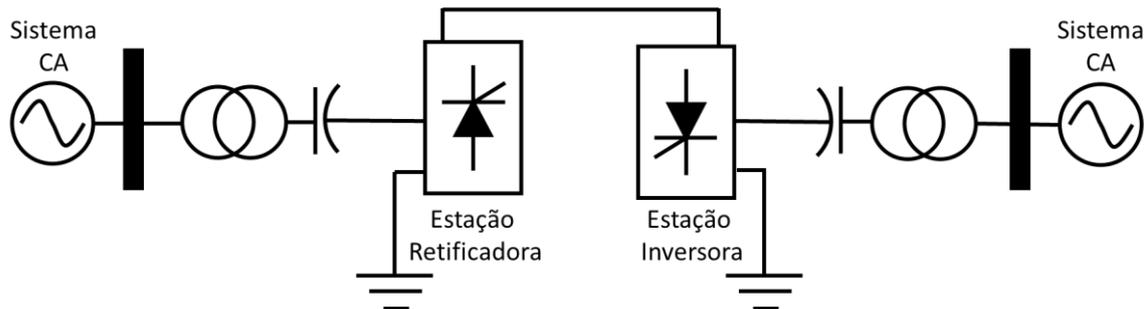


Figura 6 - Elo CC

O elemento básico que possibilita a conexão do elo CC à rede CA são as pontes de *Graetz*, demonstrada na Figura 7. Também conhecidas como pontes de seis pulsos, elas são compostas por três ramos de circuitos conectados em paralelo, cada ramo composto por dois tiristores ligados em série. Essas pontes podem operar como retificadores quando transmitindo potência do lado CA para o lado CC, e como inversores quando transmitindo potência na direção oposta. O controle da condução nas pontes ocorre através dos tiristores, que, caso disparados, permitem a passagem da corrente quando polarizados diretamente, e bloqueiam a condução quando polarizados inversamente.

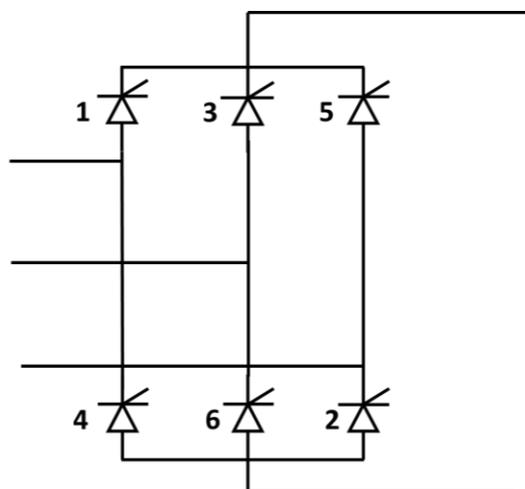


Figura 7 - Ponte de Graetz do conversor

Para conversores de corrente contínua, se utiliza normalmente uma configuração com pontes de doze pulsos, que é composta de duas pontes de seis pulsos conectadas em série. Uma das pontes é conectada à rede CA por uma ligação delta no lado dos conversores, enquanto a outra ponte é conectada por uma ligação estrela. Isso faz com que a tensão CA aplicada às pontes de *Graetz* tenha uma diferença de fase 30° entre si. Com isso, em condição equilibrada, elimina-se as componentes harmônicas de 5ª e 7ª ordem no lado de corrente alternada, e a componente harmônica de 6ª ordem do lado de corrente contínua.

2.4.5. Tipos de transmissão em corrente contínua

Nesta seção serão discutidas diferentes configurações que podem ser usadas para os elos CC do HVDC.

2.4.5.1. Configuração monopolar

Sistemas monopolares utilizam apenas uma linha, normalmente com polaridade negativa, com o intuito de reduzir as perdas por efeito corona e radio interferência. O retorno normalmente é realizado por terra ou água. Em situações em que o retorno por esses meios não é possível, utiliza-se um condutor metálico em baixa tensão. Essa configuração está representada na Figura 8 na e Figura 9.

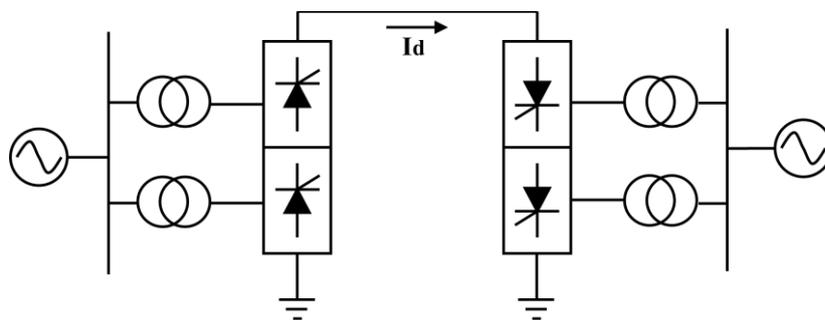


Figura 8 - Elo CC monopolar com retorno por terra

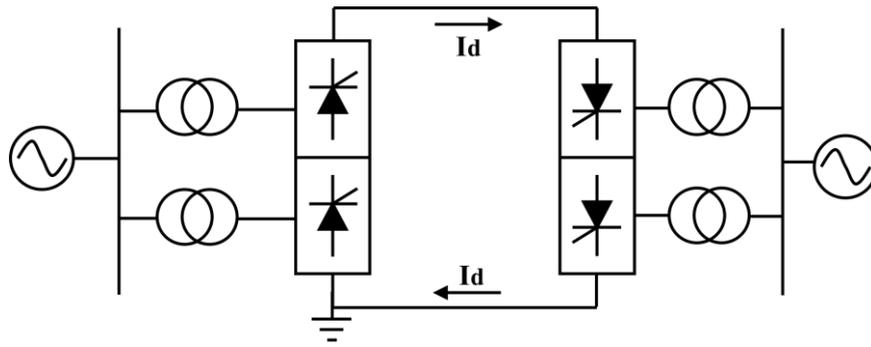


Figura 9 - Elo CC monopolar com retorno metálico

2.4.5.2. Configuração bipolar

Na configuração bipolar, são utilizados dois condutores, um positivo e um negativo. Os terminais são compostos por dois conversores conectados em série, com a junção entre eles aterrada, como demonstra a Figura 10. Com as junções de ambos os lados aterradas, torna-se possível operar cada polo do sistema de forma independente, o que se torna relevante no caso de faltas CC, por exemplo.

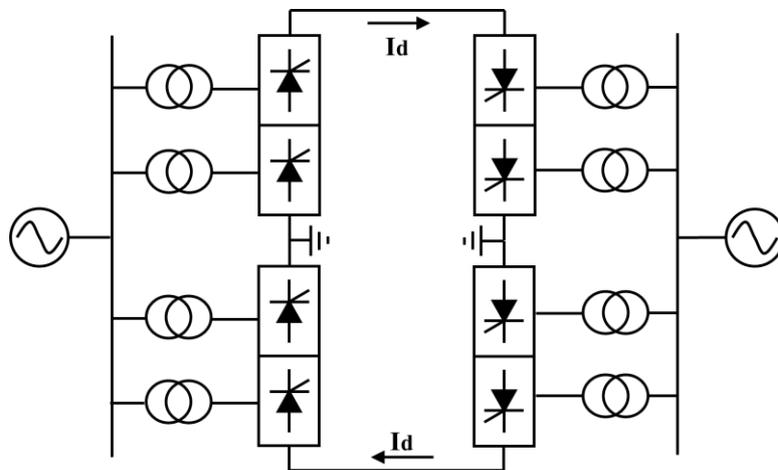


Figura 10 - Elo CC bipolar

Em condições normais, as correntes que circulam pelos dois condutores são iguais, não havendo correntes circulando pela terra. Além disso, quando comparados aos sistemas monopolares, os bipolares apresentam menores interferências harmônicas, além de terem um fluxo mais fácil de ser invertido, não necessitando de chaveamentos mecânicos para tanto [37], [52].

A maioria dos sistemas HVDC atuais utiliza a configuração bipolar [53]. No caso brasileiro, os elos CC de Itaipu, do Rio Madeira e de Belo Monte se utilizam desta configuração.

2.4.5.3. Configuração homopolar

Nos sistemas homopolares, como o exemplificado na Figura 11, são utilizados dois ou mais condutores com a mesma polaridade, geralmente com retorno pela terra. Os condutores desta configuração normalmente são negativos, pois assim se tem menores perdas por efeito corona e radio interferência.

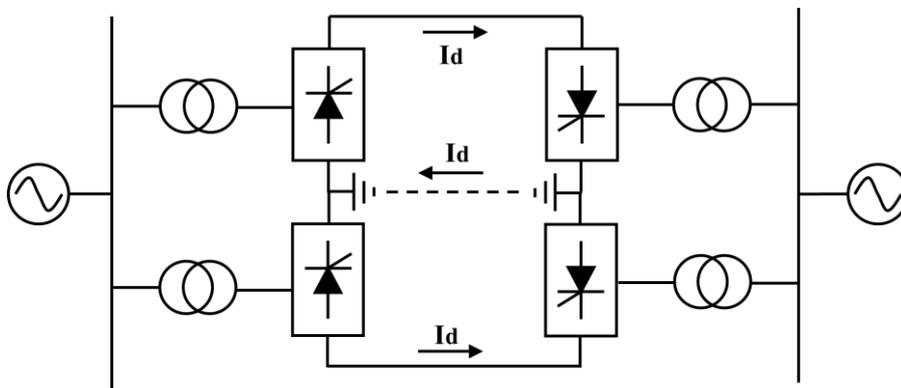


Figura 11 - Elo CC homopolar

No caso da ocorrência de uma falta em um dos condutores, o condutor do outro polo continua disponível para alimentar o circuito restante, podendo fornecer até 50% da potência nominal da linha [54].

Sistemas homopolares são geralmente aceitos quando se é possível utilizar retorno pela terra. Porém, quando há dutos de água e gás, ou outros elementos que podem inadvertidamente conduzir a corrente de retorno, é necessário se instalar condutores isolados para a corrente de retorno. Isso, porém, eleva os custos e as perdas do sistema.

2.4.5.4. Configuração *back-to-back*

A configuração *back-to-back* é uma conexão local entre retificador e inversor, sem linhas de transmissão entre eles. Neste caso, são instalados somente reatores entre os terminais CC dos dois conversores, para se isolar os dois sistemas conectados e reduzir o *ripple* da corrente.

Elos *back-to-back* são utilizados quando se deseja conectar dois sistemas CA assíncronos, mas sem realizar a transmissão em corrente contínua. A utilização de elos *back-to-back* melhora a estabilidade do sistema, a regulação da tensão e permite controlar a potência transmitida entre os sistemas interligados [38], [53].

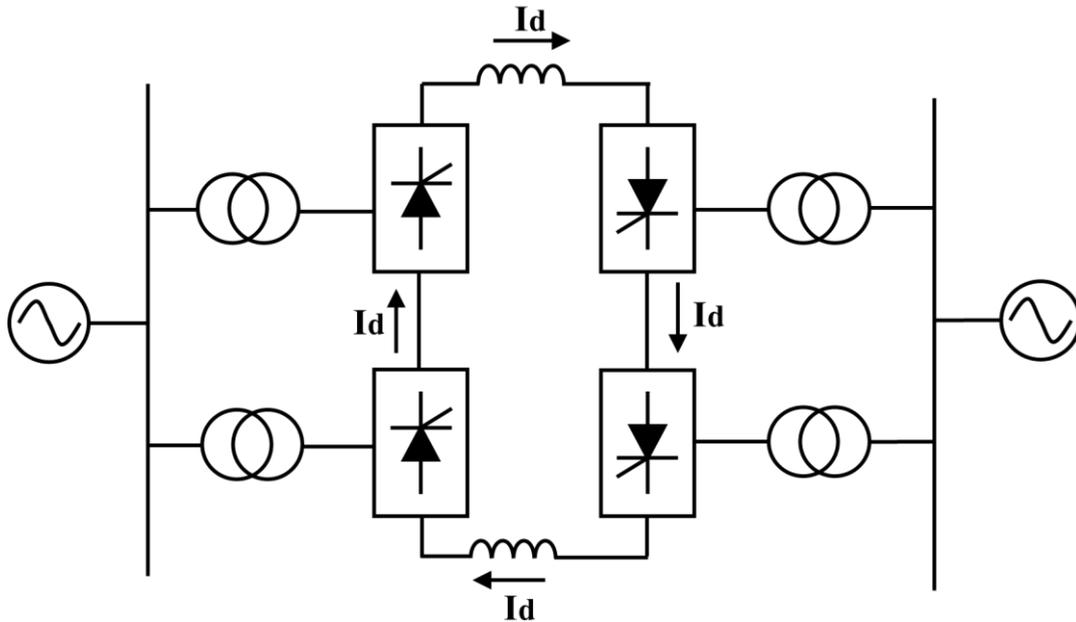


Figura 12 - Elo CC back-to-back

2.4.5.5. Multiterminal

O sucesso dos sistemas HVDC com dois terminais impulsionou os estudos de sistemas multiterminais, com a ideia de que estes tipos de sistemas promoveriam maior economia e outras vantagens técnicas. Esse tipo de configuração consiste em três ou mais conversores CC conectados por uma rede de transmissão CC.

De arquitetura mais complexa, esses tipos de sistemas podem ser classificados como sistemas em série, aonde todas as estações conversoras são conectadas em série, ou em sistemas em paralelo, com essa última classificação sendo dividida em duas: sistemas em paralelo radiais e sistemas em paralelo em malha. Sistemas radiais são sistemas em paralelo aonde cada unidade conversora está conectada a uma única linha CC, enquanto que em sistemas em malha (ou anel), as unidades conversoras são conectadas a mais de uma linha CC [53]. Diagramas dessas configurações são mostrados na Figura 13, na Figura 14 e na Figura 15.

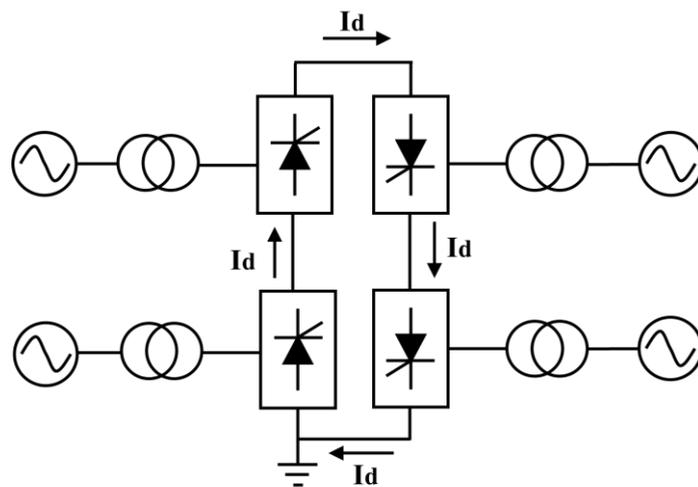


Figura 13 - Elo CC Multiterminal Série

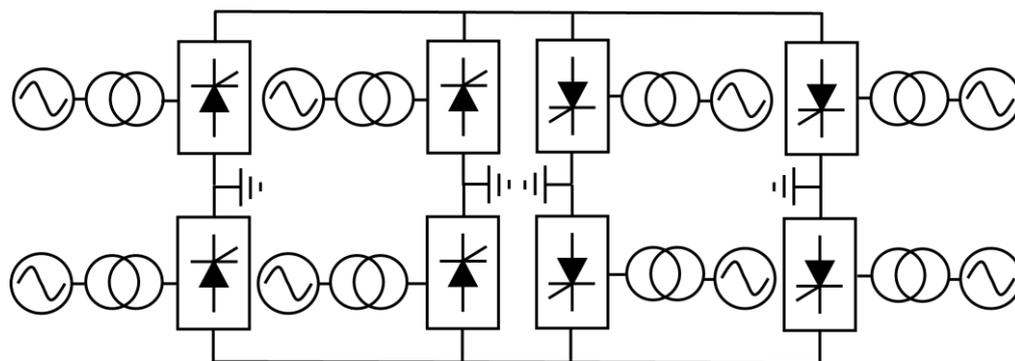


Figura 14 - Elo CC Multiterminal Paralelo Radial

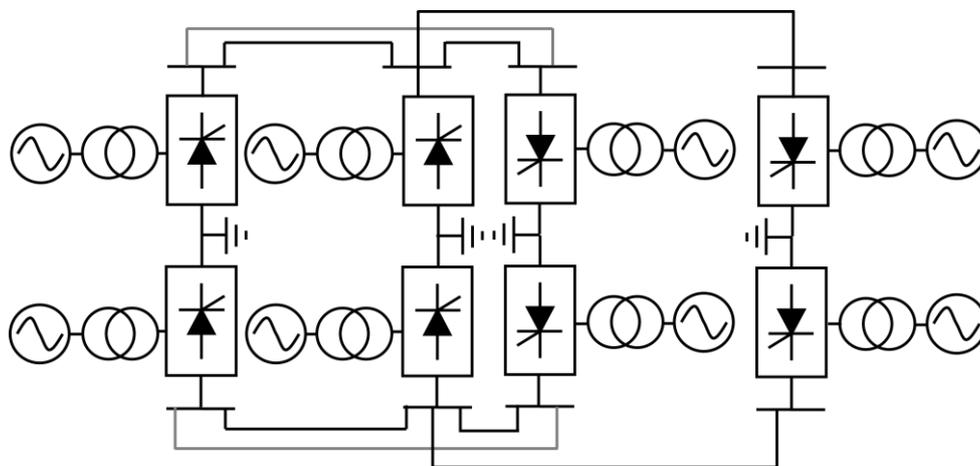


Figura 15 - Elo CC Multiterminal com Rede em malha

2.5. Conversores

Nesta sessão serão apresentados e discutidos as diferentes tecnologias e topologias de conversores que são utilizados em elos HVDC, com explicações sobre as qualidades de cada tipo e comparações entre eles.

2.5.1. Configurações dos conversores

Os conversores são a peça central de um sistema HVDC, permitindo que a corrente contínua seja convertida em alternada e vice-versa. Existem duas configurações principais de conversores capazes de realizar esse processo. Neste documento, serão analisadas essas duas configurações; o conversor fonte de corrente (*current source converter* – CSC) e o conversor fonte de tensão (*voltage source converter* – VSC) [53], [55]–[57].

Mais tradicional, a configuração CSC vem sendo utilizada em sistema de corrente contínua desde a década de 1950 [58]. Inicialmente, eram utilizados conversores com válvulas a arco de mercúrio até que, em meados da década de 1970, quando foram substituídos por componentes semicondutores [53]. Por 40 anos, o CSC se manteve como a principal, e praticamente a única configuração utilizada. No final da década de 1990, com o desenvolvimento e a redução dos custos das tecnologias de eletrônica de potência, os modelos VSC se tornaram economicamente competitivos, mas os projetos de maiores níveis de potência, como os do Rio Madeira e Belo Monte, continuam sendo dominados pela tecnologia CSC com tiristores.

O modelo de um CSC a tiristores é apresentado na Figura 16. Essa configuração de conversor mantém a corrente do lado CC constante, e necessita de filtros indutivos nesse lado. Do lado CA, o conversor requer filtros de harmônicos e consome reativos. Nessa configuração, a comutação é tradicionalmente natural, com chaveamento à frequência da rede [50].

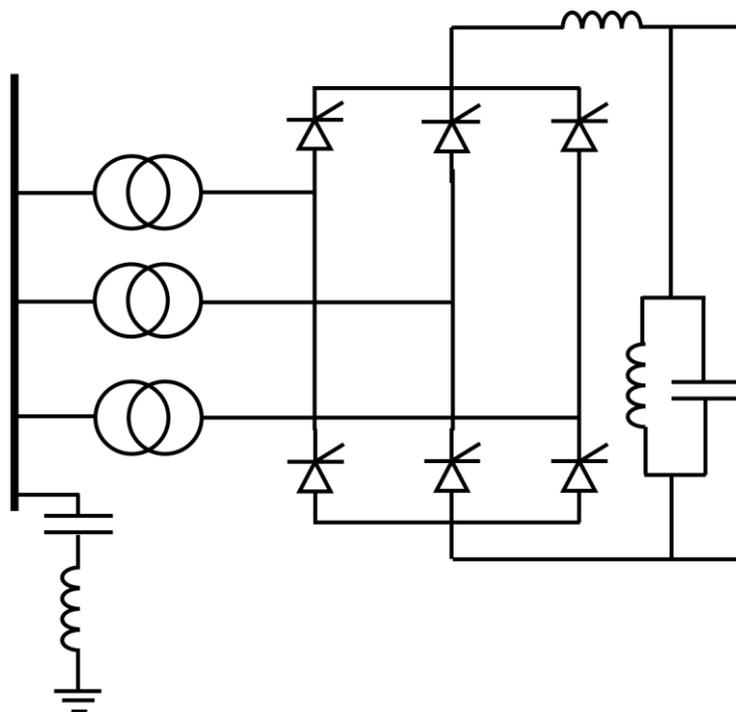


Figura 16 - Modelo esquemático de um conversor do tipo CSC a tiristor

Este tipo de conversor opera com baixas perdas durante os chaveamentos. Porém, o consumo de potência reativa dos conversores CSC podem ultrapassar de 50% da potência ativa transmitida [53], está sujeito a falhas de comutação e afundamentos de tensão, além de necessitar de grandes filtros para absorver os harmônicos provindos do lado CA.

A configuração do VSC é mostrada na Figura 17. O primeiro sistema teste de conversores VSC ocorreu em Hellsjön, na Suécia, em 1997. Em 1999, o primeiro projeto comercial de um elo HVDC com conversores VSC foi posto em operação, desta vez em Gotland, também na Suécia [57].

Nessa configuração, o conversor funciona de modo a manter a tensão CC constante e necessita de filtros capacitivos no lado de corrente contínua. No lado CA, o conversor não necessita de compensação de reativo, sendo capaz de fornecer ou absorver reativos e requer filtragem harmônica. Contudo, quando comparado ao CSC, o VSC requer filtros harmônicos menores [57].

Conversores VSC são normalmente controlados a partir de modulação PWM.

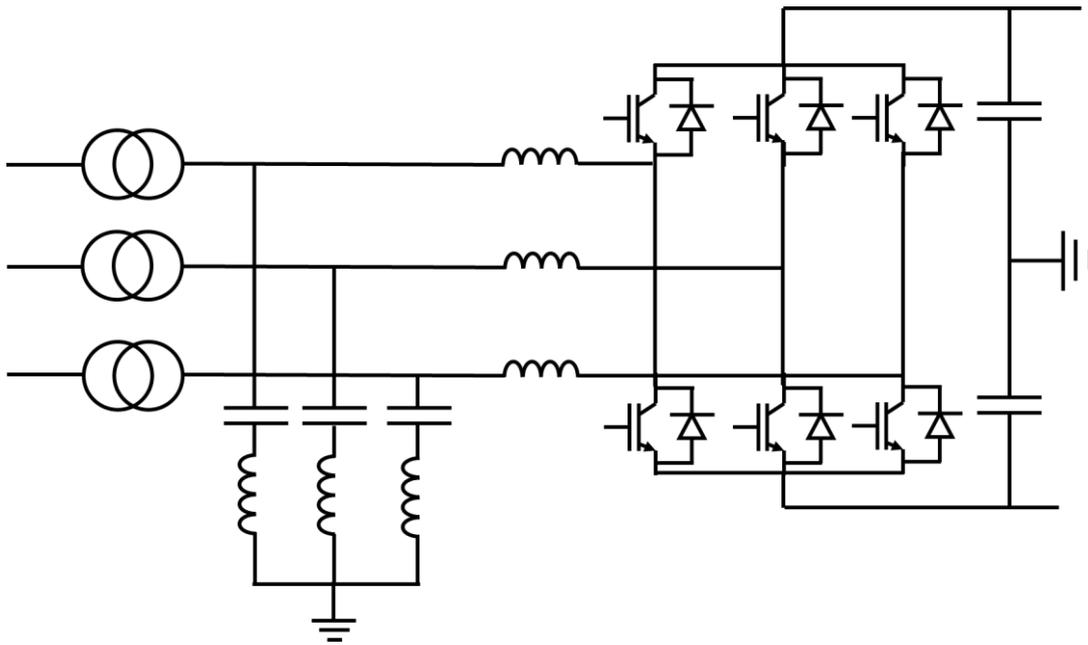


Figura 17 - Modelo esquemático de um conversor do tipo VSC

Ao se comparar a viabilidade das duas tecnologias de conversor, os CSCs possuem uma topologia mais economicamente vantajosa, sendo capazes de funcionar a um maior nível de tensão e de transportar um maior nível de potência, podendo suportar até 1000kV e 4000MW por estação, enquanto conversores VSC trabalham a uma tensão máxima de 300kV e uma potência máxima de 500MW [55]. Os conversores CSC possuem também menores perdas de chaveamento do que os conversores VSC. Por essas vantagens, e por ser uma tecnologia mais antiga e mais difundida, os conversores CSC possuem maior implantação em campo do que os conversores VSC.

Conversores MMC (*Modular Multilevel Converter*) são uma topologia recente de conversor CSC, composta normalmente de múltiplos módulos de meia-ponte conectados em série. Esse tipo de conversor vem mostrando grande potencial comercial, sendo capaz de suportar tensões máximas de 400kV e potências máximas de 1GW. Contudo, essa é uma tecnologia nova, que não possui implementação no Brasil, e logo não está sendo considerada nesta dissertação.

Os conversores VSC, porém, estão se tornando mais competitivos comercialmente, especialmente os de topologia MMC. As vantagens que esses conversores apresentam sobre os conversores CSC são a melhor qualidade do sinal gerado, com menor distorção; um controle rápido das potências ativa e reativa, além da potência reativa poder ser controlada

independentemente da tensão CC [58]. A configuração VSC também permite a utilização de chaveamentos em alta frequência, além de não serem fortemente afetados por falhas CA [53].

Dentre os conversores fonte de corrente, dois diferentes arranjos das estações conversoras se destacam, os conversores com comutação natural, ou conversores comutados pela linha (*Line Commutated Converters – LCC*) e os conversores com capacitores de comutação (*Capacitor Commutated Converters – CCC*).

Estas tecnologias foram estudadas em diferentes documentos. Em [59] é feita uma comparação entre as respostas do LCC e do CCC a diferentes faltas. Em [60] se faz a análise do conteúdo harmônico na tensão dos conversores CCC e como ele influencia a redes CA e CC. Em [53] e [54], são desenvolvidos modelos de conversores LCC baseados em fasores dinâmicos, que possibilitam a representação tanto de transitórios eletromecânicos quanto eletromagnéticos. Em [62] propõem-se um modelo de conversor híbrido, composto por um retificador LCC e um inversor CCC, e o analisa em termos de estabilidade, desempenho dinâmico e susceptibilidade a falhas de comutação. Em [63] é apresentado um modelo alternativo para o LCC, em que se utiliza capacitores controlados a tiristores conectados como forma de se eliminar falhas de comutação.

2.5.2. HVDC LCC

O modelo de elo HVDC baseado em LCCs, também é conhecido como o modelo convencional, tradicional ou clássico. O esquema do retificador LCC é demonstrado na Figura 18, e o do inversor na Figura 20. Como o desenvolvimento das equações dessa configuração já foram feitas em [58] e [60], nesta seção serão mostrados somente os resultados finais desse desenvolvimento.

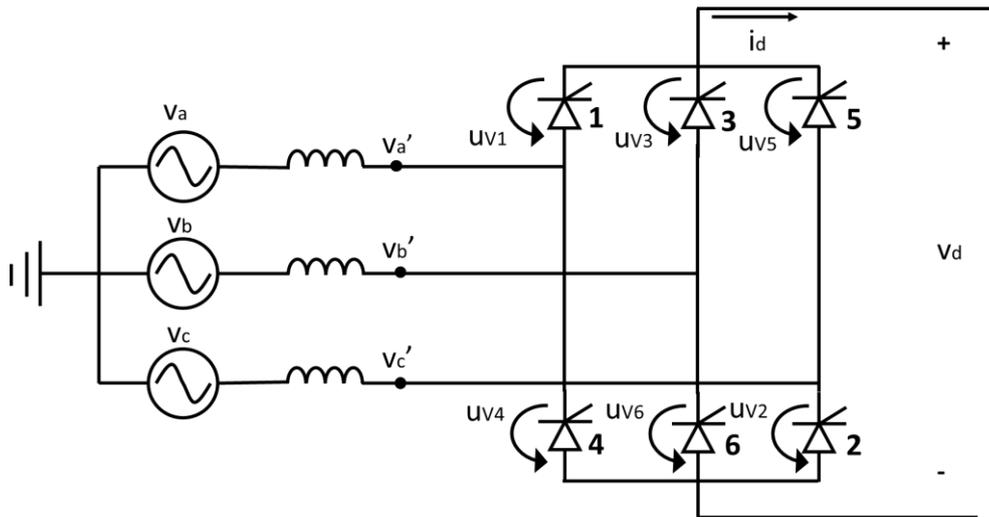


Figura 18 - Modelo esquemático de um retificador LCC

As tensões v_a , v_b e v_c representam as tensões de fase de um sistema trifásico, logo possuem tensões de mesma amplitude que estão defasadas em 120° graus em relação uma à outra.

O princípio de comutação dos conversores LCC pode ser explicado pela análise da ponte de seis pulsos. Na Figura 18, cada válvula é numerada de acordo com sua sequência de disparo. Durante a operação normal e ideal do conversor, somente dois tiristores estão conduzindo ao mesmo tempo, um do grupo superior e um do grupo inferior. Devido a indutância do transformador, a comutação do sistema não ocorre instantaneamente. Logo, durante comutação, três dos tiristores estão conduzindo simultaneamente. O período de tempo entre o disparo da nova válvula e ao bloqueio da válvula antiga é chamado de ângulo de comutação (μ).

Na Figura 18, considere que logo antes da comutação ocorrer, as válvulas 1 e 2 estão conduzindo. Nesse momento, a tensão na válvula 1 é idealmente nula, e a diferença de tensão entre as válvulas 1 e 3 é dada por (30):

$$u_{v3}(t) = v_b(t) - v_a(t) \quad (30)$$

Durante o período de condução normal, antes do início da comutação, a equação do acionamento da válvula 3 é dada por (31):

$$u_{v3}(t) - u_{v1}(t) = v_b(t) - v_a(t) \quad (31)$$

Os tiristores são controlados para dispararem coordenadamente com a rede CA, de modo a se controlar a tensão CC. Isso se faz ao se especificar o momento de disparo do tiristor, ao invés de deixá-lo conduzir no momento em que ele se torna diretamente polarizado. A diferença entre o momento da polarização positiva da chave e o seu disparo é chamado de ângulo de disparo (α).

Os efeitos do ângulo de disparo e ângulo de comutação na tensão é mostrado na Figura 19.

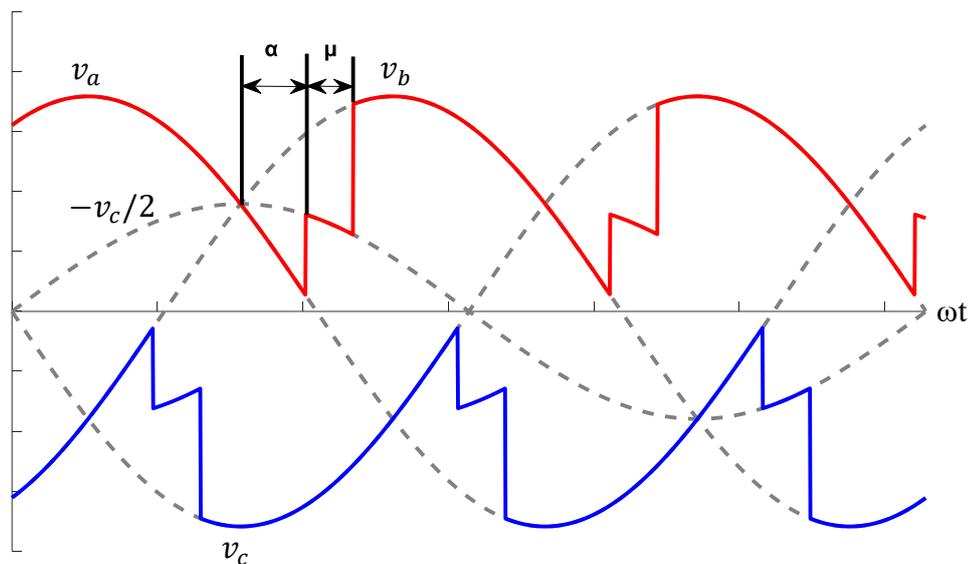


Figura 19 - Tensão contínua positiva (vermelho) e negativa (azul) do retificador LCC

O processo de inversão é análogo ao de retificação, mas com o disparo ocorrendo com ângulos maiores do que 90° . A Figura 20 mostra um inversor LCC. Considere que, na situação de pré-comutação, os tiristores 1 e 2 estão conduzindo. Nesse momento, a tensão na válvula 3 é dada pela equação (32), enquanto sua equação de acionamento é dada pela equação (33):

$$u_{v3} = v_a - v_b \quad (32)$$

$$u_{v3} - u_{v1} = v_a - v_b \quad (33)$$

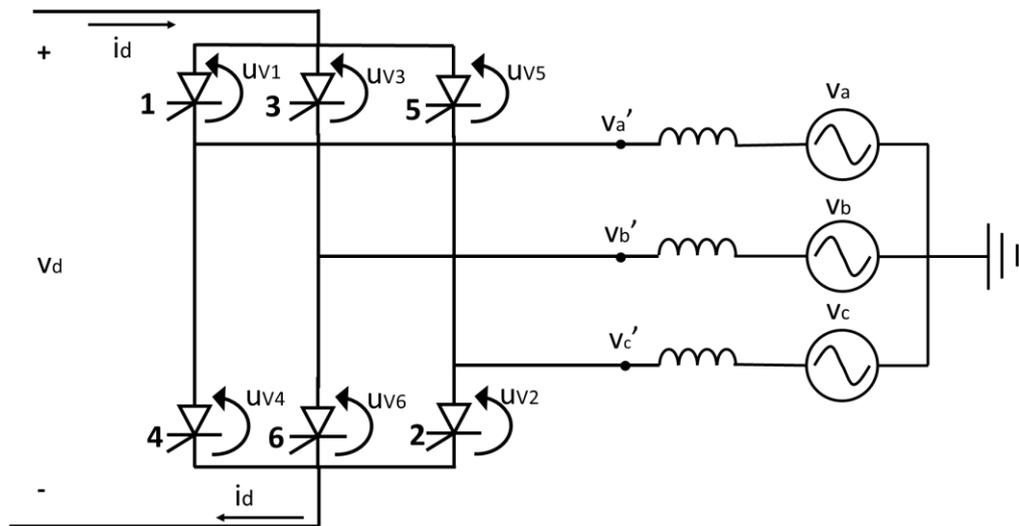


Figura 20 - Modelo esquemático de um inversor LCC

2.5.3. HVDC CCC

Os elos HVDC tradicionais, apesar de eficientes, confiáveis e econômicos, possuem limitações, tais como uma necessidade de grandes filtros no lado CA, altas demandas de potência reativa para os sistemas de corrente contínua ao qual eles estão conectados, sensibilidade a afundamentos de tensão e a mudanças bruscas de ângulo de fase da tensão CA e problemas operacionais quando conectados a sistemas com baixos níveis de curto-circuito. Estes problemas podem acarretar em falhas de comutação ou, em casos extremos, em interrupção na transmissão de energia [46], [62].

Visando minimizar os problemas aqui apresentados, foram desenvolvidas topologias que utilizam comutação forçada, ao invés da comutação natural da linha. Isso levou ao estudo de arranjos que incluam capacitores série no sistema HVDC. Três configurações estudadas são mostradas na Figura 21, na Figura 22 e na Figura 23, obtidas da literatura [6].

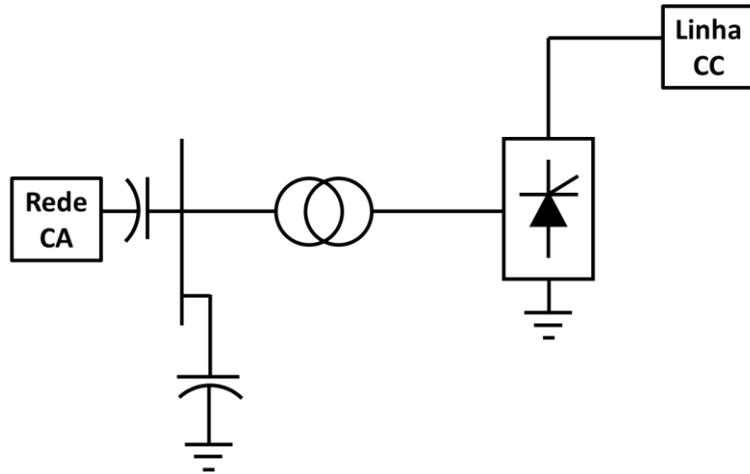


Figura 21 - Configuração A

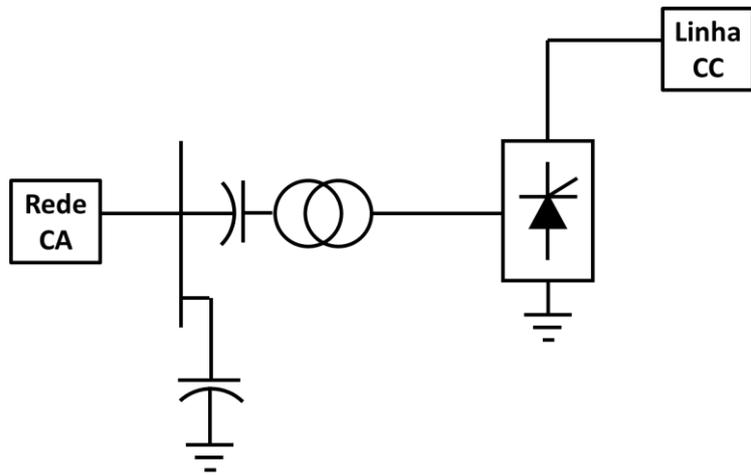


Figura 22 - Configuração B

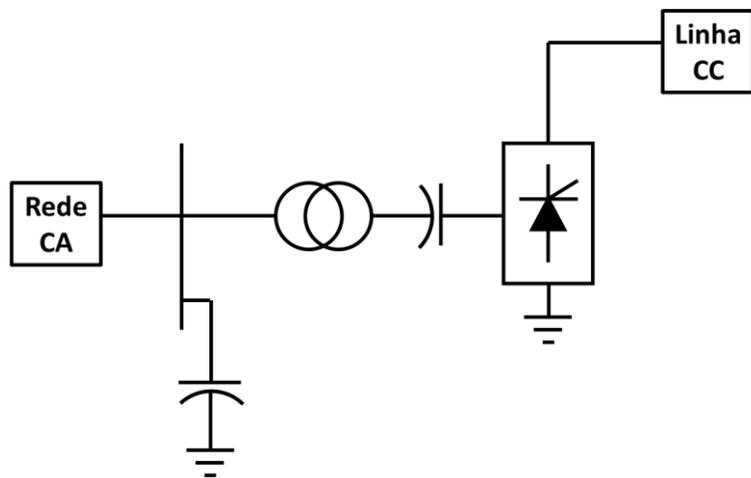


Figura 23 - Configuração C

Ao se analisar o primeiro circuito apresentado na Figura 21, verifica-se que o capacitor está conectado em série com o lado CA da unidade conversora. Esta configuração é a mesma utilizada em linhas CA para diminuição da reatância, e não afeta a operação interna do conversor.

No segundo arranjo mostrado na Figura 22, os capacitores são instalados entre o transformador da conversora e a barra de comutação. Assim sendo, desta vez o capacitor está incluído no circuito de comutação e afeta a operação interna do conversor. Contudo, nessa configuração, os capacitores estão instalados no lado de mais alta tensão da conversora, com tensões que podem ultrapassar 500kV. Esses valores de tensão forçam grandes níveis de isolamento do lado CA, o que inviabiliza esse arranjo.

No terceiro arranjo, demonstrado na Figura 23, a unidade capacitiva está no lado de baixa tensão do transformador, entre o transformador e as válvulas. Nessa configuração, as unidades capacitivas também estão inseridas no circuito de comutação, e conseqüentemente afetam a operação do conversor, o que aumenta a corrente que passa pelos capacitores. Este modelo também resolve os problemas do nível de isolamento dos capacitores que o segundo modelo contém. Esta configuração do conversor ficou conhecida como CCC.

Outras vantagens que o modelo CCC possui sobre as configurações mostradas na Figura 21 e na Figura 22 são a diminuição da potência nominal dos transformadores, a inexistência do risco de ferro-ressonância e a ausência de corrente de sequência zero circulando pelos capacitores [6].

No Brasil, a primeira vez que a tecnologia CCC foi implementada foi o projeto de Garabi, implementado em 1998, com início de operação em 2000. Esse elo HVDC é um *back-to-back* que permite a importação e a exportação de energia elétrica da Argentina para o Brasil. Ele é situado na fronteira dos dois países, aonde a energia em 50 Hz do lado argentino é convertida para 60 Hz, e é transmitida até a subestação de Itá, em Santa Catarina. Esse é o primeiro e o maior sistema CCC a operar no mundo, com capacidade de transmissão de 2200 MW [46], [64]. Na região do Rio Madeira, a subestação coletora Porto Velho conta com dois conversores CCC *back-to-back* instalados. Esses conversores foram instalados para fazer a conexão da região, que funciona a 500 kV, com o sistema elétrico dos estados do Acre e de Rondônia, que funcionam a 230 kV e possuem baixa relação de curto-circuito. Nesse caso, os *back-to-back* fazem a conexão assíncrona entre os sistemas do Rio Madeira e os do Acre e de Rondônia, isolando-os e garantindo uma ligação estável [45], [65].

O diagrama esquemático do modelo do CCC está apresentado na Figura 24. Este modelo difere estruturalmente do modelo clássico pela presença dos capacitores de comutação instalados entre o transformador e a ponte de *Graetz*. Nesta figura, os indutores de linha fazem a representação trifásica do transformador do conversor. Na Figura 25, é demonstrado o circuito equivalente de comutação.

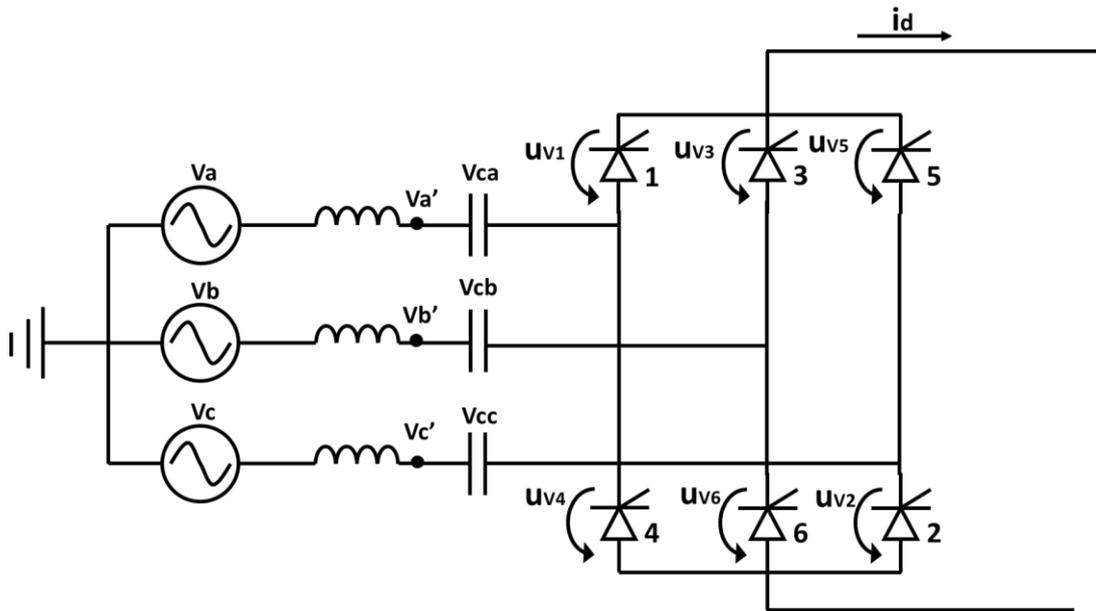


Figura 24 - Modelo esquemático de um retificador CCC

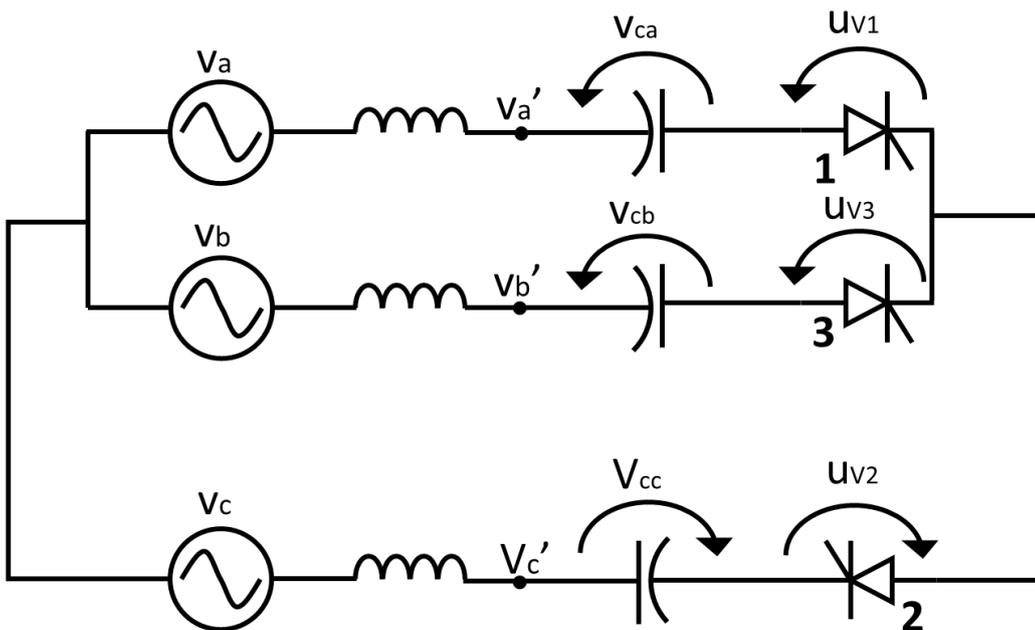


Figura 25 - Circuito representativo da comutação no CCC

Considere, a partir da Figura 25, que o conversor está realizando o processo de comutação, no exato momento em que a válvula v3 está entrando em condução, e a válvula v1 está saindo de condução. Nesta situação, a equação do acionamento das válvulas é dada pela equação (34):

$$u_{v3} - u_{v1} = (v'_b - vc_b) - (v'_a - vc_a) \quad (34)$$

Porém durante o período de condução das válvulas 1 e 2, idealmente a queda de tensão nelas é nula ($u_{v1} = 0$). Além disso, durante condução plena, a corrente circulando pelas válvulas 1 e 2 é aproximadamente constante e, logo, a queda de tensão nas indutâncias das fases A e B são aproximadamente nulas. Assim sendo:

$$v_b - v_a = v'_b - v'_a \quad (35)$$

Substituindo-se (35) na equação (34) e aplicando-se $u_{v1} = 0$, obtém-se a equação da tensão da válvula 3, logo antes do disparo:

$$u_{v3} = v_b - v_a - vc_b + vc_a \quad (36)$$

No momento de disparo da válvula 3, a válvula 1 já conduziu corrente por quase todo o seu período de condução. Assim sendo, o capacitor da fase A está carregado positivamente, com carga próxima da máxima. Da mesma maneira, o capacitor da fase B está com carga negativa máxima. Isso se deve ao fato de a válvula 6 ter sido a última desta fase a conduzir, carregando-o negativamente. A tensão existente nesses capacitores causa um incremento na tensão da válvula 3, igual a aproximadamente o dobro da tensão máxima dos capacitores. Esse incremento resulta em um adiantamento da tensão da válvula, quando comparada à diferença de tensão entre as fases A e B. Devido a esse adiantamento, se torna possível disparar os tiristores com $\alpha = 0^\circ$, ou até mesmo com um α negativo. Isso resulta em um consumo de potência reativo menor por parte da estação conversora e, no caso de o ângulo

de disparo ser negativo, a estação conversora se comporta como uma carga capacitiva, produzindo potência reativa.

O ângulo de disparo é mostrado na Figura 26, que mostra a tensão na válvula 3 e a tensão terminal entre as fases A e B. Nela pode-se notar que o trecho senoidal da tensão da válvula, antes do disparo está adiantado em relação à tensão terminal. A Figura 27, Figura 28 e Figura 29 mostram as formas de onda esperadas de um conversor do tipo CCC.

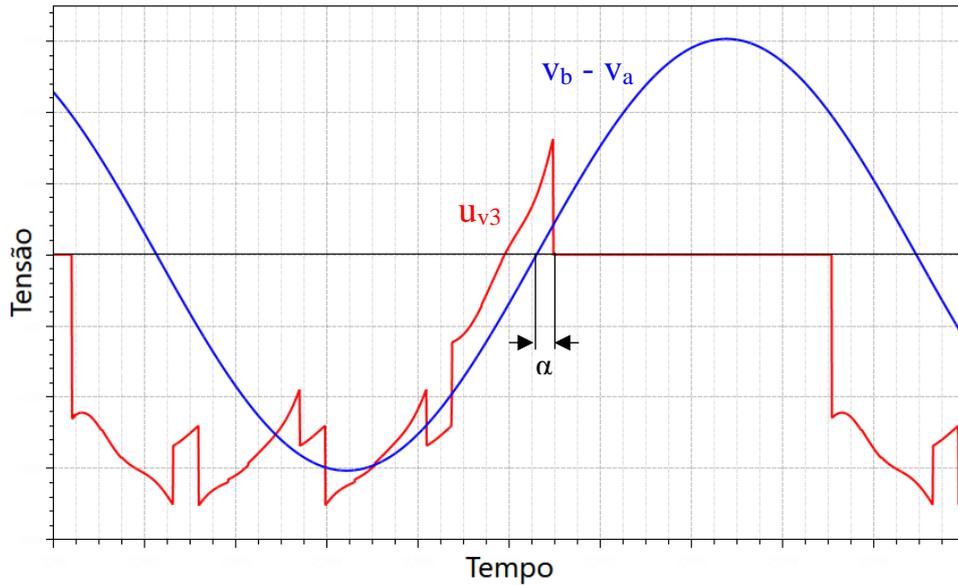


Figura 26 - Comparação entre a tensão na válvula 3 e a tensão BA.

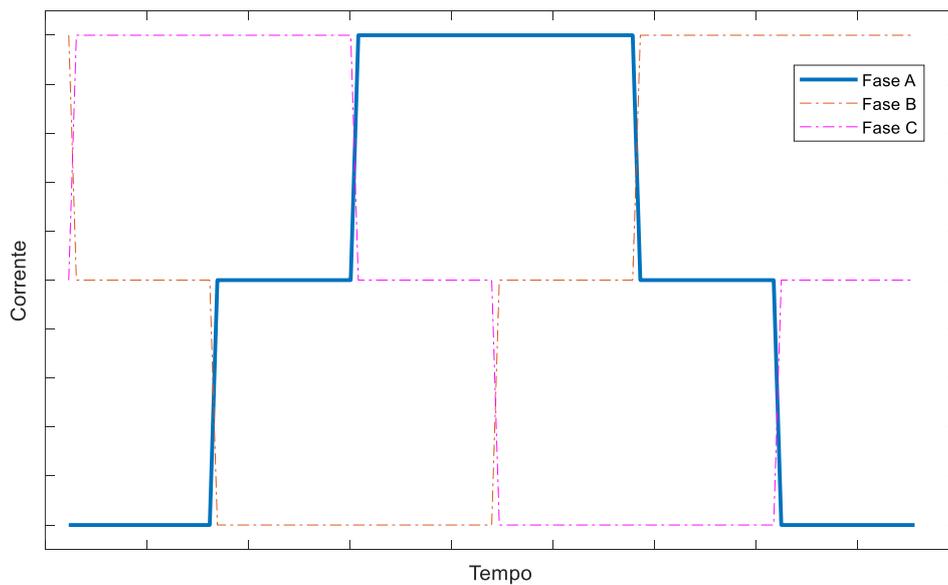


Figura 27 - Forma de onda da corrente de fase de um retificador CCC

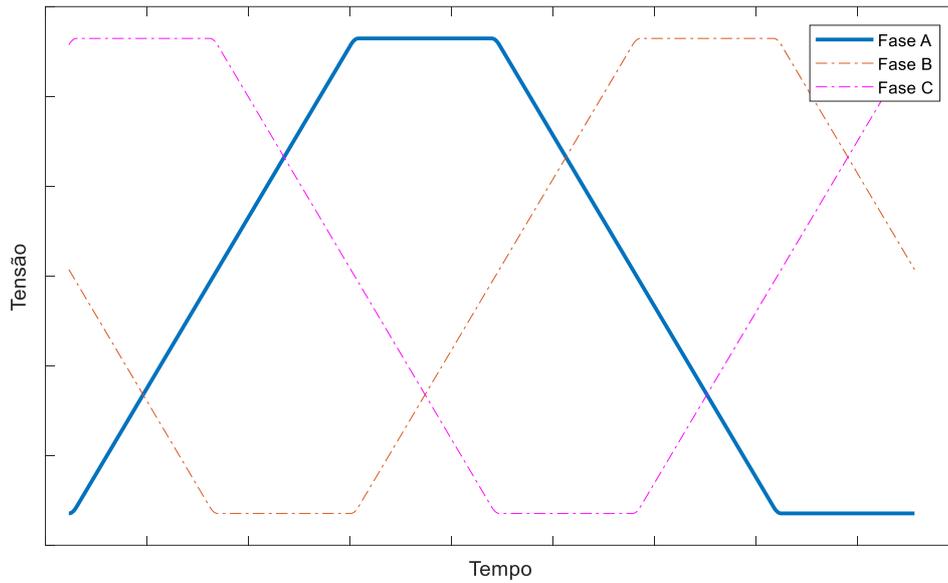


Figura 28 - Forma de onda da tensão nos capacitores de um retificador CCC

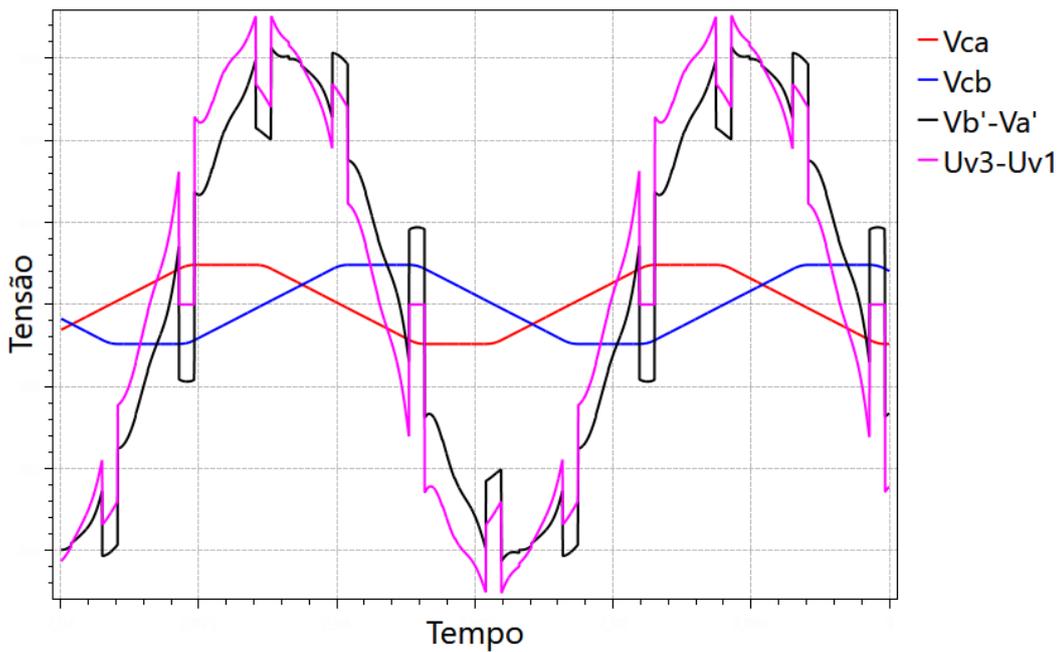


Figura 29 - Formas de onda da tensão do capacitor a (vermelho), tensão do capacitor b (azul), diferença de tensão entre as fases a e b do transformador (preto) e diferença de tensão entre as válvulas 1 e 3 do conversor (rosa)

Na Figura 29, pode-se observar que a diferença de tensão entre as válvulas 1 e 3 do conversor é igual à soma da tensão entre as fases a e b do transformador e a diferença entre a tensão nos capacitores a e b. Isso desloca para a esquerda o ponto em que a tensão entre as

válvulas cruza o zero. Isso demonstra a contribuição dos capacitores de comutação à tensão do conversor, antecipando o disparo de suas válvulas.

Da mesma forma, a Figura 30 mostra o esquema de um inversor CCC, enquanto a Figura 31 mostra as formas de onda genéricas deste inversor. O processo de inversão é análogo ao de retificação, porém com a tensão e corrente nos capacitores invertidas, e equação de acionamento das válvulas sendo dada pela equação (37):

$$u_{v1} - u_{v3} = (v'_b + vc_b) - (v'_a + vc_a) \quad (37)$$

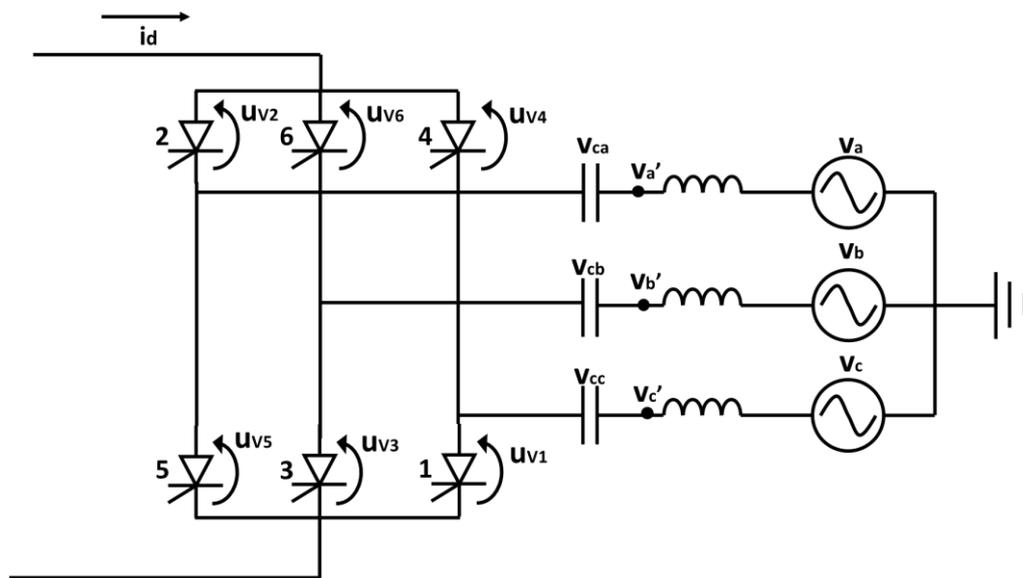


Figura 30 - Modelo esquemático de um inversor CCC

No instante de extinção, quando a válvula 1 para de conduzir e a válvula 3 passa a conduzir plenamente, a corrente na válvula 1 passa a ser zero, e a corrente da válvula 3 se torna constante e sua tensão, nula. Assim sendo, a equação da válvula 1 se torna:

$$u_{v1} = v_b - v_a + vc_b - vc_a \quad (38)$$

Para o caso do inversor, se define o ângulo de extinção (γ), como o ângulo entre o momento em que a tensão da barra terminal cruza por zero e o momento da extinção da condução da válvula. Assim como no retificador as tensões nos capacitores de comutação influenciam o ângulo de disparo, no caso do inversor as tensões nos capacitores também

influenciam o ângulo de extinção, permitindo que ele seja zero ou negativo. Isso pode ser visto na Figura 31, aonde a tensão entre as fases A e B é comparada com a tensão entre as válvulas 1 e 3.

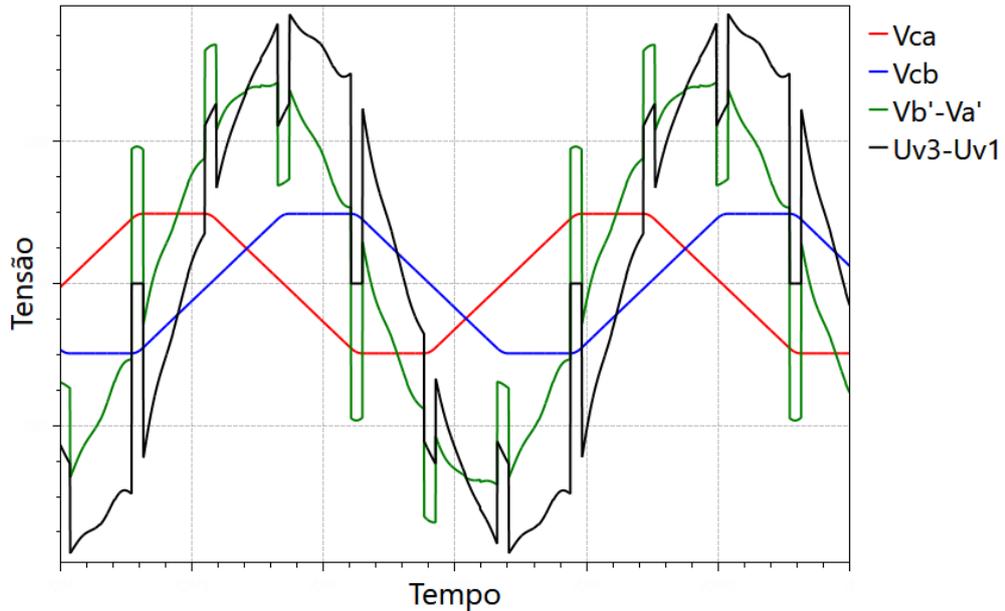


Figura 31 - Formas de onda da tensão do capacitor a (vermelho), tensão do capacitor b (azul), diferença de tensão entre as fases a e b do transformador (verde) e diferença de tensão entre as válvulas 1 e 3 do conversor (preto)

Analogamente ao retificador, na Figura 31, pode-se observar que a contribuição dos capacitores de comutação na operação do conversor. Na situação de retificador, os capacitores contribuem no sentido de facilitar o bloqueio das válvulas, deslocando para a direita o ponto em que a tensão nas válvulas cruza o ponto eixo das abscissas, resultando também na diminuição da demanda de energia reativa do conversor, e, para o caso de um ângulo de extinção negativo, na geração de potência reativa.

Capítulo 3 - Metodologia Proposta

Neste capítulo são apresentados os modelos de sistemas de elos HVDC com CCCs, os equacionamentos desenvolvidos e o processo utilizados para a validação desses modelos. Esta sessão está organizada em duas partes: Dedução das equações do modelo tradicional de conversores CCC e o desenvolvimento dos modelos de conversores CCC propostos. As equações aqui desenvolvidas são utilizadas no desenvolvimento do modelo de conversor proposto.

3.1. Dedução dos equacionamentos de elos HVDC com CCCs

As equações do modelo matemático dos conversores com capacitores de comutação tradicionais foram inicialmente apresentadas em [66], porém alguns de seus equacionamentos apresentavam imprecisões, que resultavam em algumas das equações finais estarem incorretas. Em [6] e [67], as equações finais da modelagem foram modificadas. Para esta dissertação, fez-se a dedução completa das equações dos conversores CCC, obtendo-se resultados finais iguais aos obtidos em [6] e [67]. A Figura 32 ilustra a forma de onda da tensão nos capacitores em um período de meio ciclo, durante regime permanente. Na figura, o capacitor começa com carga negativa máxima, e no instante $t=0$, uma das válvulas conectadas ao capacitor entra em condução, carregando o capacitor positivamente.

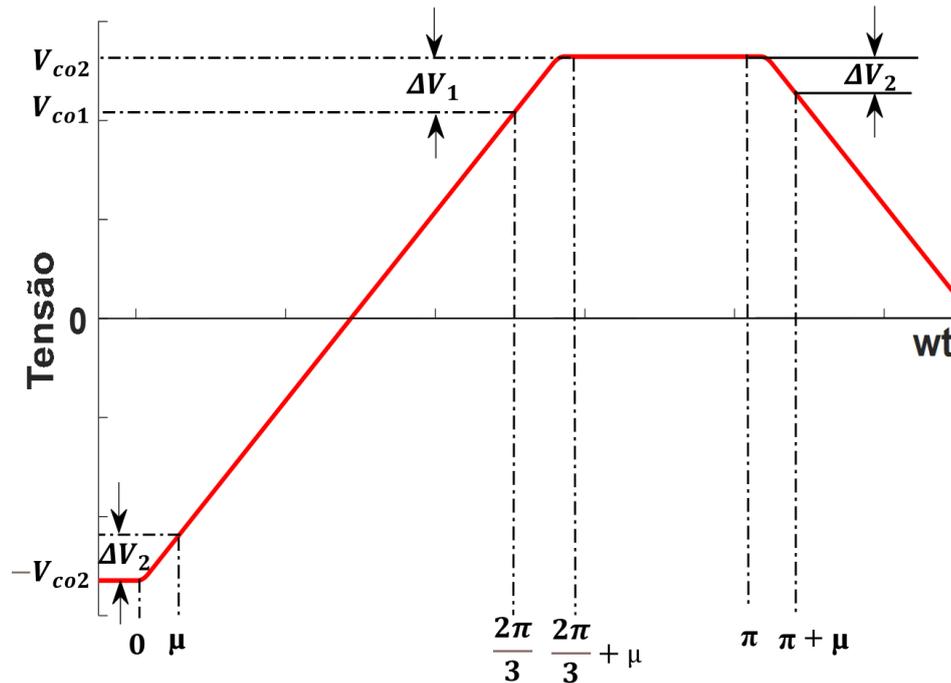


Figura 32 - Forma de onda da tensão no capacitor

Para a dedução das equações da modelagem, é necessário primeiro se definir alguns variáveis:

ω : Frequência angular

C: Capacitância

i_d : Corrente contínua no conversor.

i_1 : Corrente da fase saindo de condução.

i_2 : Corrente da fase entrando em condução.

$$i_d = i_1 + i_2$$

v_d : Tensão contínua instantânea.

V_d : Tensão contínua média.

V_{co1} : Tensão do capacitor saindo de condução no início da comutação.

V_{co2} : Tensão do capacitor entrando em condução no início da comutação.

ΔV_1 : Variação da tensão do capacitor saindo de condução, durante comutação.

ΔV_2 : Variação da tensão do capacitor entrando em condução, durante comutação.

Primeiro, calcula-se a variação da tensão do capacitor para ($0 \geq \omega t \geq \pi$):

$$\begin{aligned}\Delta V_c &= \frac{1}{C} \left(\int_0^\mu i_2 d\omega t + \int_\mu^{\frac{2\pi}{3}} i_d d\omega t + \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}+\mu} i_1 d\omega t + 0 \right) \\ \Delta V_c &= \frac{1}{C} \left(\int_0^{\frac{\mu}{\omega}} i_2 dt + \int_{\frac{\mu}{\omega}}^{\frac{2\pi}{3\omega}} i_d dt + \int_{\frac{2\pi}{3\omega}}^{\frac{2\pi}{3\omega}+\frac{\mu}{\omega}} i_1 dt \right) \\ \Delta V_c &= \frac{1}{C} \left(i_2 \frac{\mu}{\omega} + \frac{i_d}{\omega C} \left(\frac{2\pi}{3} - \mu \right) + i_1 \frac{\mu}{\omega} \right)\end{aligned}\quad (39)$$

Como $\Delta V = i\mu/\omega C$:

$$\Delta V_c = \Delta V_2 + \frac{i_d}{\omega C} \left(\frac{2\pi}{3} - \mu \right) + \Delta V_1 \quad (40)$$

Em regime permanente, a forma de onda da tensão do capacitor é uma onda simétrica em torno do eixo das abscissas. Logo, o tempo necessário para a forma de onda ir do instante $t = 0$ até o momento em que a onda cruza o eixo x é o mesmo tempo que leva a tensão para ir deste ponto até o instante $t = \frac{2\pi}{3} + \mu$. Logo:

$$V_{co2} - 0 = \frac{\Delta V_c}{2} \quad (41)$$

Combinando as equações (39) e (41), obtém-se:

$$V_{co2} = \frac{1}{2} \left(\Delta V_2 + \frac{i_d}{\omega C} \left(\frac{2\pi}{3} - \mu \right) + \Delta V_1 \right) \quad (42)$$

Da Figura 32, sabe-se também que:

$$V_{co2} = V_{co1} + \Delta V_1 \quad (43)$$

Substituindo-se a equação (43) em (42) obtém-se:

$$V_{co1} + \Delta V_1 = \frac{1}{2} \left(\Delta V_2 + \frac{i_d}{\omega C} \left(\frac{2\pi}{3} - \mu \right) + \Delta V_1 \right)$$

$$V_{co1} = \frac{1}{2} \left(\Delta V_2 + \frac{i_d}{\omega C} \left(\frac{2\pi}{3} - \mu \right) - \Delta V_1 \right) \quad (44)$$

Como já foi estabelecido, $i_d = i_1 + i_2$. Esta equação pode ser reescrita como:

$$\frac{1}{C} \int_0^{\frac{\mu}{\omega}} i_d \, d\omega t = \frac{1}{C} \left(\int_0^{\frac{\mu}{\omega}} i_1 \, d\omega t + \int_0^{\frac{\mu}{\omega}} i_2 \, d\omega t \right)$$

$$\frac{i_d \mu}{\omega C} = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad (45)$$

Combinando-se as equações (45) e (42), obtém-se as equações (46) e (47), que serão utilizadas para a dedução de outras variáveis do conversor:

$$V_{co2} = \frac{1}{2} \left(\Delta V_1 + \Delta V_2 + \frac{2\pi i_d}{3\omega C} - (\Delta V_1 + \Delta V_2) \right)$$

$$V_{co2} = \frac{\pi i_d}{3\omega C} \quad (46)$$

$$V_{co1} = \frac{\pi i_d}{3\omega C} - \Delta V_1 \quad (47)$$

As equações de modelagem para as tensões V_{co1} e V_{co2} são utilizadas para a dedução de outras variáveis desse conversor.

Para deduzir as equações para as correntes i_1 e i_2 , é necessário se referir à Figura 33, que mostra o circuito de comutação do conversor.

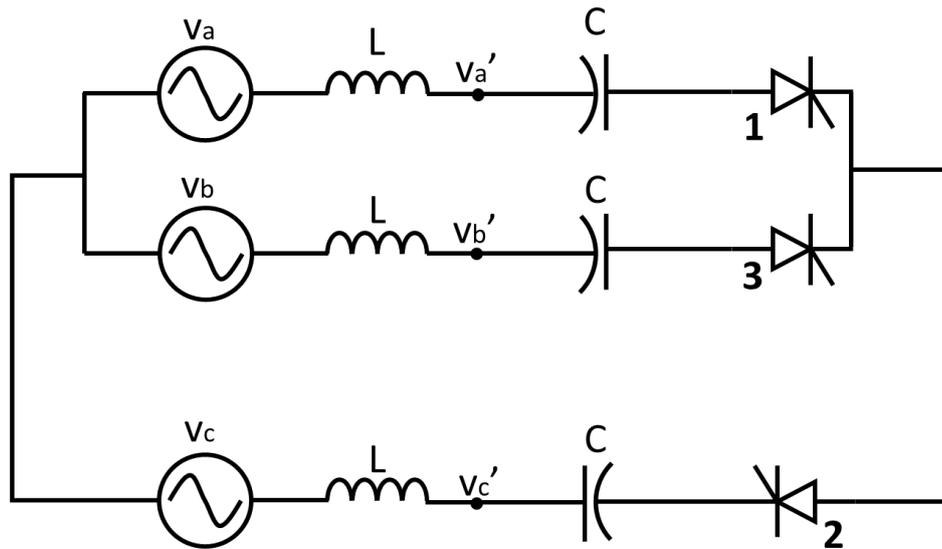


Figura 33 - Circuito de comutação do conversor do tipo CCC

As tensões das fases A e B, são representadas pelas equações (48) e (49):

$$v_a = \sqrt{\frac{2}{3}} V_L \cos\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$v_a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_L \left[\frac{1}{2} \cos(\omega t + \alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\omega t + \alpha) \right]$$

$$v_a = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} V_L \cos(\omega t + \alpha) - \frac{\sqrt{2}}{2} V_L \sin(\omega t + \alpha) \quad (48)$$

$$v_b = \sqrt{\frac{2}{3}} V_L \cos\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$v_b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_L \left[\frac{1}{2} \cos(\omega t + \alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\omega t + \alpha) \right]$$

$$v_b = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} V_L \cos(\omega t + \alpha) + \frac{\sqrt{2}}{2} V_L \sin(\omega t + \alpha) \quad (49)$$

Subtraindo-se (48) e (49):

$$v_a - v_b = -\sqrt{2} V_L \sin(\omega t + \alpha) \quad (50)$$

Porém, aplicando-se a lei de Kirchoff entre as fases A e B, obtém-se:

$$v_a - v_b = -L \frac{di_2}{dt} - \frac{1}{C} \int i_2 dt + \frac{1}{C} \int i_1 dt + L \frac{di_1}{dt}$$

$$-\sqrt{2} V_L \sin(\omega t + \alpha) = -L \frac{di_2}{dt} - \frac{1}{C} \int i_2 dt + \frac{1}{C} \int i_1 dt + L \frac{di_1}{dt} \quad (51)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace à equação (51), considerando-se $\frac{V_{co1}}{s}$ e $\frac{V_{co2}}{s}$ como os valores iniciais da tensão nos capacitores e LI_d o valor inicial da corrente na fase saindo de condução, tem-se:

$$-\sqrt{2} V_L \frac{s \sin \alpha + \omega \cos \alpha}{s^2 + \omega^2} = -sLI_2 - \frac{(-V_{co2})}{s} - \frac{I_2}{sC} + \frac{I_1}{sC} + \frac{V_{co1}}{s} - LI_d + sLI_1 \quad (52)$$

Aplicando-se as equações (46) e (47) à equação (52):

$$-\sqrt{2} V_L \frac{s \sin \alpha + \omega \cos \alpha}{s^2 + \omega^2} = -sLI_2 + \frac{\pi I_d}{3s\omega C} - \frac{I_2}{sC} + \frac{I_d}{s^2 C} - \frac{I_2}{sC} + \frac{\pi I_d}{3s\omega C} - \frac{\Delta V_1}{s} - LI_d + sL \frac{I_d}{s} - sLI_2 \quad (53)$$

A partir de (53) calcula-se a equação da corrente I_2 :

$$I_2 = \left(\frac{\sqrt{2} V_L s \sin \alpha}{s^2 + \omega^2} + \frac{\sqrt{2} V_L \omega \cos \alpha}{s^2 + \omega^2} + \frac{2\pi I_d}{3s\omega C} + \frac{I_d}{s^2 C} - \frac{\Delta V_1}{s} \right) \frac{1}{2L} \left(\frac{s}{s^2 + \frac{1}{LC}} \right)$$

$$I_2 = \frac{1}{s(s^2 + \omega^2)(s^2 + \frac{1}{LC})} \left(\frac{\sqrt{2} V_L s^3 \sin \alpha}{2L} + \frac{\sqrt{2} V_L s^2 \omega \cos \alpha}{2L} + \frac{s\pi I_d (s^2 + \omega^2)}{3\omega LC} + \frac{I_d (s^2 + \omega^2)}{2LC} - \frac{\Delta V_1 s (s^2 + \omega^2)}{2L} \right)$$

$$I_2 = \frac{1}{s(s^2 + \omega^2)(s^2 + \frac{1}{LC})} \left(\frac{\sqrt{2} V_L s^3 \sin \alpha}{2L} + \frac{\sqrt{2} V_L s^2 \omega \cos \alpha}{2L} + \frac{s^3 \pi I_d}{3\omega LC} + \frac{s\omega \pi I_d}{3LC} + \frac{I_d s^2}{2LC} + \frac{I_d \omega^2}{2LC} - \frac{\Delta V_1 s^3}{2L} - \frac{\Delta V_1 s \omega^2}{2L} \right) \quad (54)$$

A equação (54) pode ser resolvida através do método das frações parciais:

$$I_2 = \frac{1}{s(s^2 + \omega^2)(s^2 + \frac{1}{LC})} \left(\frac{\sqrt{2} V_L s^3 \sin \alpha}{2L} + \frac{\sqrt{2} V_L s^2 \omega \cos \alpha}{2L} + \frac{s^3 \pi I_d}{3\omega LC} + \frac{s\omega \pi I_d}{3LC} + \frac{I_d s^2}{2LC} + \frac{I_d \omega^2}{2LC} - \frac{\Delta V_1 s^3}{2L} - \frac{\Delta V_1 s \omega^2}{2L} \right) = \frac{A}{s} + \frac{Bs + D}{s^2 + \omega^2} + \frac{Es + F}{s^2 + \frac{1}{LC}} \quad (55)$$

Os polos da equação (55) são $s = 0$; $s = \pm i\omega$; $s = \pm \frac{i}{\sqrt{LC}}$.

Reescreve-se a equação (55) como:

$$\frac{1}{s(s^2+\omega^2)\left(s^2+\frac{1}{LC}\right)} \left(\frac{\sqrt{2}V_L s^3 \sin \alpha}{2L} + \frac{\sqrt{2}V_L s^2 \omega \cos \alpha}{2L} + \frac{s^3 \pi I_d}{3\omega LC} + \frac{s\omega \pi I_d}{3LC} + \frac{I_d s^2}{2LC} + \frac{I_d \omega^2}{2LC} - \frac{\Delta V_1 s^3}{2L} - \frac{\Delta V_1 s \omega^2}{2L} \right) = A(s^2 + \omega^2) \left(s^2 + \frac{1}{LC} \right) + (Bs + D)s \left(s^2 + \frac{1}{LC} \right) + (Es + F)s(s^2 + \omega^2) \quad (56)$$

Aplicando-se o polo $s = 0$ a (56):

$$\frac{A\omega^2}{LC} = \frac{I_d \omega^2}{2LC} \rightarrow A = \frac{I_d}{2} \quad (57)$$

Aplicando-se $s = i\omega$ a equação (56) obtém-se:

$$B\omega^4 - \frac{B\omega^2}{LC} - iD\omega^2 + i\frac{D\omega}{LC} = -i\frac{\sqrt{2}V_L \omega^3 \sin \alpha}{2L} - \frac{\sqrt{2}V_L \omega^3 \cos \alpha}{2L} - i\frac{\pi \omega^2 I_d}{3LC} + i\frac{\omega^2 \pi I_d}{3LC} - \frac{\omega^2 I_d}{2LC} + \frac{\omega^2 I_d}{2LC} + i\frac{\Delta V_1 \omega^3}{2L} - i\frac{\Delta V_1 \omega^3}{2L}$$

$$B \left(\frac{\omega^4 LC - \omega^2}{LC} \right) = -\frac{\sqrt{2}V_L \omega^3 \cos \alpha}{2L} \rightarrow B = -\frac{\sqrt{2}V_L LC \omega^3 \cos \alpha}{2L(\omega^4 LC - \omega^2)} = -\frac{\sqrt{2}V_L LC \omega \cos \alpha}{2L(\omega^2 LC - 1)}$$

$$B = \frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} \quad (58)$$

$$D \left(\frac{\omega - \omega^3 LC}{LC} \right) = -\frac{\sqrt{2}V_L \omega^3 \sin \alpha}{2L} \rightarrow D = -\frac{\sqrt{2}V_L LC \omega^3 \sin \alpha}{2L(\omega - \omega^3 LC)}$$

$$D = -\frac{\sqrt{2}V_L \omega^2 \sin \alpha}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} \quad (59)$$

E aplicando-se $s = \frac{i}{\sqrt{LC}}$ na equação (56) obtém-se:

$$\left(\frac{iE}{\sqrt{LC}} + F \right) \frac{1}{\sqrt{LC}} \left(-\frac{1}{LC} + \omega^2 \right) = \frac{E}{(LC)^2} - \frac{E\omega^2}{LC} - \frac{iF}{(LC)^{3/2}} + \frac{iF\omega^2}{\sqrt{LC}} = -i\frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha}{2L(LC)^{3/2}} - \frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha}{2L(LC)} - i\frac{\pi I_d}{3\omega LC(LC)^{3/2}} + i\frac{\pi I_d \omega}{3LC\sqrt{LC}} - \frac{I_d}{2(LC)^2} + \frac{I_d \omega^2}{2LC} + i\frac{\Delta V_1}{2L(LC)^{3/2}} - i\frac{\Delta V_1 \omega^2}{2L\sqrt{LC}}$$

$$\frac{E}{LC} \left(\frac{1}{LC} - \omega^2 \right) = -\frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha}{2L(LC)} - \frac{I_d}{2(LC)^2} + \frac{I_d \omega^2}{2LC}$$

$$E = \frac{LC}{\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} \left(-\frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha}{2L(LC)} - \frac{I_d}{2(LC)^2} + \frac{I_d \omega^2}{2LC} \right) = -\frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{I_d}{2(LC)\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{I_d \omega^2}{2\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)}$$

$$E = -\frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} + I_d \left(\frac{\omega^2 LC - 1}{2LC\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} \right) = -\frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} - I_d \left(\frac{1-\omega^2 LC}{2(1-\omega^2 LC)} \right)$$

$$E = -\frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} - \frac{I_d}{2} \quad (60)$$

$$\frac{F}{\sqrt{LC}} \left(\omega^2 - \frac{1}{LC} \right) = -\frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha}{2L(LC)^{3/2}} - \frac{\pi I_d}{3\omega LC(LC)^{3/2}} + \frac{\pi I_d \omega}{3LC\sqrt{LC}} + \frac{\Delta V_1}{2L(LC)^{3/2}} - \frac{\Delta V_1 \omega^2}{2L\sqrt{LC}}$$

$$F = \frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha}{2L(LC)\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} + \frac{\pi I_d}{3\omega LC(LC)\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} - \frac{\pi I_d \omega}{3LC\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} - \frac{\Delta V_1}{2L(LC)\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} + \frac{\Delta V_1 \omega^2}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)}$$

$$F = \frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha}{2L(LC)\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} + \frac{\pi I_d}{3\omega LC} - \frac{\Delta V_1}{2L} \quad (61)$$

Finalmente, substituindo-se as equações (57) a (61) na equação (55) obtêm-se a equação (62):

$$I_2 = \frac{I_d}{2s} + \frac{\sqrt{2}V_L \omega s \cos \alpha - \sqrt{2}V_L \omega^2 \sin \alpha}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)(s^2+\omega^2)} + \left(\frac{-\sqrt{2}V_L \omega s \cos \alpha}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)\left(s^2+\frac{1}{LC}\right)} \right) - \frac{I_d s}{2\left(s^2+\frac{1}{LC}\right)} +$$

$$\frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha}{2L(LC)\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)\left(s^2+\frac{1}{LC}\right)} + \frac{\pi I_d}{3\omega LC\left(s^2+\frac{1}{LC}\right)} - \frac{\Delta V_1}{2L\left(s^2+\frac{1}{LC}\right)} \quad (62)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace inversa à equação (62), obtêm-se:

$$i_2 = \frac{i_d}{2} + \frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha \cos(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} - \frac{\sqrt{2}V_L \omega \sin \alpha \sin(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} - \frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} - \frac{i_d \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2} +$$

$$\frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\sqrt{LC}\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} + \frac{\pi i_d \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{3\omega\sqrt{LC}} - \frac{\Delta V_1 \sqrt{LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L} \quad (63)$$

Como estabelecido anteriormente $i_1 = i_d - i_2$, logo:

$$i_1 = \frac{i_d}{2} - \frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha \cos(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} + \frac{\sqrt{2}V_L \omega \sin \alpha \sin(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} + \frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} + \frac{i_d \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2} -$$

$$\frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\sqrt{LC}\left(\frac{1}{LC}-\omega^2\right)} - \frac{\pi i_d \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{3\omega\sqrt{LC}} + \frac{\Delta V_1 \sqrt{LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L} \quad (64)$$

Como já estabelecido em (45), $\Delta V_1 = \frac{1}{C} \int_0^{\mu/\omega} i_1 dt$. Aplicando-se (64) a esta equação, e ajustando-se os termos dos dois lados, chega-se à equação:

$$\Delta V_1 = \frac{2}{\omega C \left[1 + \cos\left(\frac{\mu}{\omega\sqrt{LC}}\right) \right]} \left[\frac{i_d \mu}{2} - \frac{\sqrt{2} V_L \omega \cos \alpha \sin \mu}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\sqrt{2} V_L \omega \sin \alpha \cos(\mu)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{\sqrt{2} V_L \omega^2 \sqrt{LC} \cos \alpha \sin\left(\frac{\mu}{\omega\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{i_d \omega \sqrt{LC} \sin\left(\frac{\mu}{\omega\sqrt{LC}}\right)}{2} + \frac{\sqrt{2} V_L \omega \sin(\alpha) \cos\left(\frac{\mu}{\omega\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{\pi i_d \left(\cos\left(\frac{\mu}{\omega\sqrt{LC}}\right) - 1\right)}{3} \right] \quad (65)$$

É necessário também calcular as equações das tensões nos capacitores durante comutação e durante condução normal, quando não há mais corrente sendo conduzida pela fase A. Durante o período de comutação ($0 \geq \omega t \geq \mu$) tem-se que:

$$V_{cb} = \frac{1}{C} \int i_2 dt$$

$$V_{cb} = \frac{1}{C} \left[\frac{i_d t}{2} + \frac{\sqrt{2} V_L \cos \alpha \sin(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{\sqrt{2} V_L \sin \alpha \cos(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\sqrt{2} V_L \omega \sqrt{LC} \cos \alpha \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{i_d \sqrt{LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2} - \frac{\sqrt{2} V_L \sin \alpha \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\pi i_d \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{3\omega} + \frac{\Delta V_1 LC \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L} \right] + K_2 \quad (66)$$

Para se calcular o valor da constante de integração K_2 , calcula-se a equação (66) para o instante $t = 0$, no qual a tensão no capacitor V_{cb} é igual a $-V_{c02}$.

$$V_{cb}(t = 0) = -V_{c02} = -\frac{\pi i_d}{3\omega C} = \frac{\sqrt{2} V_L \sin \alpha}{2LC\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\sqrt{2} V_L \sin \alpha}{2LC\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\pi i_d}{3\omega C} + \frac{\Delta V_1}{2} + K_2$$

$$K_2 = -\frac{\Delta V_1}{2} \quad (67)$$

$$V_{cb} = \frac{1}{C} \left[\frac{i_d t}{2} + \frac{\sqrt{2} V_L \cos \alpha \sin(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{\sqrt{2} V_L \sin \alpha \cos(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\sqrt{2} V_L \omega \sqrt{LC} \cos \alpha \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{i_d \sqrt{LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2} - \frac{\sqrt{2} V_L \sin \alpha \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\pi i_d \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{3\omega} + \frac{\Delta V_1 LC \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L} \right] - \frac{\Delta V_1}{2} \quad (68)$$

Aplica-se o mesmo processo para o capacitor da fase A.

$$\begin{aligned}
V_{ca} &= \frac{1}{C} \int i_1 dt = \frac{1}{C} \left[\frac{i_d t}{2} - \frac{\sqrt{2}V_L \cos \alpha \sin(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha \cos(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \right. \\
&\frac{\sqrt{2}V_L \omega \sqrt{LC} \cos \alpha \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{i_d \sqrt{LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2} + \frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \left. + \frac{\pi i_d \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{3\omega} - \right. \\
&\left. \frac{\Delta V_1 LC \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L} \right] + K_1 \\
V_{ca}(t=0) = V_{c01} &= \frac{\pi i_d}{3\omega C} - \Delta V_1 = -\frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha}{2LC\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha}{2LC\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{\pi i_d}{3\omega C} - \frac{\Delta V_1}{2} + K_1 \\
K_1 &= -\frac{\Delta V_1}{2} \\
V_{ca} &= \frac{1}{C} \left[\frac{i_d t}{2} - \frac{\sqrt{2}V_L \cos \alpha \sin(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha \cos(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{\sqrt{2}V_L \omega \sqrt{LC} \cos \alpha \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \right. \\
&\frac{i_d \sqrt{LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2} + \frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \left. + \frac{\pi i_d \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{3\omega} - \frac{\Delta V_1 LC \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L} \right] - \frac{\Delta V_1}{2} \tag{69}
\end{aligned}$$

Para se calcular a tensão no capacitor da fase C, utiliza-se o período de tempo da condução normal, quando ($\mu \geq \omega t \geq \pi/3$):

$$V_{cc} = \frac{1}{C} \int i_c dt = \frac{i_c t}{C} + K_c = -\frac{i_d t}{C} + K_c \tag{70}$$

Para se obter o valor da constante de integração, utiliza-se o instante $\omega t = \frac{\pi}{3}$, quando a tensão no capacitor é igual a $-V_{c01}$.

$$V_{cc}\left(\omega t = \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi i_d}{3\omega C} + K_c = -V_{c01} = -\frac{\pi i_d}{3\omega C} + \Delta V_1$$

$$K_c = \Delta V_1 \tag{71}$$

$$V_{cc} = -\frac{i_d t}{C} + \Delta V_1 \tag{72}$$

É necessário também fazer a modelagem da equação do capacitor da fase B durante o período de condução normal. Durante esse período:

$$V_{cb} = \frac{1}{C} \int i_b dt = \frac{i_b t}{C} + K_b = \frac{i_d t}{C} + K_b$$

No instante $\omega t = \mu$:

$$V_{cb}(\omega t = \mu) = -V_{c02} + \Delta V_2 = -\frac{\pi i_d}{3\omega C} + \Delta V_c = \frac{i_d \mu}{\omega C} + K_b$$

$$K_b = -\frac{i_d}{\omega C} \left(\frac{\pi}{3} + \mu \right) + \Delta V_2 \quad (73)$$

$$V_{cb} = \frac{i_d t}{C} + \Delta V_2 - \frac{i_d}{\omega C} \left(\frac{\pi}{3} + \mu \right) \quad (74)$$

Para a modelagem da tensão CC do conversor, usa-se como base a equação (75), obtida através da lei de Kirchhoff aplicada ao circuito da Figura 32.

$$v_d = V_b - L \frac{di_2}{dt} - V_{cb} + V_{cc} + L \frac{di_c}{dt} - V_c \quad (75)$$

A partir de (75), desenvolve-se a equação da tensão CC durante o processo de comutação:

$$V_b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_L \cos \left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} V_L \cos(\omega t + \alpha) + \frac{\sqrt{2}}{2} V_L \sin(\omega t + \alpha) \quad (76)$$

$$V_c = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_L \cos(\omega t + \alpha) \quad (77)$$

$$V_b - V_c = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} V_L \cos(\omega t + \alpha) + \frac{\sqrt{2}}{2} V_L \sin(\omega t + \alpha) \quad (78)$$

Como se trata do lado CC do conversor, não há variação de corrente, logo:

$$\frac{di_c}{dt} = -\frac{di_d}{dt} = 0 \quad (79)$$

Aplicando-se as equações (63), (72), (74), (78) e (79) à equação (75) e aplicando-se as identidades trigonométricas necessárias, obtém-se a equação da tensão CC durante a comutação:

$$v_d(0 \geq \omega t \geq \mu) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} V_L \cos(\omega t + \alpha) - \frac{i_d t}{2C} + \frac{\Delta V_1}{2} - \frac{i_d t}{C} + \Delta V_1 \quad (80)$$

Durante a condução normal a equação (75), pode ser escrita como:

$$v_d = V_b - L \frac{di_d}{dt} - V_{cb} + V_{cc} + L \frac{di_d}{dt} - V_c \quad (81)$$

E como não há variação da corrente i_d :

$$v_d = V_b - V_{cb} + V_{cc} - V_c \quad (82)$$

Substituindo-se as equações (72), (74), (78) em (82) obtém-se a equação da tensão CC para o período de condução normal:

$$v_d(\mu \geq \omega t \geq \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} V_L \cos(\omega t + \alpha) + \frac{\sqrt{2}}{2} V_L \sin(\omega t + \alpha) - \frac{2i_d t}{C} + \frac{i_d \pi}{3\omega C} + 2\Delta V_1 \quad (83)$$

Obtidas as equações da tensão CC, o último passo é calcular a equação de modelagem da tensão CC média. Isso requer a solução da equação:

$$V_d = \frac{3}{\pi} \left(\int_0^\mu v_d d\omega t + \int_\mu^{\pi/3} v_d d\omega t \right) \quad (84)$$

Resolvendo a equação (84), obtém-se a equação da tensão CC média do sistema:

$$V_d = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_L (\cos(\mu + \alpha) + \cos \alpha) + \left(1 - \frac{3\mu}{4\pi}\right) (\Delta V_1 - \Delta V_2) \quad (85)$$

O ângulo de comutação é calculado a partir de uma equação implícita, definida como:

$$\frac{i_d}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} V_L \left(\frac{\omega C}{1 - (\omega\sqrt{LC})^2} \right) \cos(\alpha + \mu) - Y \cos(\mu\omega\sqrt{LC} - \beta) = 0 \quad (86)$$

Onde:

$$Y = \sqrt{E^2 + F^2}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{F}{E}\right)$$

Com E e F definidos nas equações (60) e (61).

3.2. Modelagem proposta para conversores tipo CCC

Neste item será apresentado o modelo de conversores CCC que consideram dinâmicas de altas frequências e seus equacionamentos. Para os modelos aqui desenvolvidos, aplicou-se técnicas de simplificação, como a consideração somente da componente fundamental nos equacionamentos dos cálculos das variáveis CA e somente dos valores médios para os cálculos das variáveis CC. Isso foi feito pois, como ferramentas de simulação e estudo de sistemas elétricos, o AnaHVDC e o PacDyn não consideram a influência de harmônicos na rede. Logo, os modelos aqui desenvolvidos não incluem harmônicos, o que resulta em uma redução da complexidade das equações finais e, com isso, uma redução em ambos o esforço humano durante a dedução dessas equações e o esforço computacional das máquinas durante a simulação dos modelos. Contudo, mesmo se utilizando um modelo simplificado, os resultados obtidos neste documento apresentam comportamento dinâmico coerente com ferramentas que utilizam uma modelagem mais completa, em específico o PSCAD.

O modelo desenvolvido para esta dissertação é baseado na teoria de fasores dinâmicos e no conceito de funções de chaveamento. As funções de chaveamento utilizadas, aqui denominadas de funções de chaveamento equivalentes, são representações matemáticas do comportamento de conversores de seis pulsos como um todo, ao invés de consideradas cada válvula individualmente.

3.2.1. Equacionamento da tensão contínua dos conversores tipo LCC utilizando funções de chaveamento

Antes de desenvolver o modelo de conversor CCC proposto, é necessário apresentar o modelo do conversor LCC que se baseia nas funções de chaveamento, desenvolvido em [20], pois ele servirá de base para o modelo desenvolvido nesta dissertação.

A equação do valor médio da tensão do lado de corrente contínua do sistema pode ser obtida através das funções de chaveamento e das tensões em corrente alternada, conforme mostra a equação (87):

$$v_d = s_{V_a} v_a + s_{V_b} v_b + s_{V_c} v_c \quad (87)$$

Onde:

v_a, v_b e v_c são as tensões nas fases a, b e c;
 s_{V_a}, s_{V_b} e s_{V_c} são as funções de chaveamento das tensões nas fases a, b e c.

A relação entre a corrente do lado CA e a corrente do lado CC é dada pelas equações (88), (89) e (90):

$$i_a = s_{I_a} I_{cc} \quad (88)$$

$$i_b = s_{I_b} I_{cc} \quad (89)$$

$$i_c = s_{I_c} I_{cc} \quad (90)$$

- Sendo:
 i_a, i_b e i_c , são as correntes nas fases a, b e c;
 s_{I_a}, s_{I_b} e s_{I_c} , são as funções de chaveamento das correntes nas fases a, b e c;
 I_{cc} é a corrente contínua no elo HVDC.

As formas de onda das funções de chaveamento da tensão e da corrente no retificador são apresentadas na Figura 34 e na Figura 35, respectivamente. Nessas imagens, pode-se notar que as formas de onda dessas funções podem ser separadas em oito diferentes trechos, cada um definido por uma diferente equação.

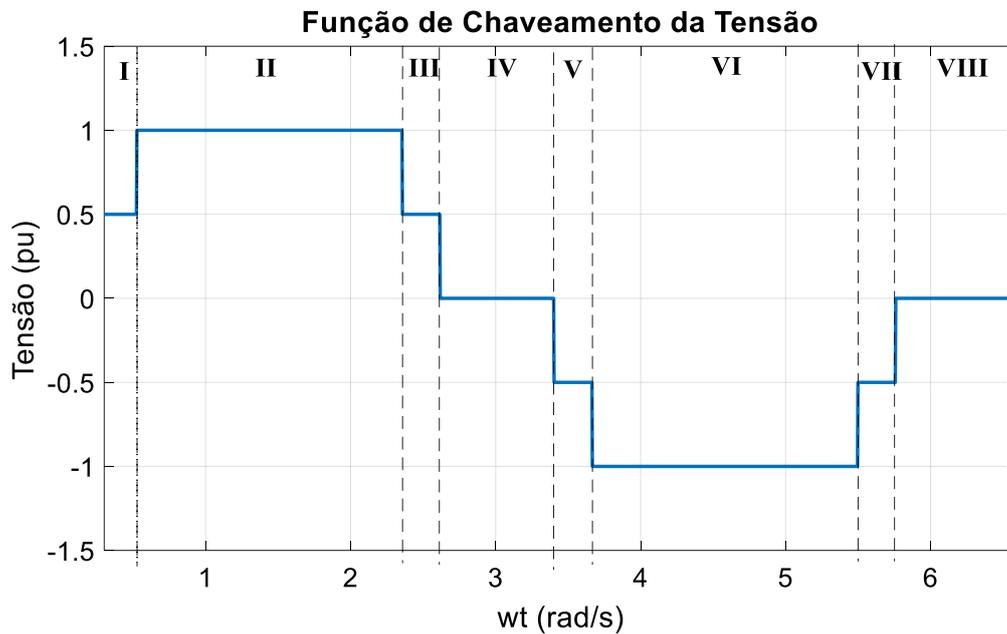


Figura 34 - Função de chaveamento da tensão do LCC

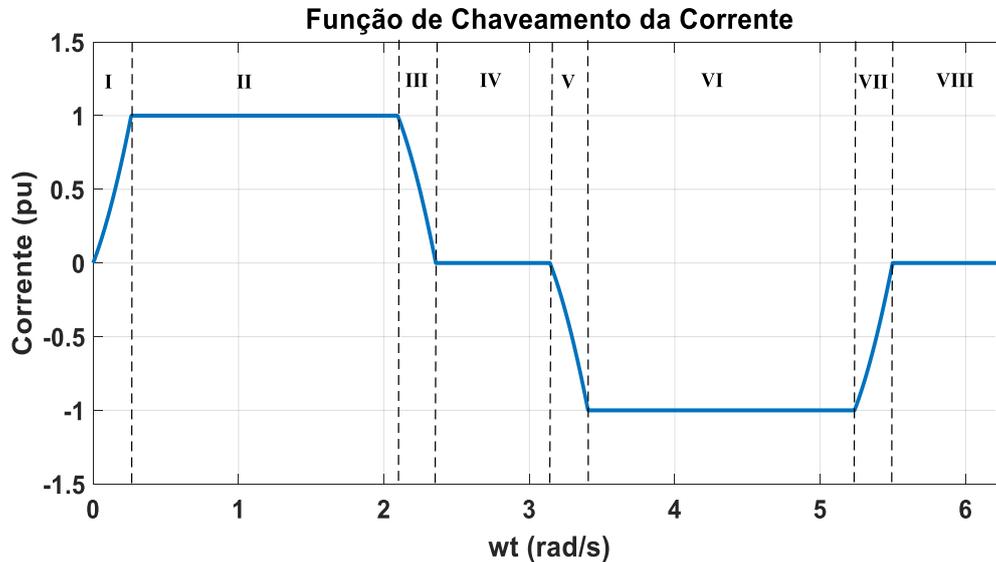


Figura 35 - Função de chaveamento da corrente no retificador do LCC

Como demonstrado na Tabela I, a função de chaveamento da tensão é representada por segmentos de valores constantes, enquanto as funções de chaveamento das correntes são representadas por segmentos de valores constantes intercalados segmentos de funções analíticas dependentes do tempo e do ângulo de disparo (α) e do ângulo de comutação (μ).

Tabela I - Equações das funções de chaveamento dos conversores LCC

Trecho	Início do trecho	Final do trecho	Função de chaveamento da tensão	Função de chaveamento da corrente
I	α	$\alpha + \mu$	0,5	$\frac{\cos(\alpha) - \cos(\omega t)}{\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \mu)}$
II	$\alpha + \mu$	$\alpha + \frac{2\pi}{3}$	1,0	1,0
III	$\alpha + \frac{2\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3} + \mu + \alpha$	0,5	$1,0 - \frac{\cos(\alpha) - \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})}{\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \mu)}$
IV	$\frac{2\pi}{3} + \mu + \alpha$	$\pi + \alpha$	0,0	0,0
V	$\pi + \alpha$	$\pi + \mu + \alpha$	-0,5	$-\frac{\cos(\alpha) - \cos(\omega t - \pi)}{\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \mu)}$
VI	$\pi + \mu + \alpha$	$\frac{5\pi}{3} + \alpha$	-1,0	-1,0
VII	$\frac{5\pi}{3} + \alpha$	$\frac{5\pi}{3} + \mu + \alpha$	-0,5	$\frac{\cos(\alpha) - \cos(\omega t - \frac{5\pi}{3})}{\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \mu)} - 1,0$
VIII	$\frac{5\pi}{3} + \mu + \alpha$	$2\pi + \alpha$	0,0	0,0

Em [20], o cálculo das funções de chaveamento utilizando fasores dinâmicos foi feito utilizando Matlab. Os resultados finais dos coeficientes reais e imaginários para tensão e corrente são mostrados nas equações a seguir:

$$V_d = 3S_{V_{are}} V_{are} + 3S_{V_{aim}} V_{aim} \quad (91)$$

$$I_{are} = S_{I_{are}} I_{cc} \quad (92)$$

$$I_{aim} = S_{I_{aim}} I_{cc} \quad (93)$$

$$S_{V_{are}} = \frac{\sqrt{3/2}}{\pi} [\cos(\alpha - \theta_{PLL}) + \cos(\alpha + \mu - \theta_{PLL})] \quad (94)$$

$$S_{V_{a_{im}}} = -\frac{\sqrt{3/2}}{\pi} [\text{sen}(\alpha - \theta_{PLL}) + \text{sen}(\alpha + \mu - \theta_{PLL})] \quad (95)$$

$$S_{I_{a_{re}}} = -\frac{\sqrt{3/2}}{\pi} \frac{\left[\frac{\cos(2\alpha - 2\theta_{PLL})}{2} + \frac{\cos(2\alpha + 2\mu - \theta_{PLL})}{2} + \mu \text{sen}(\theta_{PLL}) \right]}{[\cos(\alpha + \mu) - \cos(\alpha)]} \quad (96)$$

$$S_{I_{a_{im}}} = \frac{\sqrt{3/2}}{\pi} \frac{\left[\frac{\text{sen}(2\alpha - 2\theta_{PLL})}{2} + \frac{\text{sen}(2\alpha + 2\mu - \theta_{PLL})}{2} + \mu \cos(\theta_{PLL}) \right]}{[\cos(\alpha + \mu) - \cos(\alpha)]} \quad (97)$$

Sendo:

V_{cc} a tensão CC,

$S_{V_{a_{re}}}$ e $S_{V_{a_{im}}}$ os coeficientes real e imaginário da função de chaveamento da tensão da fase a

$V_{a_{re}}$ e $V_{a_{im}}$ as componentes real e imaginária da tensão da fase a

$I_{a_{re}}$ e $I_{a_{im}}$ as componentes real e imaginário da corrente da fase a

$S_{I_{a_{re}}}$ e $S_{I_{a_{im}}}$ os coeficientes real e imaginário da função de chaveamento da corrente da fase a

I_{cc} a corrente contínua

θ_{PLL} o ângulo do PLL

3.2.2. Equacionamento das correntes alternadas dos conversores tipo CCC utilizando funções de chaveamento

Nesta subseção são apresentadas as modelagens das funções de chaveamento da corrente alternada dos conversores CCC. São desenvolvidos dois diferentes modelos para as correntes do modelo, o primeiro baseado apenas em funções de chaveamento, que considera

os harmônicos da rede, e o segundo que se baseia nos conceitos de funções de chaveamento e fasores dinâmicos, e considera somente as componentes fundamentais.

O modelo baseado nas funções de chaveamento é desenvolvido como ponto de partida para os modelos seguintes. Além de funcionar como base para o desenvolvimento das equações com fasores dinâmicos considerados, esse modelo também é utilizado para a validação dos modelos mais complexos.

A equação da corrente alternada nos capacitores de comutação pode ser escrita em função da corrente contínua na linha CC e das funções de chaveamento da corrente, como mostra a equação (98):

$$i = S_i I_{CC} \quad (98)$$

A equação (98) pode ser expressa de forma trifásica, conforme (99):

$$\begin{aligned} i_a &= S_{ia} I_{CC} \\ i_b &= S_{ib} I_{CC} \\ i_c &= S_{ic} I_{CC} \end{aligned} \quad (99)$$

Aonde:

i_a, i_b e i_c são as correntes de fase;

S_{ia}, S_{ib} e S_{ic} são as funções de chaveamento das correntes de fase; e

I_{CC} é a corrente contínua.

A função de chaveamento da corrente possui um comportamento correspondente à forma de onda da tensão nos capacitores comutadores. Quando o capacitor está em comutação, a função de chaveamento da corrente é definida por funções variantes no tempo. Durante períodos de condução plena ou não-condução, a função de chaveamento é representada por valores constantes. A forma de onda dessa função de chaveamento é mostrada na Figura 36.

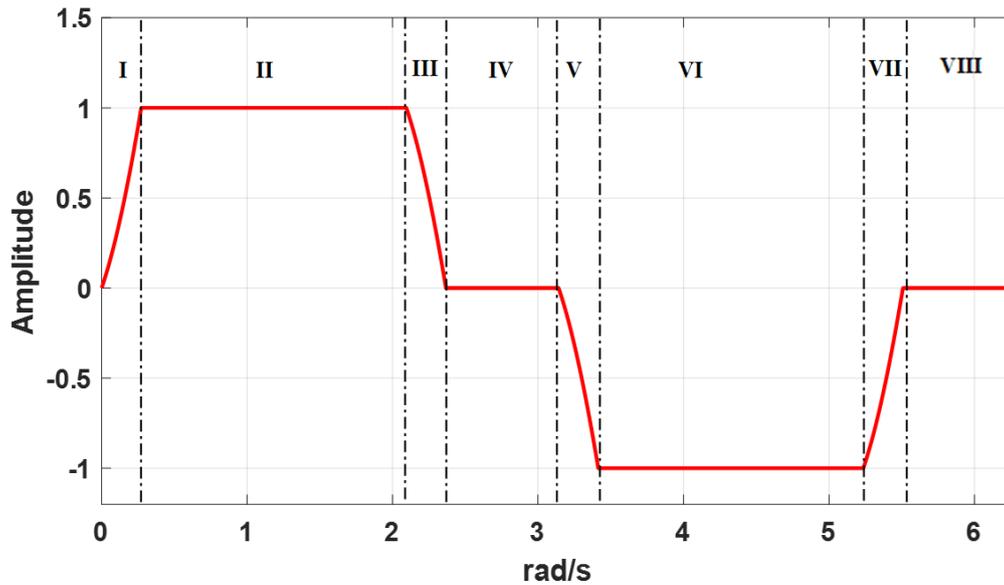


Figura 36 - Função de chaveamento simples da corrente do conversor

Tanto a função de chaveamento da corrente quanto a da tensão podem ser segmentadas em oito trechos distintos. Esses trechos descrevem o comportamento dos capacitores, conforme eles se alternam entre os estados de carga, condução plena, descarga e não-condução. A Tabela II mostra as características das funções de chaveamento.

Tabela II - Características gerais das funções de chaveamento

Trecho	Início do trecho	Final do trecho	Largura do trecho
I	α	$\alpha + \mu$	μ
II	$\alpha + \mu$	$\alpha + 2\pi/3$	$2\pi/3 - \mu$
III	$\alpha + 2\pi/3$	$\alpha + \mu + 2\pi/3$	μ
IV	$\alpha + \mu + 2\pi/3$	$\alpha + \pi$	$\pi/3 - \mu$
V	$\alpha + \pi$	$\alpha + \mu + \pi$	μ
VI	$\alpha + \mu + \pi$	$\alpha + 5\pi/3$	$2\pi/3 - \mu$
VII	$\alpha + 5\pi/3$	$\alpha + \mu + 5\pi/3$	μ
VIII	$\alpha + \mu + 5\pi/3$	$\alpha + 2\pi$	$\pi/3 - \mu$

A função de chaveamento simples da corrente alternada é baseada nas equações do conversor CC tradicional, desenvolvidas na seção 3.1, em específico a equação (63), rerepresentada abaixo. As funções de chaveamento simples da corrente alternada para cada trecho são apresentadas na

Tabela III.

$$i_2 = \frac{i_d}{2} + \frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha \cos(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\sqrt{2}V_L \omega \sin \alpha \sin(\omega t)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{\sqrt{2}V_L \omega \cos \alpha \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} - \frac{i_d \cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2} + \frac{\sqrt{2}V_L \sin \alpha \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L\sqrt{LC}\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)} + \frac{\pi i_d \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{3\omega\sqrt{LC}} - \frac{\Delta V_1 \sqrt{LC} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)}{2L} \quad (63)$$

Tabela III - Função de chaveamento com harmônicos da corrente alternada por segmento

Trecho	Função de chaveamento (S_i)
I	$\frac{1}{I_{CC}} \left[k_{aux} V_L (\cos(\alpha) \cos(\omega t) - \sin(\alpha) \sin(\omega t) - \cos(\alpha) \cos(\omega_0 \omega t) + \omega_0 \sin(\alpha) \sin(\omega_0 \omega t)) + i_d \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi \omega_0}{3} \sin(\omega_0 \omega t) - \frac{\cos(\omega_0 \omega t)}{2} \right) - \frac{3\Delta V_1 \sin(\omega_0 \omega t)}{2\pi d x l \omega_0} \right]$
II	1
III	$\frac{1}{I_{CC}} \left\{ 1 - \left[k_{aux} V_L (\cos(\alpha) \cos(\omega(t - 2\pi/3\omega)) - \sin(\alpha) \sin(\omega(t - 2\pi/3\omega))) - \cos(\alpha) \cos(\omega_0 \omega(t - 2\pi/3\omega)) + \omega_0 \sin(\alpha) \sin(\omega_0 \omega(t - 2\pi/3\omega)) \right] + i_d \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi \omega_0}{3} \sin(\omega_0 \omega(t - 2\pi/3\omega)) - \frac{1}{2} \cos(\omega_0 \omega(t - 2\pi/3\omega)) \right) - \frac{3\Delta V_1 \sin(\omega_0 \omega t)}{2\pi d x l \omega_0} \right\}$
IV	0
V	$-\frac{1}{I_{CC}} \left\{ k_{aux} V_L (\cos(\alpha) \cos(\omega(t - \pi/\omega)) - \sin(\alpha) \sin(\omega(t - \pi/\omega))) - \cos(\alpha) \cos(\omega_0 \omega(t - \pi/\omega)) + \omega_0 \sin(\alpha) \sin(\omega_0 \omega(t - \pi/\omega)) \right\} + i_d \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi \omega_0}{3} \sin(\omega_0 \omega(t - \pi/\omega)) - \frac{1}{2} \cos(\omega_0 \omega(t - \pi/\omega)) \right) - \frac{3\Delta V_1 \sin(\omega_0 \omega t)}{2\pi d x l \omega_0}$
VI	-1
VII	$\frac{1}{I_{CC}} \left\{ \left[k_{aux} V_L (\cos(\alpha) \cos(\omega(t - 5\pi/3\omega)) - \sin(\alpha) \sin(\omega(t - 5\pi/3\omega))) - \cos(\alpha) \cos(\omega_0 \omega(t - 5\pi/3\omega)) + \omega_0 \sin(\alpha) \sin(\omega_0 \omega(t - 5\pi/3\omega)) \right] + i_d \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi \omega_0}{3} \sin(\omega_0 \omega(t - 5\pi/3\omega)) - \frac{1}{2} \cos(\omega_0 \omega(t - 5\pi/3\omega)) \right) - \frac{3\Delta V_1 \sin(\omega_0 \omega t)}{2\pi d x l \omega_0} \right\} - 1$
VIII	0

Onde:

i_d é a corrente contínua no elo HVDC;

V_L é a tensão de linha no capacitor

ω é a frequência angular;

$$k_{aux} = \frac{\sqrt{2} V_L \omega}{2L(\frac{1}{LC} - \omega^2)};$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\omega\sqrt{LC}};$$

$$dxl = \frac{3\omega L}{\pi};$$

ΔV_1 é dada pela equação (65), da seção 3.1, reproduzida abaixo:

$$\begin{aligned} \Delta V_1 = & \frac{2}{\omega C(1 + \cos(\frac{\mu}{\omega\sqrt{LC}}))} \left[\frac{i_d \mu}{2} - \frac{\sqrt{2} V_L \omega \cos \alpha \sin \mu}{2L(\frac{1}{LC} - \omega^2)} - \frac{\sqrt{2} V_L \omega \sin \alpha \cos(\mu)}{2L(\frac{1}{LC} - \omega^2)} + \right. \\ & \frac{\sqrt{2} V_L \omega^2 \sqrt{LC} \cos \alpha \sin(\frac{\mu}{\omega\sqrt{LC}})}{2L(\frac{1}{LC} - \omega^2)} + \frac{i_d \omega \sqrt{LC} \sin(\frac{\mu}{\omega\sqrt{LC}})}{2} + \frac{\sqrt{2} V_L \omega \sin(\alpha) \cos(\frac{\mu}{\omega\sqrt{LC}})}{2L(\frac{1}{LC} - \omega^2)} + \\ & \left. \frac{\pi i_d (\cos(\frac{\mu}{\omega\sqrt{LC}}) - 1)}{3} \right] \end{aligned} \quad (65)$$

E μ é calculado através da equação (100), também apresentada anteriormente no capítulo 3.1.

$$\frac{i_d}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} V_L \left(\frac{\omega C}{1 - (\omega\sqrt{LC})^2} \right) \cos(\alpha + \mu) - Y \cos(\mu\omega\sqrt{LC} - \beta) = 0 \quad (100)$$

No desenvolvimento do modelo proposto, é necessário também se considerar a dinâmica do PLL dos conversores. O PLL garante a sincronização do equipamento com a rede, ou seja, ele garante que o chaveamento das pontes de Graetz estejam em fase com os

sinais de entrada do conversor. Os sinais de entrada do PLL são baseados nas tensões trifásicas v_a , v_b e v_c , ou no caso da modelagem por fasores dinâmicos, as componentes $v_{a_{re}}$ e $v_{a_{im}}$. Esse sinal passa por um bloco de controle PI (proporcional e integral) e, depois, passa por um integrador, criando o sinal de saída θ_{PLL} . Esse sinal é então retroalimentado ao PLL. A modelagem do PLL é fornecida na equação (101), e seu diagrama de bloco apresentado na Figura 37.

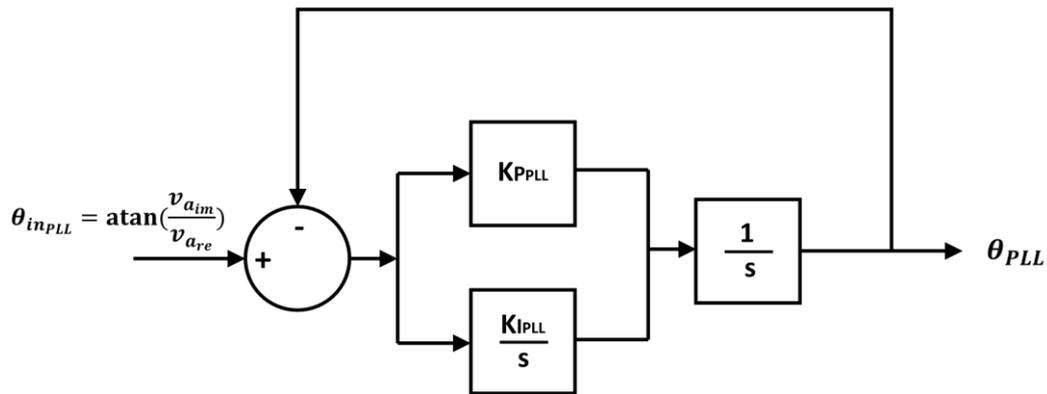


Figura 37 - Diagrama do PLL do conversor.

$$\frac{d(\theta_{pll})}{dt} = \int (K_{I_{PLL}} \theta_{in_{pll}} - K_{P_{PLL}} \theta_{pll}) dt + K_{P_{PLL}} \theta_{in_{pll}} - K_{P_{PLL}} \theta_{pll} \quad (101)$$

Com μ e θ_{pll} definidos nas equações (100) e (101), respectivamente, pode-se completar o equacionamento da corrente contínua no modelo proposto. Considerando-se os fasores dinâmicos, reescreve-se a equação (98) como:

$$i(t) = [S_{i_{re}}(t) \cos(\omega t) - S_{i_{im}}(t) \text{sen}(\omega t)] I_{CC} \quad (102)$$

As componentes da função de chaveamento são calculadas como componentes de uma série de Fourier:

$$S_{i_{re}}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} i_2 \cos(\omega t) dt \quad (103)$$

$$S_{i_{im}}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} i_2 \sen(\omega t) dt \quad (104)$$

Realizando-se as operações nas equações (103) e (104), obtêm-se os equacionamentos das componentes da função de chaveamento baseadas em fasores dinâmicos:

$$S_{i_{re}} = \frac{\sqrt{3}}{6i_{dc}\pi(\omega_0^2-1)} \left[\sen(\alpha + \mu - \theta_{pu})(1 - \omega_0^2)6i_{dc} + \sen(2\alpha - \theta_{pu})(\omega_0^2 - 1)3k_1V_L + \cos(\alpha + (1 + \omega_0)\mu - \theta_{pu})(6\Delta V_1k_2 - 2\pi\omega_0i_{dc}) + \cos(\alpha + (1 + \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 + \omega_0)(6\Delta V_1k_2 - 2\pi\omega_0i_{dc}) + \sen(\alpha + (1 + \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 - \omega_0)3i_{dc} + \sin(\theta_{pu})(1 + \omega_0^2)6k_1V_L + \sin(2\alpha + (1 + \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 - \omega_0^2)3k_1V_L + \sin(2\alpha + (1 - \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 - \omega_0^2)3k_1V_L + \sen(2\alpha + 2\mu - \theta_{pu})(\omega_0^2 - 1)3k_1V_L + \sen((1 + \omega_0)\mu - \theta_{pu})3k_1V_L(1 - \omega_0)^2 - \sen(\theta_{pu} - (1 - \omega_0)\mu)3k_1V_L(1 + \omega_0)^2 - \sen(\alpha - \theta_{pu})6i_{dc}\omega_0^2 + \cos(\theta_{pu})(\omega_0^2 - 1)6k_1V_L + \cos(\alpha - \theta_{pu})\omega_0(4\pi\omega_0i_{dc} - 12\Delta V_1k_2) \right] \quad (105)$$

$$S_{i_{im}} = -\frac{\sqrt{3}}{6i_{dc}\pi(\omega_0^2-1)} \left\{ \cos(\alpha + (1 + \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 - \omega_0)3i_{dc} + \cos(\alpha + (1 - \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 + \omega_0)3i_{dc} + \sen(\alpha + (1 + \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 - \omega_0)(6\Delta V_1k_2 - 2\pi\omega_0i_{dc}) - \sen(\alpha + (1 - \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 + \omega_0)(6\Delta V_1k_2 - 2\pi\omega_0i_{dc}) - \cos(\theta_{pu})(1 + \omega_0^2)6k_1V_L + \cos(2\alpha + (1 + \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 - \omega_0^2)3k_1V_L + \cos(2\alpha + (1 - \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 - \omega_0^2)3k_1V_L + \cos(2\alpha + (1 - \omega_0)\mu - \theta_{pu})(1 - \omega_0^2)3k_1V_L + \cos(2\alpha + 2\mu - \theta_{pu})(\omega_0^2 - 1)3k_1V_L + \cos((1 + \omega_0)\mu - \theta_{pu})3k_1V_L(1 - \omega_0)^2 + \cos(\theta_{pu} - (1 - \omega_0)\mu)3k_1V_L(1 + \omega_0)^2 + \cos(\alpha + \mu - \theta_{pu})(1 - \omega_0)^26i_{dc} + \cos(2\alpha - \theta_{pu})(\omega_0^2 - 1)3k_1V_L + \sen(\alpha - \theta_{pu})\omega_0(12\Delta V_1k_2 - 4\pi\omega_0i_{dc}) - \cos(\alpha - \theta_{pu})6i_{dc}\omega_0^2 + \sen(\theta_{pu})(\omega_0^2 - 1)6k_1\mu V_L \right\} \quad (106)$$

Onde:

$$k_1 = ak \frac{\pi}{6\omega L(\omega_0^2 - 1)};$$

a é a relação do tap do transformador;

k é a constante do conversor;

$$e k_2 = \frac{1}{2\omega L\omega_0}.$$

A comparação das formas de onda das duas funções de chaveamento apresentadas é feita na Figura 38:

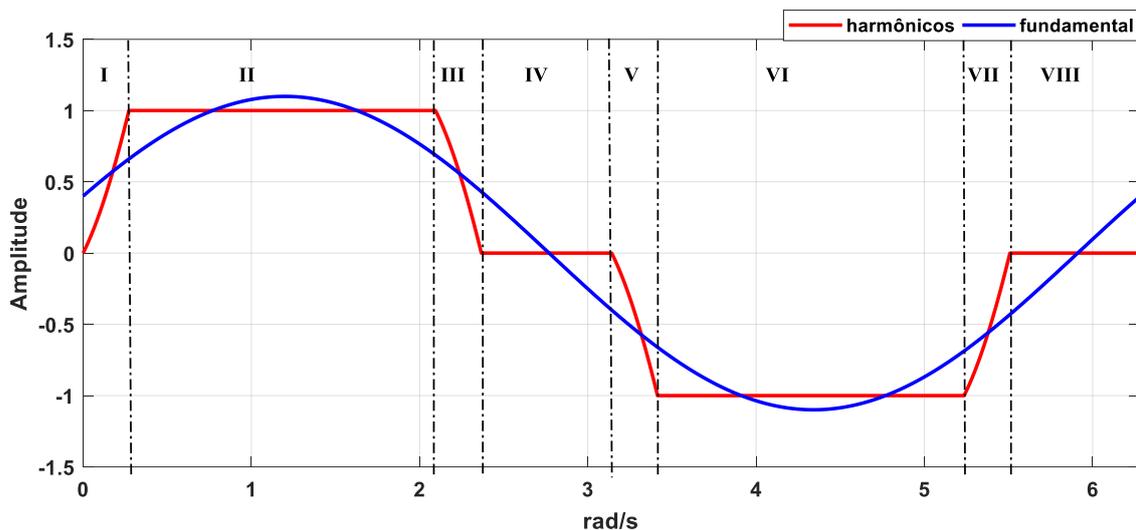


Figura 38 - Forma de onda das funções de chaveamento da corrente

3.2.3. Equacionamento da tensão CC dos conversores tipo CCC utilizando funções de chaveamento

Nesta subseção são apresentadas as modelagens das funções de chaveamento da tensão contínua dos conversores CCC.

Inicialmente, para a dedução das equações relativas às tensões CC do conversor proposto, pretendia-se utilizar a mesma metodologia utilizada para o equacionamento das correntes do conversor, desenvolvendo primeiro uma modelagem mais geral, que incluísse

os harmônicos do sistema, e depois modelando-se a partir de fasores dinâmicos, sem considerar harmônicos. Porém, ao se deduzir as equações das tensões do modelo proposto por essa metodologia, conclui-se que o valor médio da tensão CC era zero, e que a tensão CA possuía predominância da componente harmônica de 6ª ordem. Como o AnaHVDC e o PacDyn não consideram harmônicos, e como, pelo método utilizado, calculava-se as variáveis CC do valor médio, mostrou-se necessário desenvolver uma nova metodologia para o equacionamento das tensões. Para essa nova metodologia baseou-se no modelo eletromagnético do LCC e no modelo eletromecânico do CCC.

A tensão CC dos conversores LCC pode ser escrita utilizando-se funções de chaveamento [20], conforme (107):

$$V_{cc} = S_{V_a} v_a + S_{V_b} v_b + S_{V_c} v_c \quad (107)$$

Onde:

v_a, v_b e v_c são as tensões de fase;

S_{V_a}, S_{V_b} e S_{V_c} são as funções de chaveamento da tensão de fase.

A equação (107) pode ser escrita no formato de monofásico equivalente como:

$$V_{cc} = 3S_{V_{are}} v_{are} + 3S_{V_{aim}} v_{aim} \quad (108)$$

A partir dos equacionamentos desenvolvidos em [68], demonstrados também no apêndice deste documento, item 7.3, sabe-se que a equação que representa a tensão CC média para o conversor LCC, na modelagem tradicional, é:

$$V_d = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_L [\cos(\mu + \alpha) + \cos \alpha] \quad (109)$$

Assim como na função de chaveamento da corrente, a função de chaveamento da equação (109) pode ser dividida em oito diferentes segmentos, cada um definido por uma amplitude constante. Na Figura 39 é apresentada em vermelho a forma de onda função de chaveamento do LCC que considera harmônicos, enquanto em azul se demonstra a função de chaveamento baseada em fasores dinâmicos, que considera somente a componente fundamental.

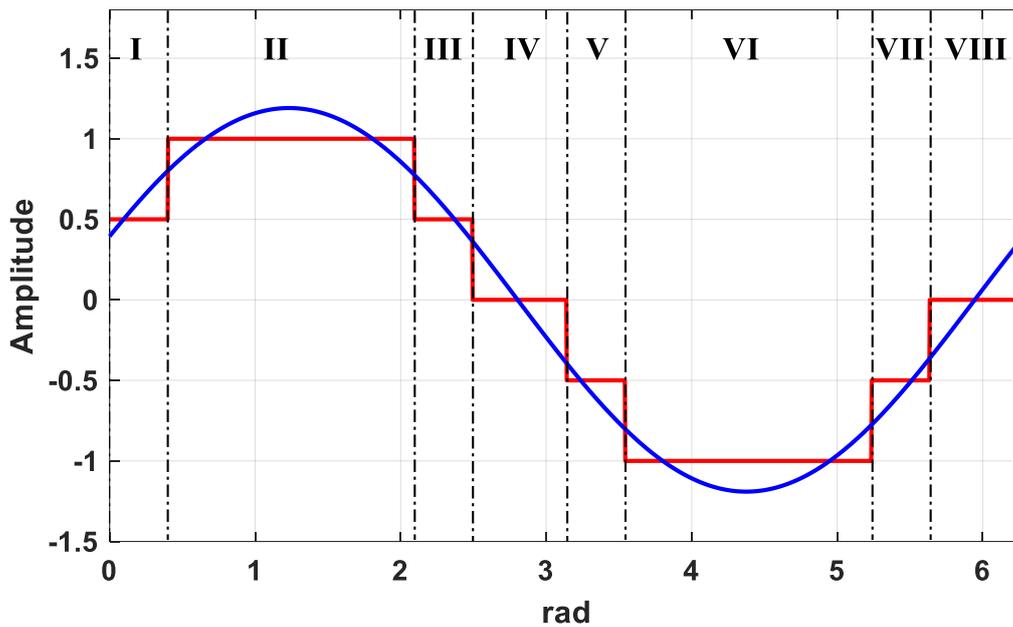


Figura 39 - Função de chaveamento da tensão CC de um conversor LCC

Tabela IV - Função de chaveamento da tensão CC do LCC com harmônicos por segmento

Trecho	Função de chaveamento (S_i)
I	0,5
II	1
III	0,5
IV	0
V	-0,5
VI	-1
VII	-0,5
VIII	0

Analisando-se o modelo tradicional do CCC eletromecânico, apresentado em [6] e na seção 3.1 deste documento, a equação da tensão contínua média do CCC tradicional é dada pela equação (85), reproduzida abaixo:

$$V_d = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{V_L}{2} (\cos(\mu + \alpha) + \cos \alpha) + \left(1 - \frac{3\mu}{4\pi}\right) (\Delta V_1 - \Delta V_2) \quad (85)$$

$$V_d = V_{d1} + V_{d2}$$

Pode-se constatar que a equação (85) é composta por dois termos, que foram isolados e destacados em (110) e (111). O primeiro termo, (110), que representa a contribuição da corrente alternada nos terminais do transformador à tensão CC, é uma função da tensão de linha RMS e dos ângulos de disparo (α) e de comutação (μ), enquanto o segundo termo, (111), é dependente não somente do ângulo de comutação como também da corrente contínua e de características construtivas do conversor.

$$V_{d1} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{V_L}{2} (\cos(\mu + \alpha) + \cos \alpha) \quad (110)$$

$$V_{d2} = \left(1 - \frac{3\mu}{4\pi}\right) (\Delta V_1 - \Delta V_2) \quad (111)$$

Comparando-se as equações (85) e (109), pode-se notar que a equação da tensão média do LCC é igual ao primeiro termo da equação (85). Isso ocorre porque a contribuição da corrente alternada à tensão CC é a mesma para os conversores LCC e CCC, com a diferença entre os dois modelos de conversor sendo fornecida pelos capacitores de comutação. Baseando-se nisso, e buscando-se reduzir a complexidade do sistema, tanto durante o processo de modelagem quanto para se evitar um esforço computacional desnecessário, optou-se por utilizar um modelo híbrido para a função de chaveamento da tensão, combinando a função de chaveamento da tensão do LCC com a equação (85). Isso resultou na substituição do primeiro termo da equação (85) pela função de chaveamento utilizada no LCC, mantendo o segundo termo da função inalterado. Obtêm-se, então, na equação (112), apresentada a seguir:

$$V_d = 3S_{V_{are}} v_{a_{re}} + 3S_{V_{aim}} v_{a_{im}} + \left(1 - \frac{3\mu}{4\pi}\right) \left(2\Delta V_1 - \frac{i_d \mu}{\omega C}\right) \quad (112)$$

Onde:

$$S_{V_{are}} = \frac{\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2}} [\cos(\alpha - \theta_{pl}) + \cos(\alpha + \mu - \theta_{pl})] \quad (113)$$

$$S_{V_{aim}} = -\frac{\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2}} [\sin(\alpha - \theta_{pl}) + \sin(\alpha + \mu - \theta_{pl})] \quad (114)$$

Capítulo 4 - Resultados

Neste capítulo são apresentados os casos exemplos utilizados no estudo e validação do modelo de conversor CCC desenvolvido nesta dissertação. Os casos simulados são apresentados em ordem crescente de complexidade, em que cada caso é uma evolução do anterior, adicionando elementos de modo a se aproximar de uma rede elétrica factível.

Os casos aqui analisados têm como objetivo estudar e validar o modelo de conversor CCC desenvolvido neste trabalho. Para isso, além de simular no AnaHVDC casos exemplo com o modelo de conversor proposto implementado, também foram realizadas simulações dos mesmos casos nas ferramentas ANATEM, PSCAD e PacDyn. Os resultados obtidos entre as diferentes ferramentas foram comparados, analisando-se três diferentes parâmetros para se definir a validade ou não do modelo desenvolvido: ponto de operação inicial, ponto de operação final, e comportamento dinâmico. Caso os resultados obtidos nas simulações do AnaHVDC apresentassem pontos de operação próximos aos dos outros programas e comportamento dinâmico similar a eles, o modelo desenvolvido seria declarado válido. Para os pontos de operação, as comparações são feitas de forma quantitativa, calculando-se a diferença percentual entre os pontos de operação inicial (Δi) e final (Δf) entre os programas simulados, em relação aos valores obtidos pelo AnaHVDC. Para o comportamento dinâmico, é feita uma comparação qualitativa, analisando-se visualmente o comportamento das formas de onda dos diferentes programas simulados. Calcula-se também o desvio RMS (Δ_{RMS}) entre as ondas, para se obter a diferença entre o comportamento total das ondas. A validação do modelo do PacDyn foi realizada de forma indireta, fazendo-se comparações com o AnaHVDC.

Para se realizar as simulações em ANATEM, PacDyn, AnaHVDC e PSCAD, é necessário primeiro construir o caso utilizando o programa computacional ANAREDE. O ANAREDE é uma ferramenta de simulação e análise de sistemas elétricos de potência em regime permanente. Os dados obtidos pela simulação do ANAREDE podem ser diretamente importados pelo AnaHVDC, PacDyn e ANATEM, definindo diversos dos parâmetros de simulação, tais como características construtivas dos equipamentos e o ponto inicial de operação. Com o sistema convergindo em regime permanente, replica-se o que foi desenvolvido no ANAREDE para o PSCAD, garantindo assim que os sistemas utilizados em todas as simulações sejam idênticos. Porém, para o PSCAD, ainda é necessário inicializar

o caso, para que se possa obter o ponto de operação inicial do sistema em regime permanente. Para isso, simula-se a rede sem aplicação de distúrbios, até que se atinja o regime permanente. Neste ponto, utiliza-se a ferramenta *snapshot* do PSCAD, que permite gravar os dados de uma simulação em um instante desejado. O arquivo *snapshot* pode então ser utilizado em simulações futuras, permitindo que dita simulação se inicie do ponto gravado, partindo de uma situação de em que a rede elétrica está em regime permanente.

Com os casos desenvolvidos no ANAREDE e PSCAD, e com os pontos de operação inicial obtidos, simulou-se cada caso no ANATEM, AnaHVDC e PSCAD, aplicando-se o mesmo distúrbio nos três programas. Fez-se isso para que se pudesse comparar o comportamento dinâmico do modelo de conversor CCC proposto e implementado no AnaHVDC com os modelos já consolidados do ANATEM, e PSCAD.

Também visou-se estudar a reação do modelo proposto quando submetido a pequenas perturbações. Para tanto simulou-se o caso no AnaHVDC e no PacDyn, desta vez aplicando-se um distúrbio de amplitude menor do que o aplicado nos casos anteriores. Porém, como o PacDyn produz resultados dos desvios em relação aos seus valores iniciais das variáveis medidas, não de seus valores absolutos, mostrou-se necessário calcular os desvios das variáveis obtidos pelo AnaHVDC. Não foi realizada a comparação entre PacDyn e PSCAD pois o PacDyn realizada análises de respostas a pequenas perturbações, e quando se aplicando uma pequena perturbação no modelo do PSCAD, se obteve resultados com predominância de harmônicos, que tornavam a comparação inviável.

O primeiro caso desenvolvido, mostrado na Figura 40 consiste em um elo HVDC com conversores CCC conectados de ambos os lados a barras infinitas. Nele, assim como em todos os outros casos aqui nesta seção, é aplicado um degrau à tensão de uma das barras, para que se possa analisar a resposta do sistema modelado e comparar os resultados obtidos entre AnaHVDC, ANATEM, PacDyn e PSCAD.

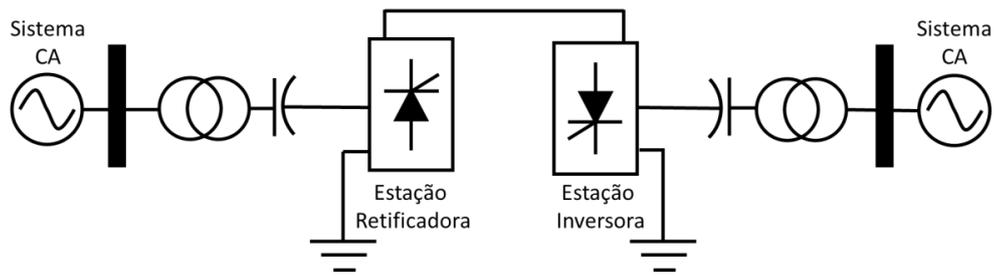


Figura 40 - Esquema unifilar equivalente do caso 1

O segundo caso (Figura 41) é uma evolução do primeiro, incluindo duas barras de cada lado do elo HVDC, com impedâncias entre as duas barras. Esse caso também introduz filtros de harmônicos ao sistema simulado. O terceiro caso, mostrado na Figura 42 é similar ao segundo, exceto que nele implementa-se conversores com pontes de doze pulsos em vez de conversores com pontes de seis pulsos.

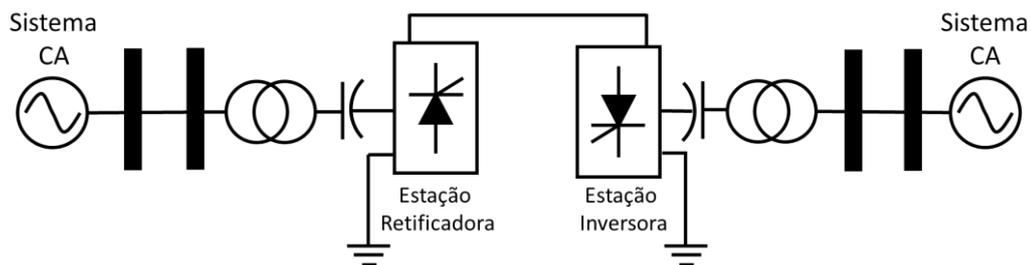


Figura 41 - Esquema unifilar equivalente do caso 2

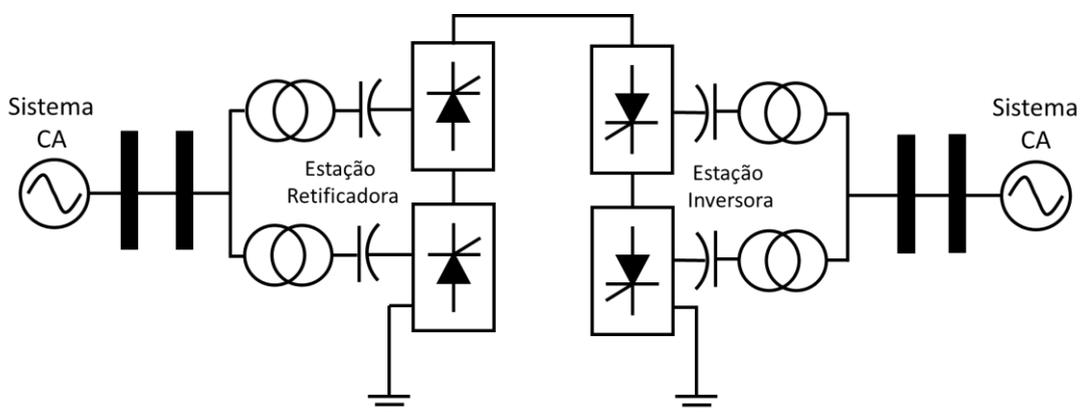


Figura 42 - Esquema unifilar equivalente do caso 3

O quarto caso estudado é baseado no caso BenchHVDC, que é um caso exemplo da versão 0.5.0 do AnaHVDC. Originalmente, esse caso exemplo possui um elo HVDC com conversores LCC, porém, para este estudo, inclui-se capacitores de comutação para utilização do modelo CCC proposto. Esse caso simula uma rede CA que contém um elo HVDC, múltiplas linhas CA e múltiplas barras de geração. O esquema unifilar é apresentado na Figura 43.

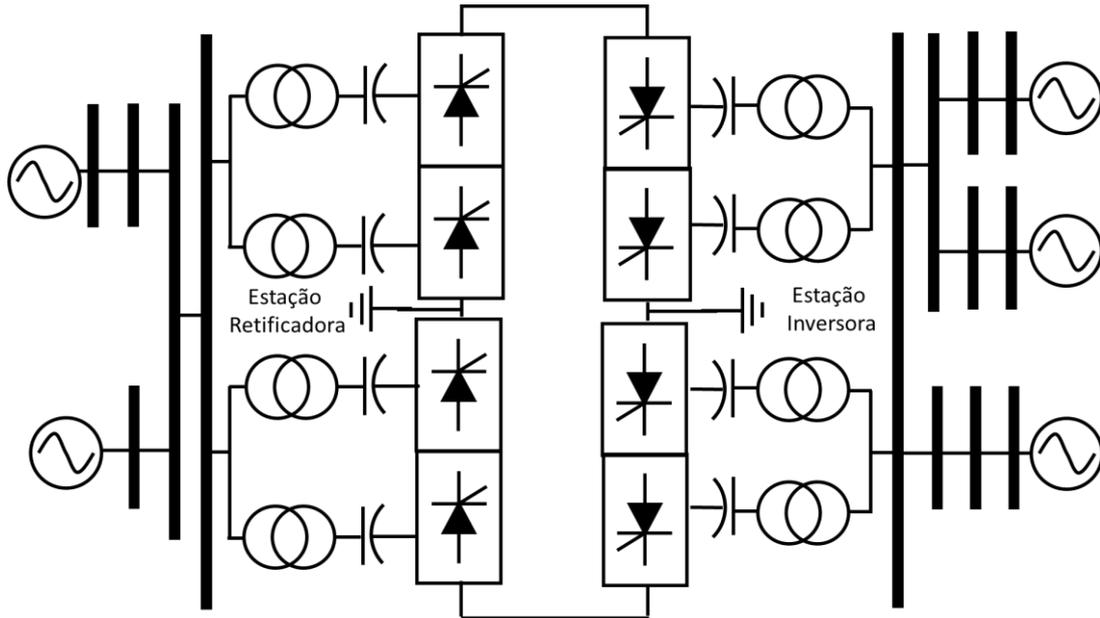


Figura 43 - Esquema unifilar equivalente do caso 4

Uma descrição resumida dos casos desenvolvidos é apresentada na Tabela V.

Tabela V - Descrição dos casos simulados

Caso	Descrição	Eventos aplicados nos casos com grande perturbação	Eventos aplicados nos casos com pequena perturbação
1	Elo CC com barras terminais infinitas.	Degrau de 3% da tensão da barra	Degrau de 0,01% da tensão da barra
2	Elo CC com conversores de 6 pulsos conectado a linha CA.	Degrau de 10% da tensão da barra	Degrau de 0,1% da tensão da barra
3	Elo CC com conversores de 12 pulsos conectado a linha CA.	Degrau de 3% da tensão da barra	Degrau de 0,01% da tensão da barra
4	Caso BenchHVDC modificado	Curto circuito trifásico	-

4.1. Caso 1: Elo HVDC com CCC conectado a barras infinitas.

O primeiro sistema desenvolvido para esta dissertação consiste de um elo HVDC com barras infinitas. A linha CC é representada por uma resistência de 5Ω conectada em série com uma indutância de 1200 mH. No retificador, utilizou-se capacitores de comutação de $213,3 \mu\text{F}$, enquanto no inversor, usou-se capacitores de $104,5 \mu\text{F}$. Os transformadores dos conversores possuem corrente nominal de 3930 A, potência trifásica de 1152 MVA e relação de tensão de 500kV no primário e 207,2kV no secundário. A reatância de comutação do transformador da unidade retificadora é 0,12 pu, enquanto no lado inversor, essa reatância é de 0,144 pu. Ajustou-se as tensões das barras infinitas, de modo a se manter o valor do tap dos transformadores em 1. Fez-se isso para padronizar o ajuste do ponto de operação do sistema entre as diferentes ferramentas de simulação. O PLL do retificador possui ganho proporcional de 20 pu/pu, e ganho integral de 200 pu/pu.s. Já o PLL do inversor possui ganhos de 10 pu/pu e 100 pu/pu.s. O controle dos conversores é feito através de controladores PI. Para o retificador, o controlador possui um ganho proporcional de valor 100 graus/pu, e um ganho integral de valor 3000 graus/pu.s. No lado inversor, o controlador PI possui um ganho proporcional de 200 graus/pu e um ganho integral de 5000 graus/pu.s. Os dados desse caso são apresentados nas tabelas abaixo.

Tabela VI - Dados elétricos do caso 1

Dados Gerais		Lado Retificador		Lado Inversor	
R_{CC}	5Ω	Tap_R	1	Tap_I	1
L_{CC}	1200 mH	CCC_R	$213,3 \mu\text{F}$	CCC_I	$104,5 \mu\text{F}$
S_{tr}	1152 MVA	$X_{tr,R}$	0,12 pu	$X_{tr,I}$	0,144 pu
$I_{nom,tr}$	3930 A	V_{1020}	1,033 pu	V_{26}	0,955 pu
V_{tr1}	500 kV	$Kp_{R,PLL}$	20	$Kp_{I,PLL}$	10
V_{tr2}	207,2 kV	$Ki_{R,PLL}$	200	$Ki_{I,PLL}$	100
		$Kp_{R,PI}$	100	$Kp_{I,PI}$	200
		$Ki_{R,PI}$	3000	$Ki_{I,PI}$	5000

Primeiro, a rede do caso é simulada no ANAREDE, o que permite garantir a convergência do fluxo de potência e obter os dados do sistema durante regime permanente. O diagrama construído no ANAREDE é apresentado na Figura 44.

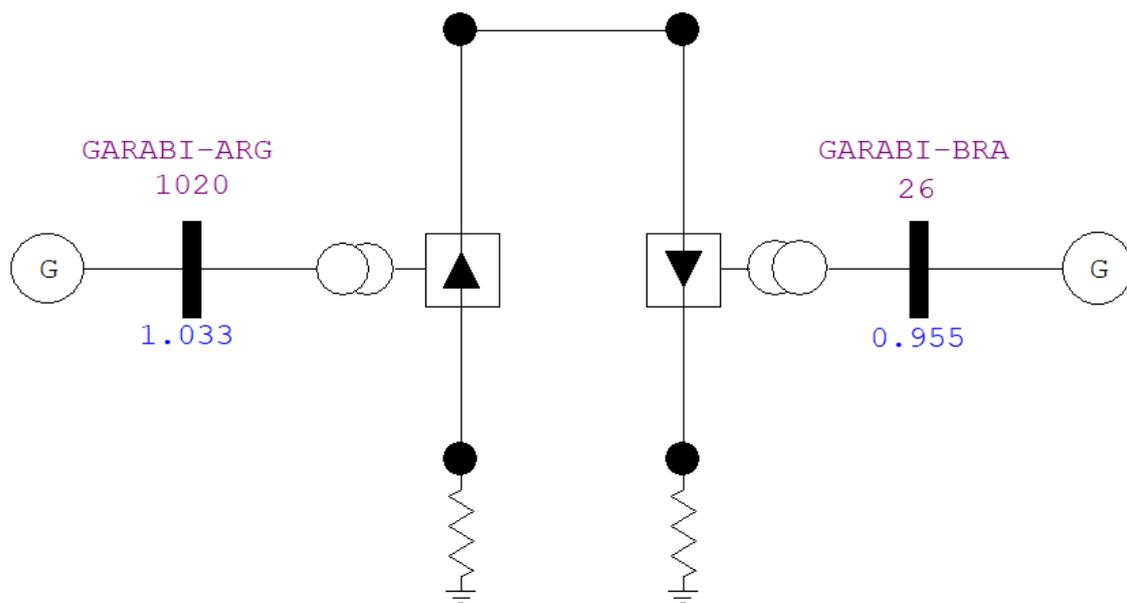


Figura 44 - Diagrama unifilar utilizado no ANAREDE para o caso 1

Com o sistema convergindo no ANAREDE, utiliza-se os mesmos parâmetros e os resultados obtidos de tensão nas barras na construção do caso no PSCAD. O diagrama unifilar do caso no PSCAD é demonstrado na Figura 45. Nesta imagem, os elementos que compõem o elo de corrente contínua estão contidos no componente “Elo HVDC”. Os conteúdos do componente “Elo HVDC”, isto é, os transformadores, capacitores de comutação, pontes chaveadas e a linha CC, aparecem divididos na Figura 46 e na Figura 47, com a Figura 46 mostrando o lado do retificador do elo HVDC, e a Figura 47 mostrando o lado inversor.

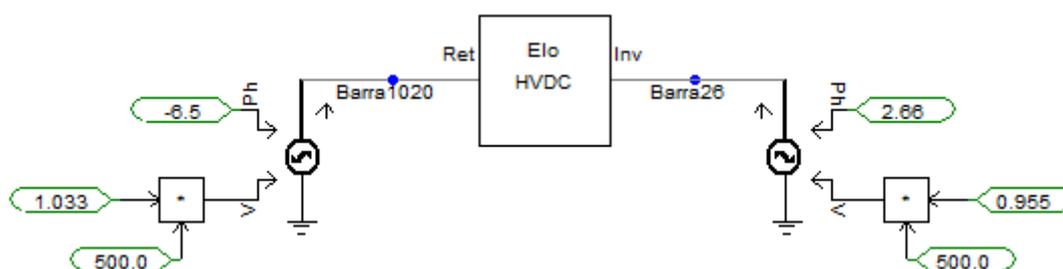


Figura 45 - Diagrama unifilar do caso 1 no PSCAD

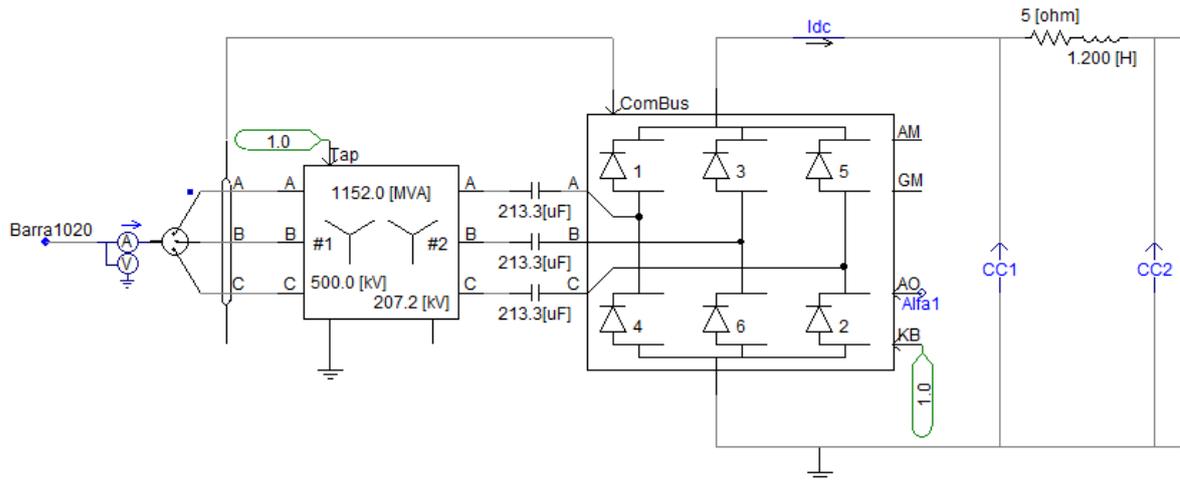


Figura 46 - Diagrama do lado retificador do elo HVDC do caso 1 no PSCAD

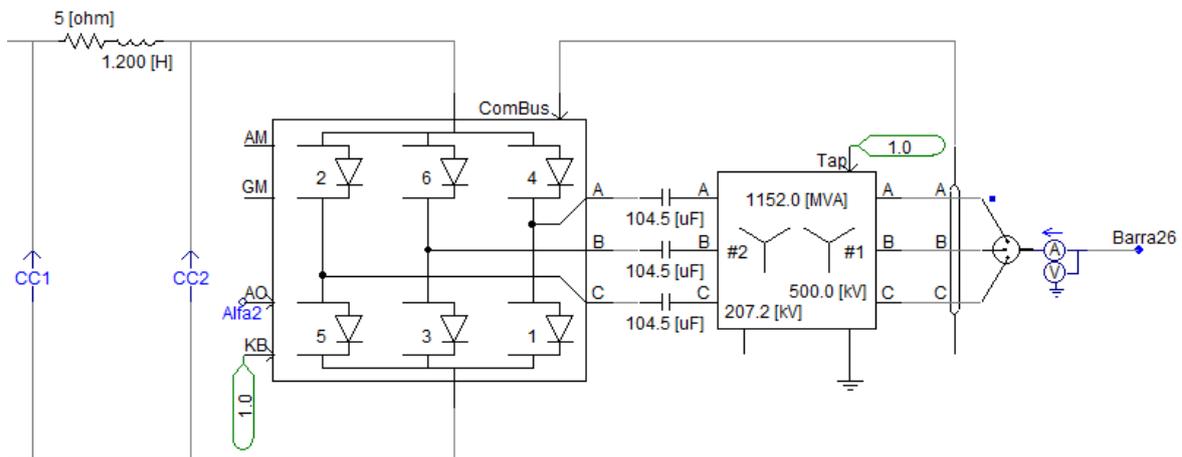


Figura 47 - Diagrama do lado inversor do elo HVDC do caso 1 no PSCAD

O controle do alfa dos conversores é feito através de controladores PI. No caso do retificador, utilizou-se o controle de ordem de corrente do elo HVDC, como pode ser visualizado na Figura 48. Já para o inversor, é utilizado um controle na tensão CC do lado do inversor, conforme mostra a Figura 49.

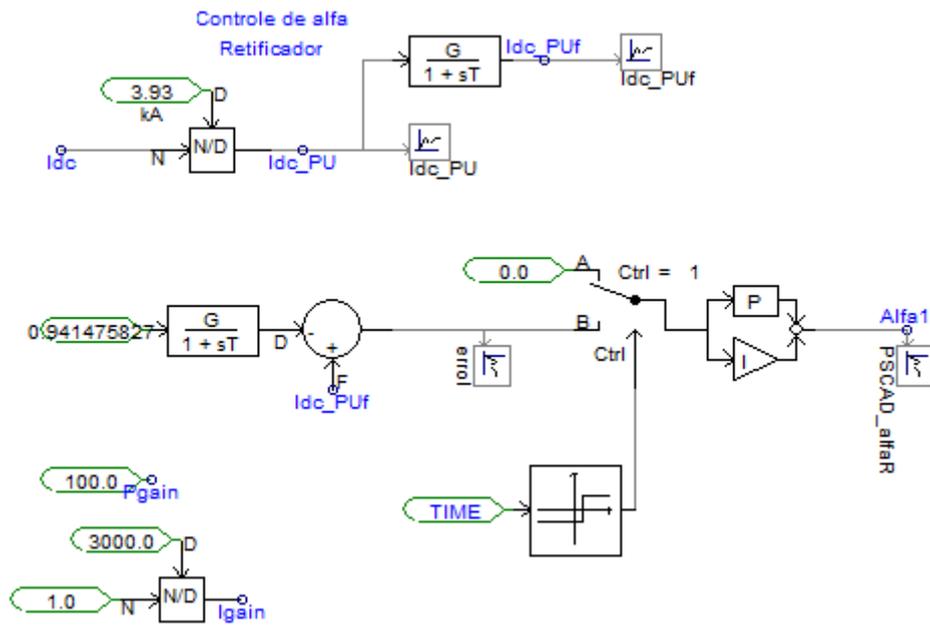


Figura 48 - Controlador PI do retificador

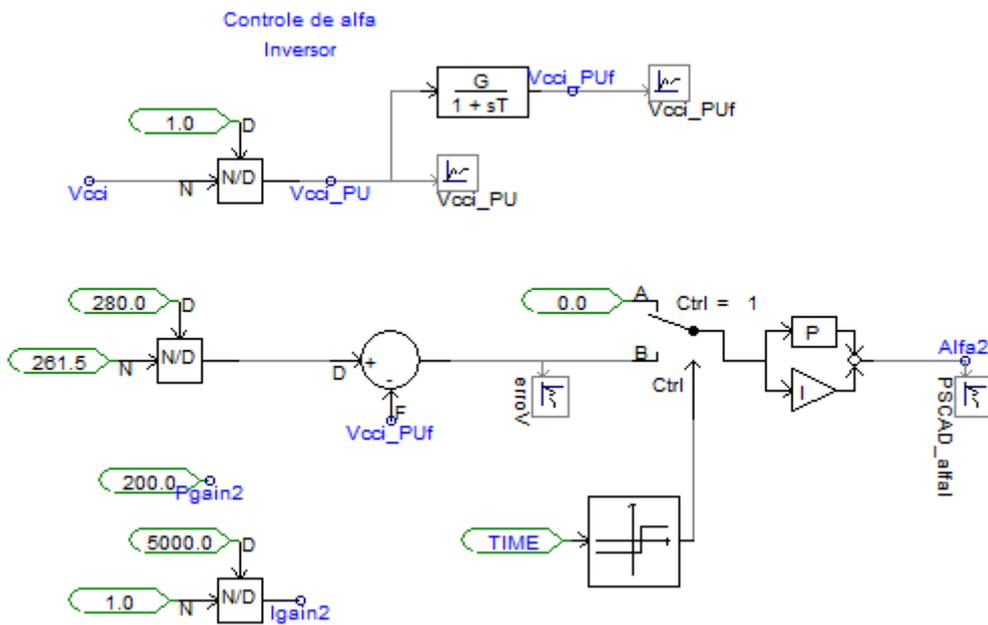


Figura 49 - Controlador PI do inversor

Para o caso em questão, aplicou-se um distúrbio, em forma de um degrau, na barra 1020, do lado do retificador, com valor de 3% da tensão total da barra. Esse distúrbio é aplicado em $t = 0,1s$. Os resultados obtidos são demonstrados nas figuras a seguir. Essas figuras mostram a comparação entre os resultados obtidos pelos programas PSCAD, AnaHVDC e ANATEM. Padronizou-se, para todas as imagens na seção de resultados, que

o PSCAD será representado por curvas vermelhas, o AnaHVDC por curvas azuis e o ANATEM por curvas verdes, a não ser que seja especificado o contrário.

4.1.1. Caso 1 com perturbação no lado retificador

A Figura 50, a Figura 51 e a Figura 52 mostram os gráficos dos resultados obtidos para a corrente contínua, tensão CC no lado retificador e ângulo de disparo (α) do retificador, respectivamente. Desses gráficos, pode-se ver que os resultados obtidos pelo ANATEM e AnaHVDC são visualmente coincidentes, uma vez que não há rede CA e, portanto, não há transitórios eletromagnéticos, havendo coincidência entre o modelo eletromecânico do ANATEM e o eletromagnético do ANAHVDC. Já os resultados do PSCAD, diferem um pouco dos obtidos nos outros programas. Dos gráficos analisados, nota-se que os resultados obtidos no PSCAD apresentam maior oscilação e ponto de operação ligeiramente diferente do ANATEM e do AnaHVDC. Essas diferenças são esperadas e ocorrem devido ao fato de o PSCAD considerar harmônicos em suas simulações, o que não ocorre com o ANATEM e o AnaHVDC. A presença de conteúdo harmônico dificulta uma definição precisa dos pontos de operação das variáveis, o que resulta em uma variância entre esses pontos no PSCAD e nas outras ferramentas de simulação, como pode ser visto em diversas figuras deste capítulo.

Contudo, como o comportamento dinâmico do PSCAD é similar ao comportamento dos outros dois programas, e conforme é demonstrado na Tabela VII, seus pontos de operação inicial e final são próximos aos do ANATEM e AnaHVDC, assim como sua variação RMS. Logo, considera-se os resultados entre os três programas coerentes. A Tabela VII faz uma comparação entre os valores das variáveis obtidas pelo AnaHVDC e o PSCAD, visto que esses são os valores mais discrepantes dentre os três programas simulados.

Tabela VII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variáveis	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Corrente no elo CC	0,43285%	0,7365%	0,0388%
Tensão CC no lado retificador	0,2986%	0,2529%	0,2012%
Ângulo de disparo do retificador	4,492%	2,064%	3,6093%

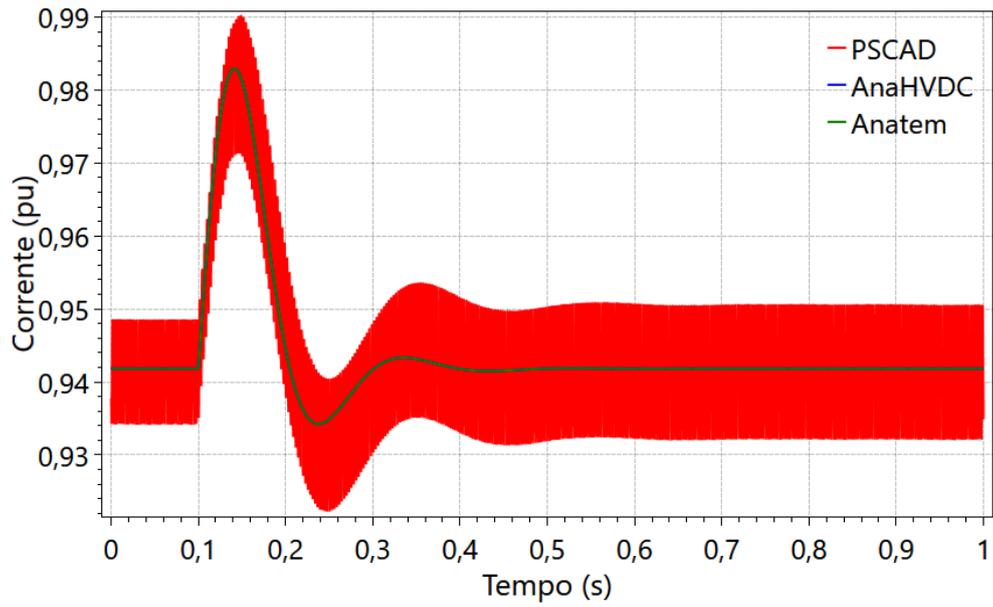


Figura 50 - Corrente no elo CC no caso 1

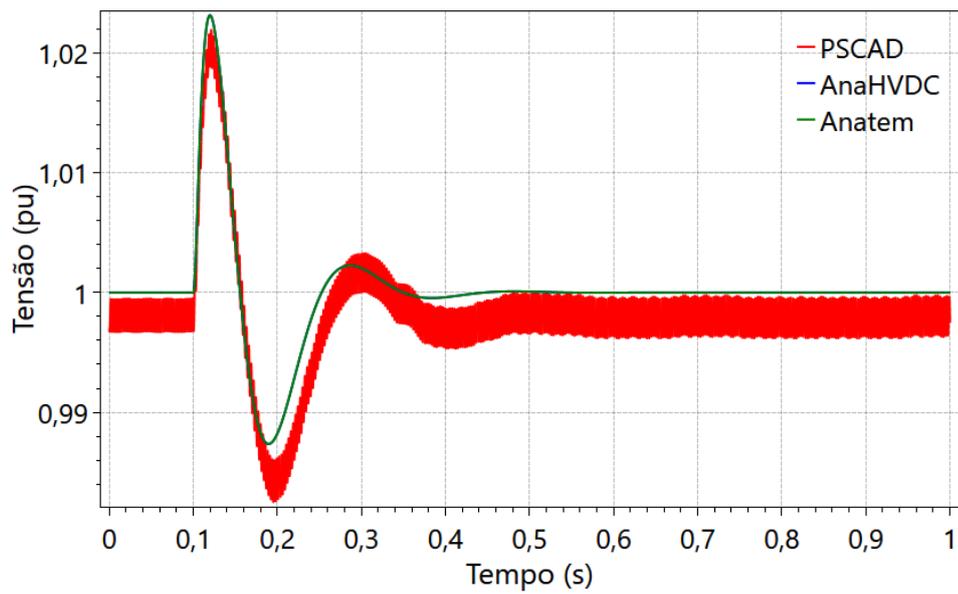


Figura 51 - Tensão CC no lado retificador do elo CC no caso 1

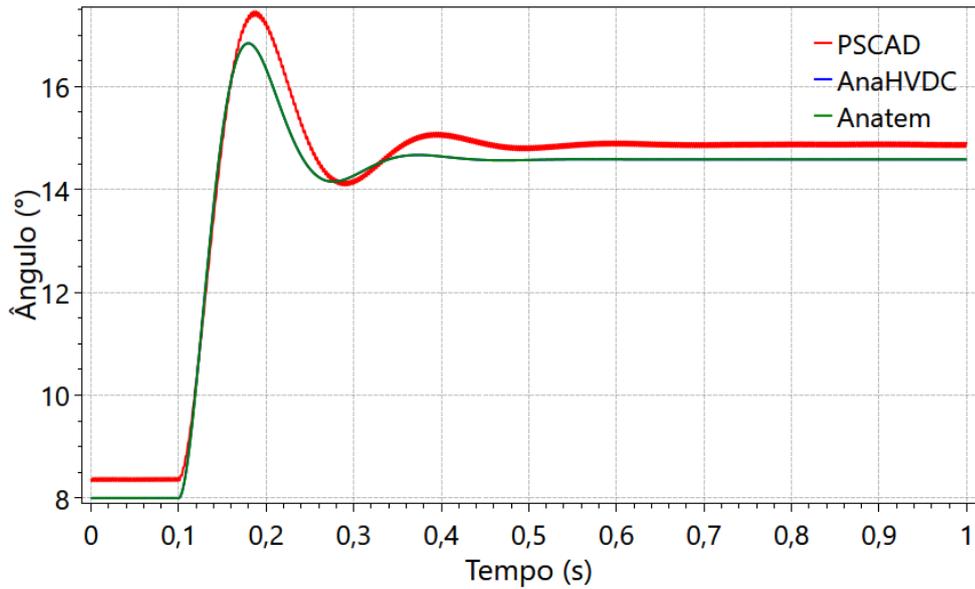


Figura 52 - Ângulo de disparo (α) do retificador no caso 1

A Figura 53, a Figura 54 e a Figura 55 mostram, respectivamente, os comportamentos da potência ativa, reativa e da tensão CA na barra 1020, que é a barra terminal conectada à unidade retificadora. Essas variáveis apresentam comportamento similar ao comportamento demonstrado nos gráficos da Figura 50, Figura 51 e Figura 52, com o ANATEM e o AnaHVDC apresentando resultados praticamente idênticos, e o PSCAD tendo resultados similares, com pontos de operação próximos, como demonstrado na Tabela VIII. O PSCAD também apresenta comportamento dinâmico correspondente ao do ANATEM e do AnaHVDC, porém com maiores oscilações. Logo, os resultados dessas simulações podem ser considerados coerentes entre as três ferramentas.

Tabela VIII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Potência Ativa na barra 1020	0,1821%	0,1790%	0,1618%
Potência Reativa na barra 1020	2,9443%	1,7369%	1,347%
Tensão na barra 1020	0,009 %	0,0086%	0,0305%

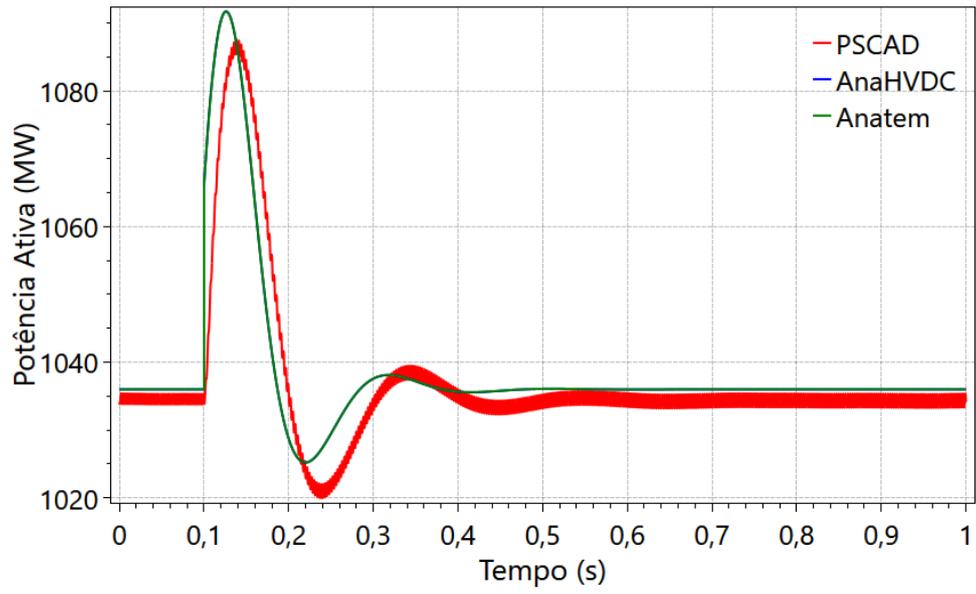


Figura 53 - Potência Ativa na barra 1020, caso 1

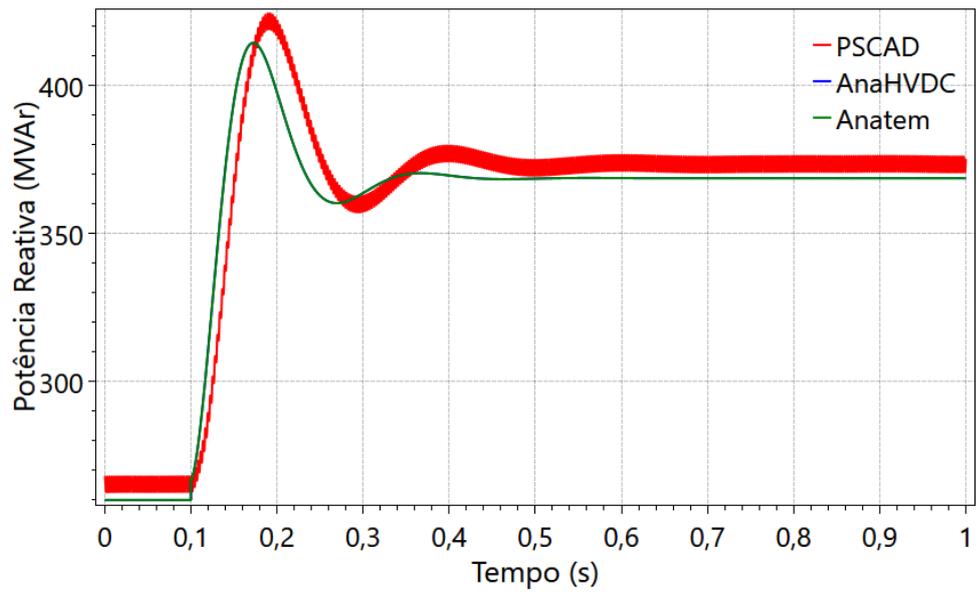


Figura 54 - Potência Reativa na barra 1020, caso 1

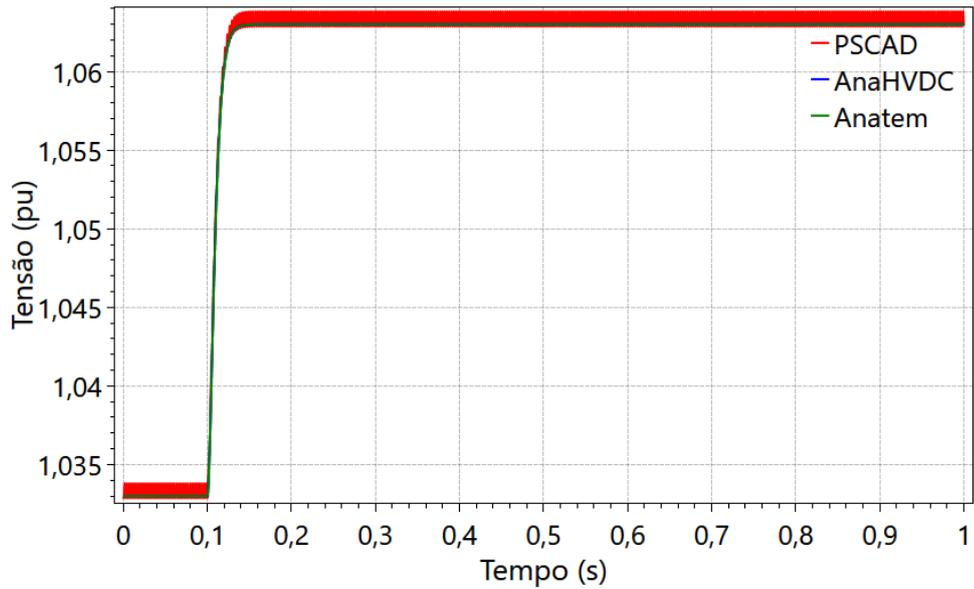


Figura 55 - Tensão na barra 1020 no caso 1

Os gráficos demonstrados na Figura 56 e na Figura 57, mostram o comportamento da tensão CC e ângulo de disparo no inversor. Nessas figuras, pode ser visto que a variação nessas variáveis é baixa, especialmente quando comparados à Figura 51 e à Figura 52. Nota-se também que para essas variáveis, o comportamento dinâmico difere entre o PSCAD e os outros dois programas.

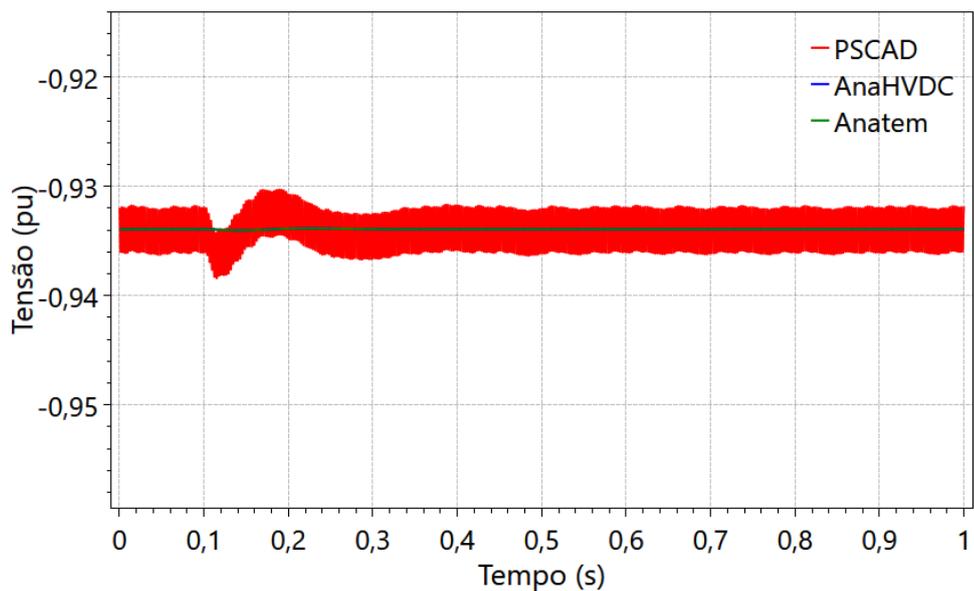


Figura 56 - Tensão CC no lado inversor do elo CC, no caso 1

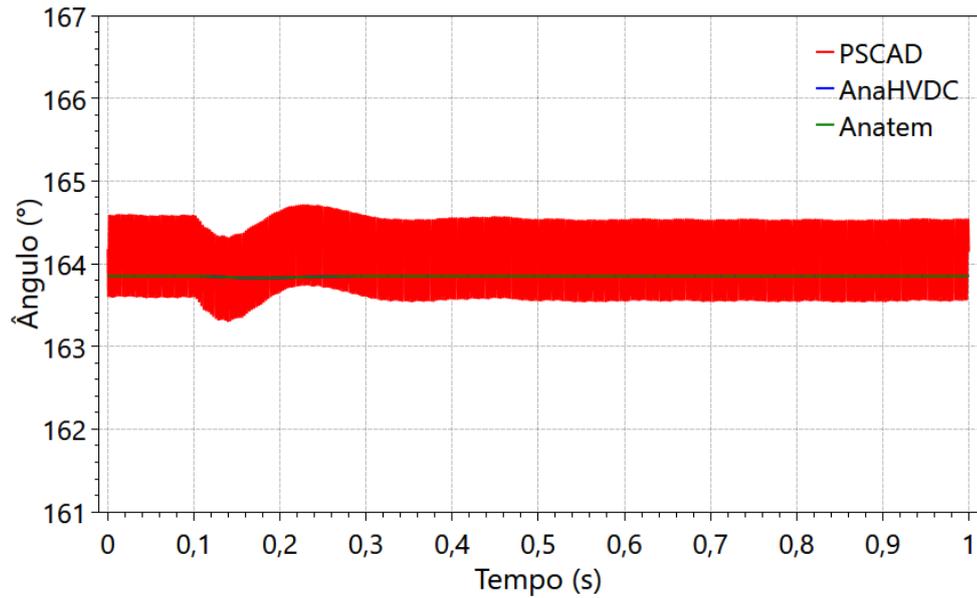


Figura 57 - Ângulo de disparo (α) do inversor no caso 1

A Figura 58, a Figura 59 e a Figura 60 mostram outras variáveis do lado do inversor: potência ativa, potência reativa e tensão na barra 26, respectivamente. Os resultados obtidos nessas variáveis também mostram diferenças no comportamento dinâmico, apresentando uma diferença visual mais aparente no regime permanente na escala apresentada.

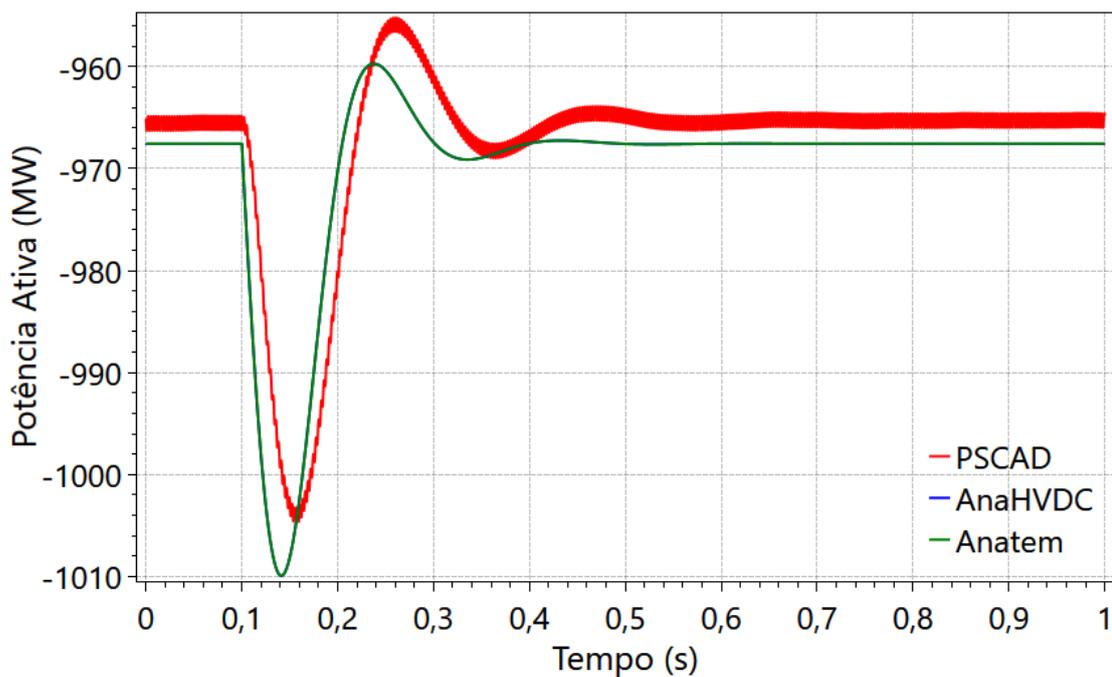


Figura 58 - Potência ativa na barra 26, caso 1

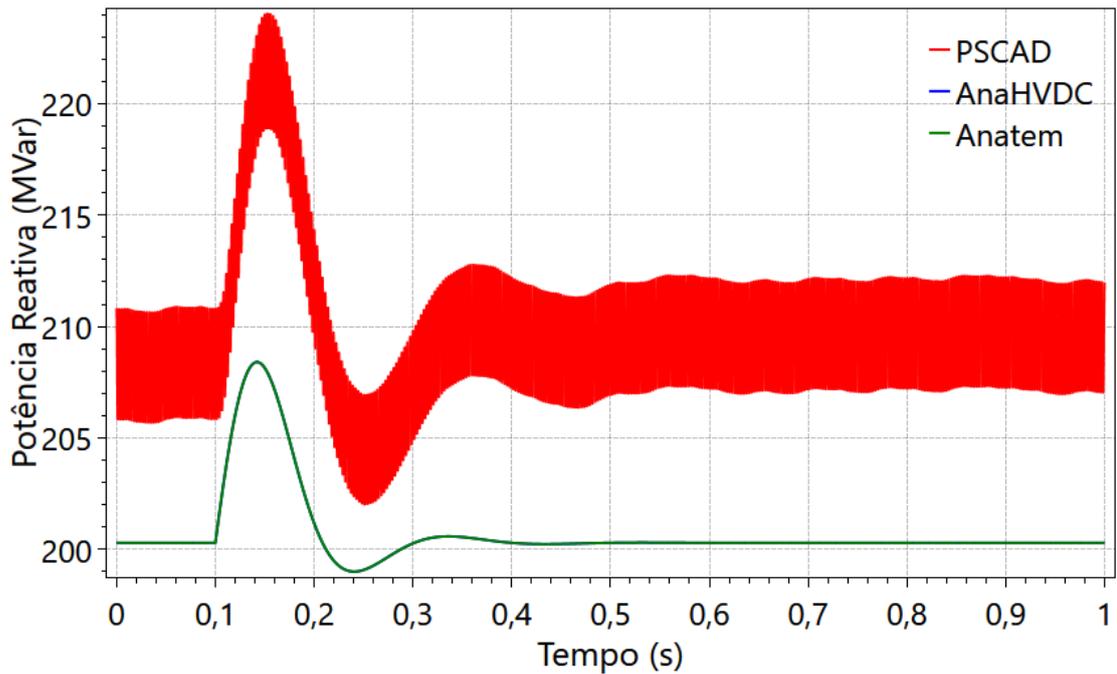


Figura 59 - Potência reativa na barra 26, caso 1

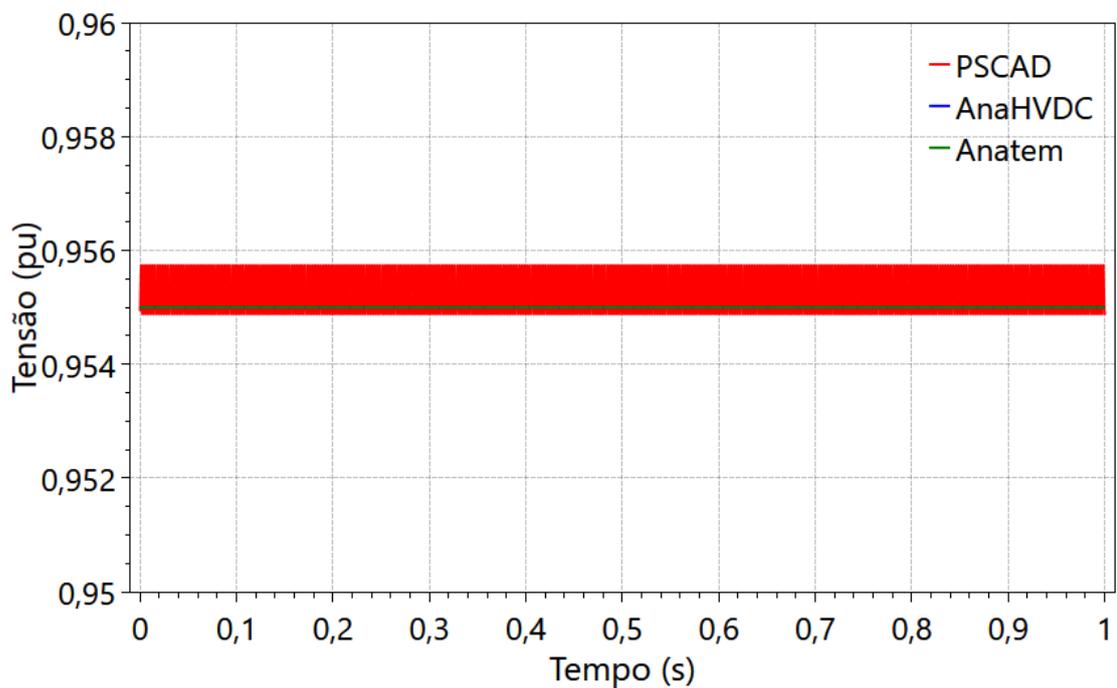


Figura 60 - Tensão na barra 26, caso 1

Teorizou-se que esses comportamentos inesperados ocorrem porque a perturbação aplicada do lado do retificador não gera efeitos significativos do lado do inversor e, no caso do PSCAD, os efeitos dos harmônicos na rede são mais fortes do que o efeito da perturbação

no lado inversor da rede. Para se testar essa hipótese, simulou-se o caso novamente, nos três programas, mas desta vez aplicando um degrau de 3%, em $t = 0,1s$, na barra 26, que é a barra conectada ao transformador do inversor.

4.1.2. Caso 1 com perturbação no lado inversor

A Figura 61 e a Figura 62 mostram o comportamento das variáveis CC no lado inversor, agora para um distúrbio no lado inversor. Nessas imagens, as variáveis das três ferramentas de simulação mostram comportamentos dinâmicos similares e pontos de operação congruentes, conforme a Tabela IX. A variação RMS entre as ondas do PSCAD e do AnaHVDC também são apresentadas nessa tabela.

Tabela IX - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Tensão CC no inversor	0,2103%	0,1618%	0,0049%
Ângulo de disparo do inversor	0,1999%	0,1084%	0,2957%

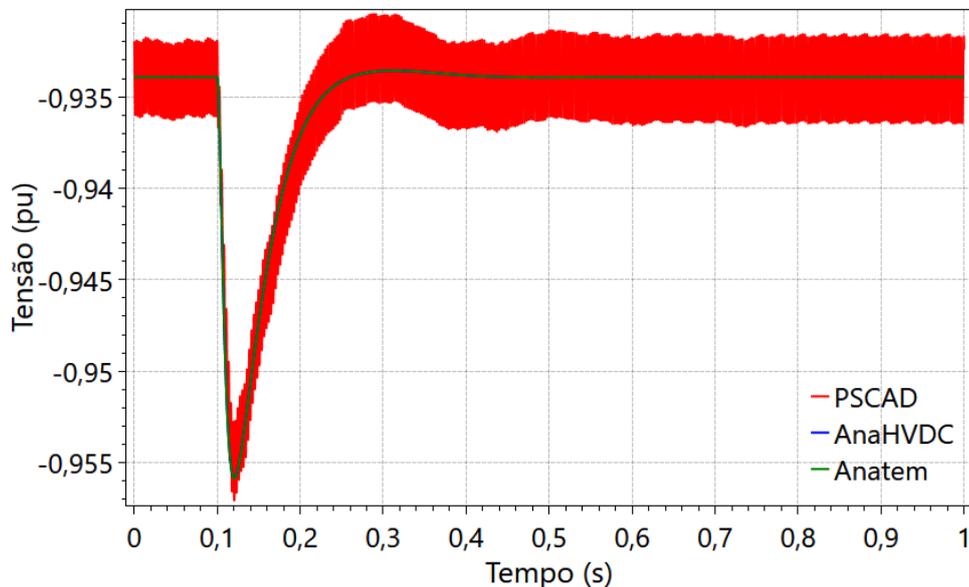


Figura 61 - Tensão CC no inversor, para falta na barra 26: caso 1

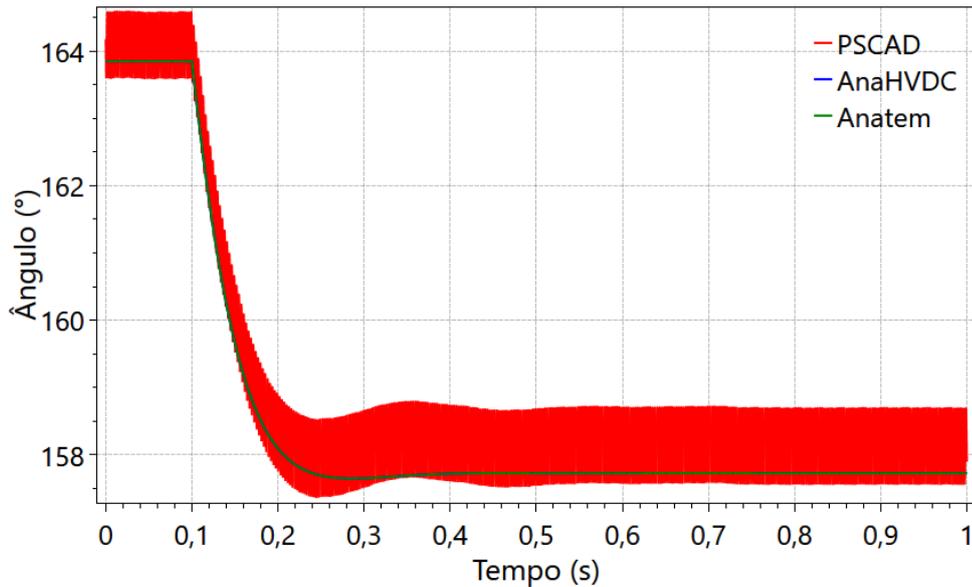


Figura 62 - Ângulo de disparo do inversor, para falta na barra 26: caso 1

As variáveis alternadas no lado do inversor, agora com a perturbação sendo aplicada na barra 26, são apresentadas na Figura 63, Figura 64 e Figura 65. Os resultados obtidos, desta vez, apresentam respostas observáveis ao distúrbio aplicado. Há coerência nos pontos de operação, conforme a Tabela X demonstra, e nos comportamentos dinâmicos entre PSCAD, AnaHVDC e ANATEM, com as diferenças observáveis sendo devidas à escala dos gráficos. Além disso, os programas apresentam baixas variações RMS. Logo, as variações apresentadas pelo PSCAD são consideradas pequenas, e condizentes com as pequenas variações apresentadas pelo AnaHVDC e pelo ANATEM.

Tabela X - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Potência Ativa na barra 1020	0,2546%	0,2955%	0,2556%
Potência Reativa na barra 1020	4,9873%	2,6867%	2,8418%
Tensão na barra 1020	0,0075%	0,0078%	0,0295%

Com os resultados das variáveis no lado do inversor mostrando resultados esperados, quando se aplicando a falta do lado do inversor, confirmou-se que o comportamento anterior foi causado pela baixa influência da perturbação nos elementos do outro lado da linha CC, sendo menor do que a influência dos harmônicos nesse lado da rede. Assim sendo, adotou-se como padrão para esta dissertação simular duas vezes cada caso, uma com perturbações

no lado do retificador, e outra no lado do inversor, e colher os dados somente do lado em que foi aplicada dita perturbação.

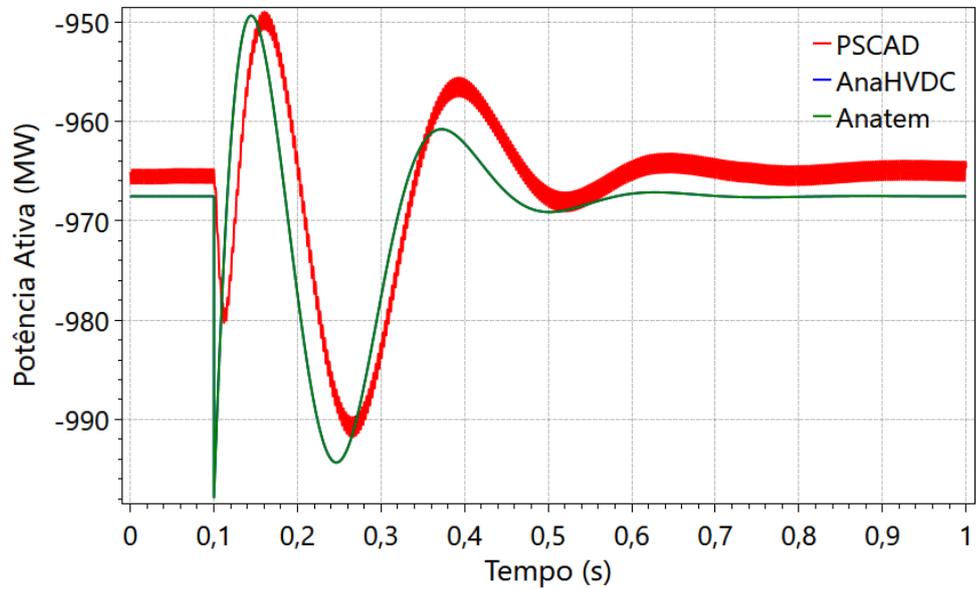


Figura 63 - Potência ativa na barra 26 para falta no lado inversor: caso 1

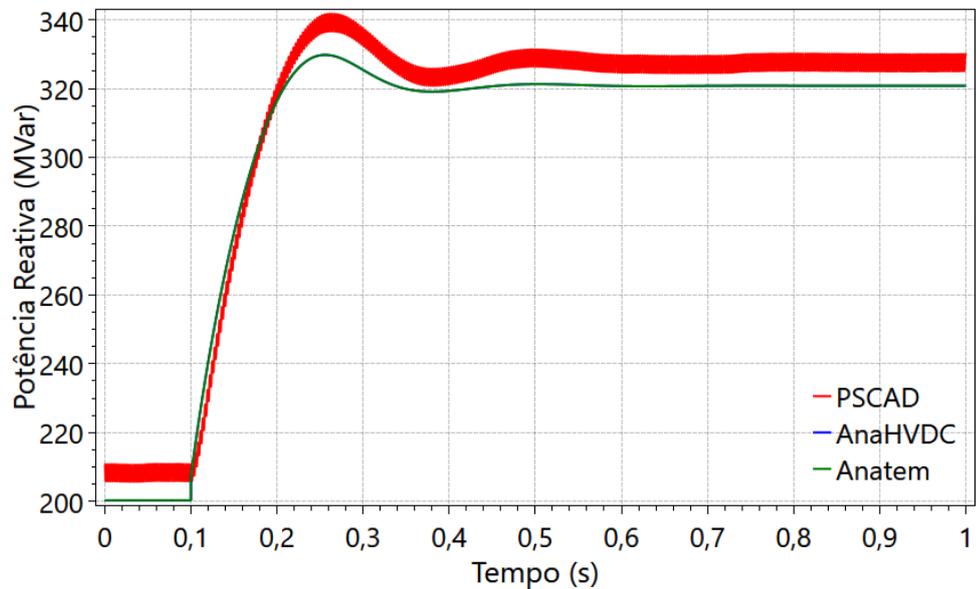


Figura 64 - Potência reativa na barra 26 para falta no lado inversor: caso 1

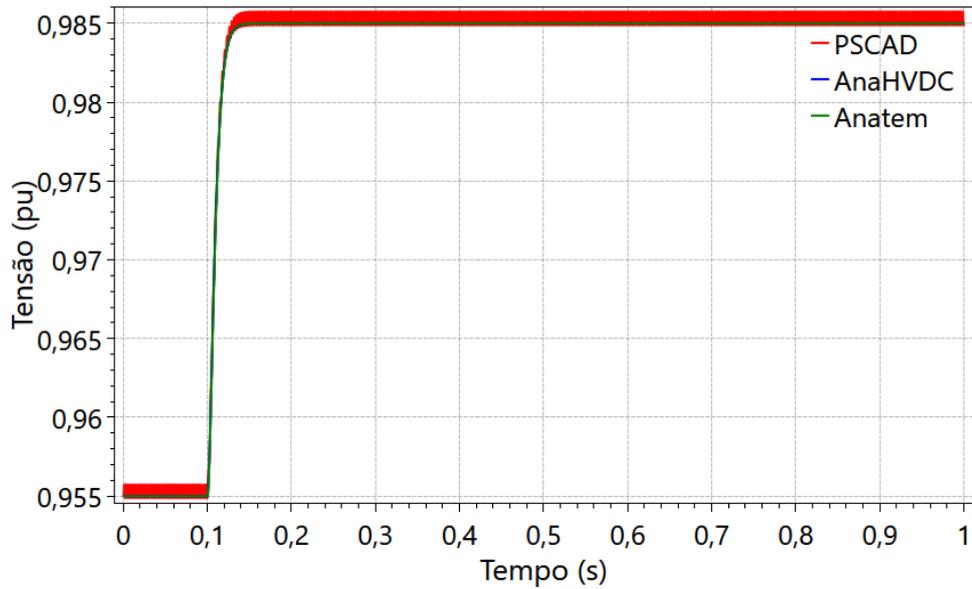


Figura 65 - Tensão na barra 26 para falta no lado inversor: caso 1

A partir da comparação das simulações realizadas em PSCAD, ANATEM e AnaHVDC, conclui-se que os resultados para este primeiro caso são satisfatórios, devido aos pontos de operação e comportamentos semelhantes entre os três programas.

4.1.3. Comparação de pequenas perturbações do caso 1

Para se validar o modelo proposto, também se estudou como ele se comporta diante de pequenas perturbações. Para isso, simulou-se o caso novamente no AnaHVDC, mas desta vez aplicando distúrbios de 0,01% nas barras terminais, e comparou-se esses resultados obtidos pela simulação de casos na ferramenta PacDyn, em que modelo de CCC proposto nesta dissertação foi implementado. Primeiro se aplicou a perturbação no lado retificador, e se obteve os resultados demonstrados da Figura 66, até a Figura 69.

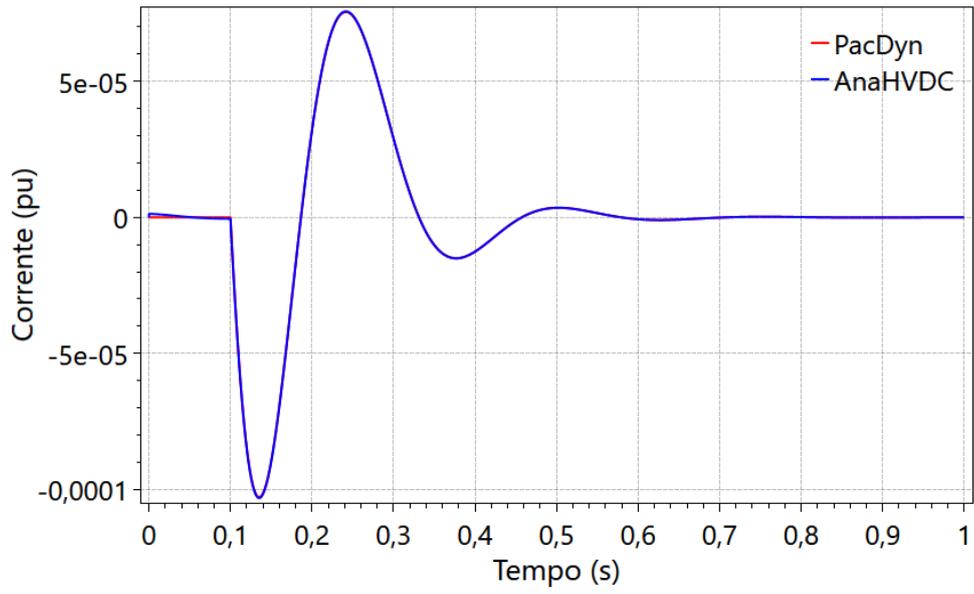


Figura 66 - Desvio da corrente no elo CC no caso 1

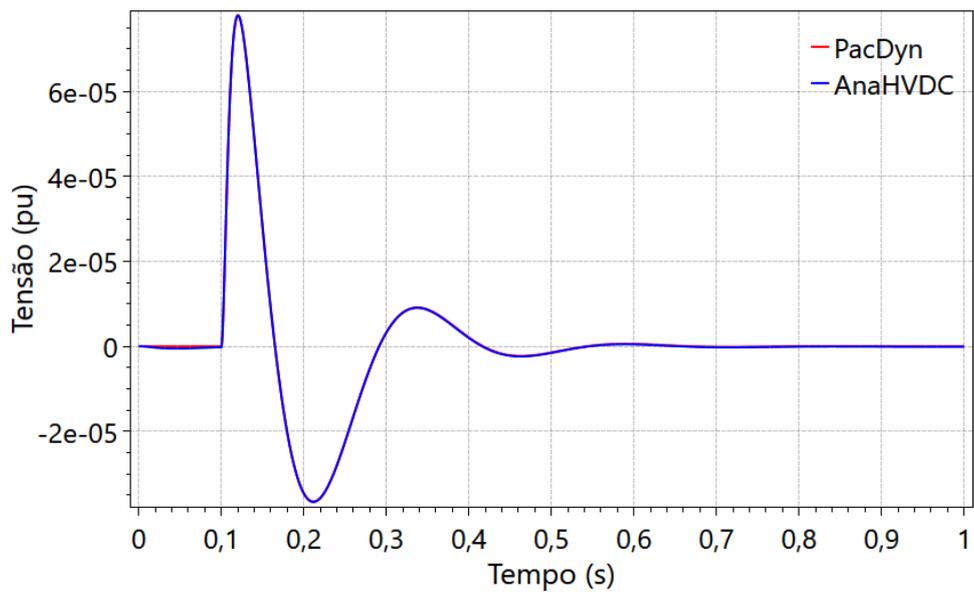


Figura 67 - Desvio da tensão CC no retificador do elo CC do caso 1

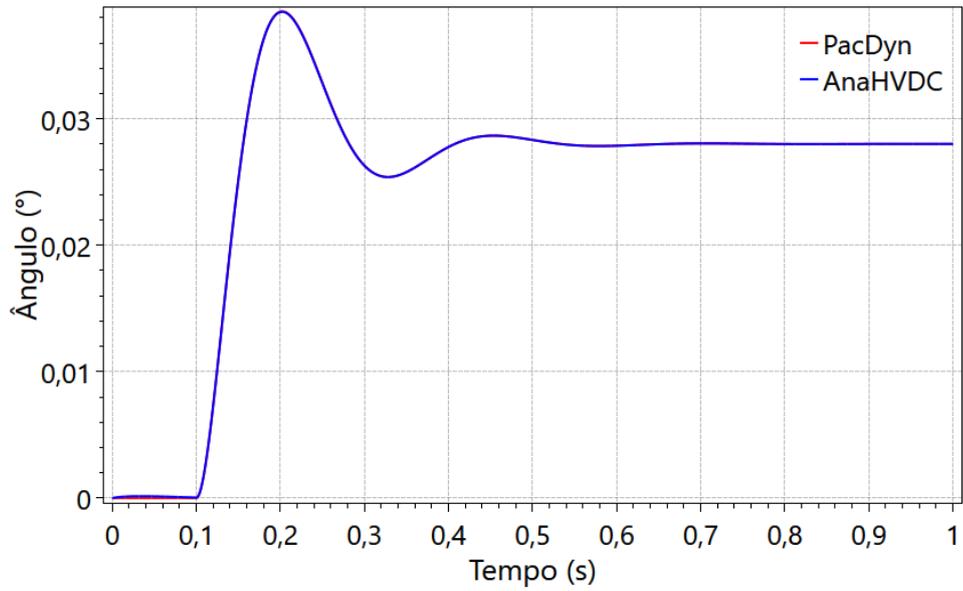


Figura 68 – Desvio do ângulo de disparo no retificador do caso 1

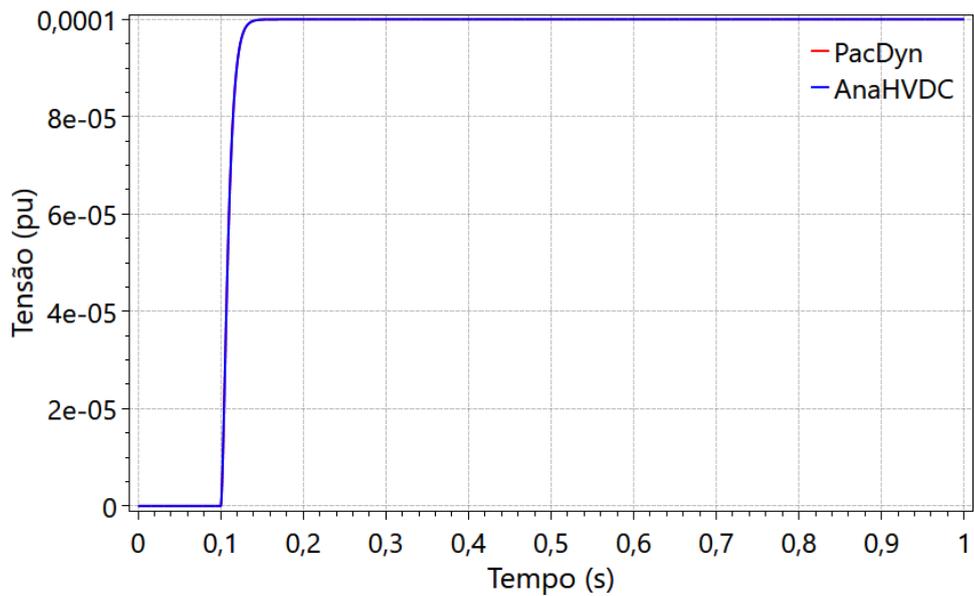


Figura 69 – Desvio da tensão CA na barra 1020

A Figura 70, a Figura 71 e a Figura 72 mostram os resultados das variáveis do inversor, para a perturbação sendo aplicada somente na barra terminal do inversor. Em todas as figuras, as comparações entre as duas simulações são visualmente idênticas, a exceção do primeiro 0,1 segundo, aonde há uma variação causada pelos diferentes métodos de inicialização dos dois programas. Isso aponta para a validade do modelo proposto para pequenas perturbações.

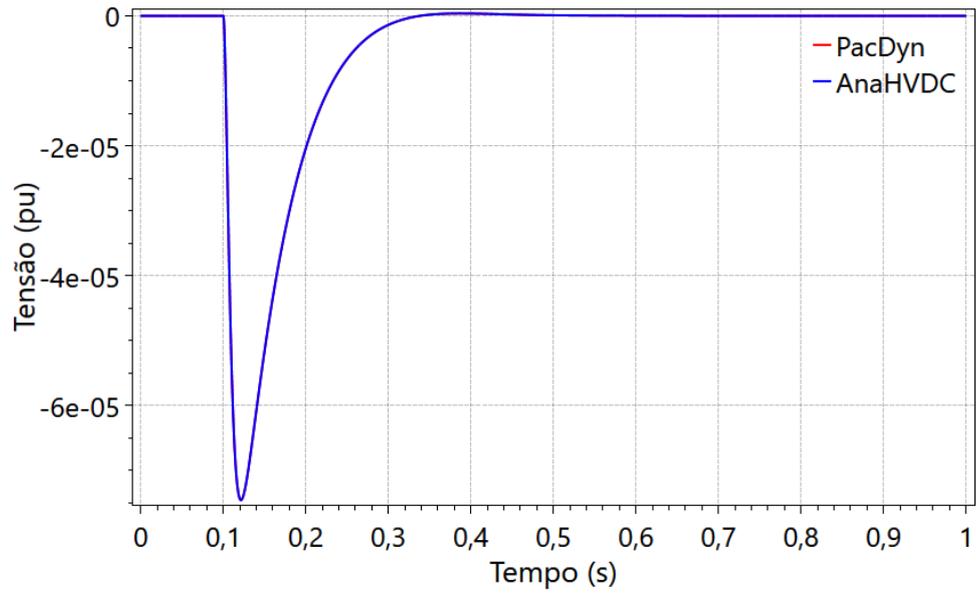


Figura 70 - Desvio da tensão CC no inversor do elo CC do caso 1

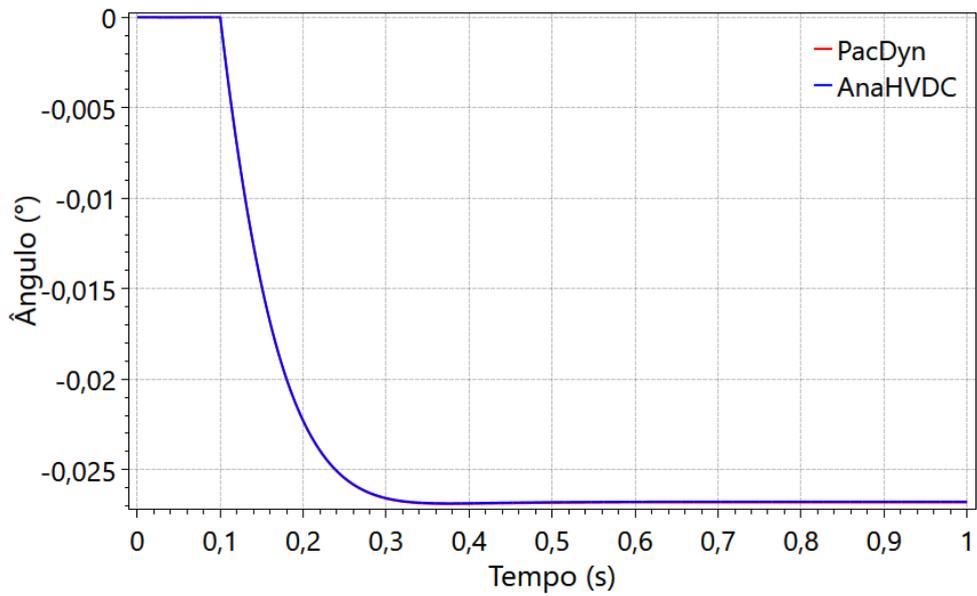


Figura 71 - Desvio do ângulo de disparo no inversor do caso 1

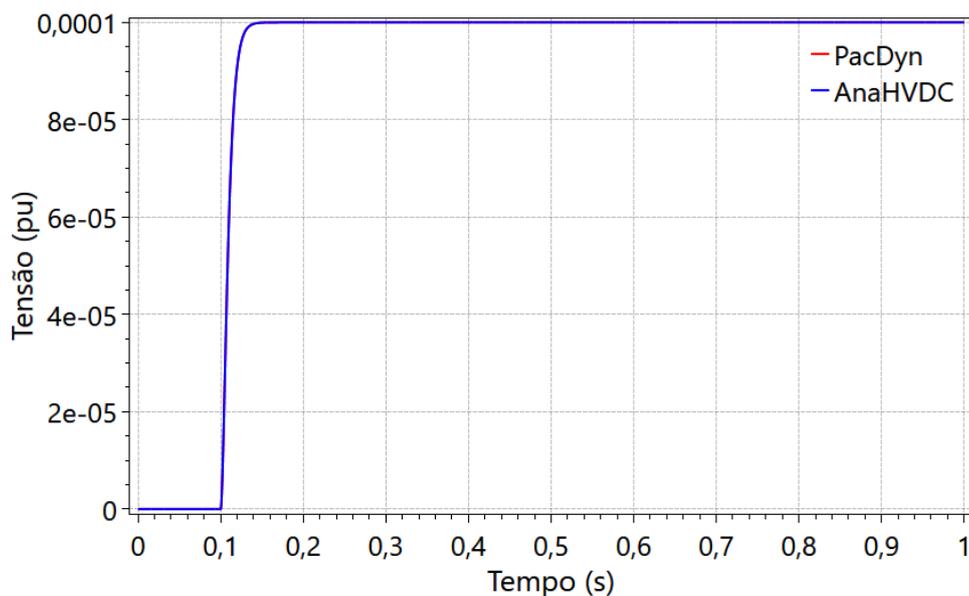


Figura 72 - Desvio da tensão CA na barra 26

Com todos os resultados coletados, conclui-se que para este primeiro caso, o modelo de conversor proposto apresentou resultados satisfatórios. Isso aponta para a validade do modelo proposto para pequenas perturbações, mesmo com a programação sendo completamente distinta entre PacDyn e AnaHVDC, e o PacDyn havendo um processo analítico de linearização. Contudo, este é o caso exemplo mais simples, e para validação do modelo de CCC desenvolvido, são necessários testes em caso mais complexos e mais próximos da realidade de operação de elos HVDC, como os próximos casos estudados nesta seção.

4.2. Caso 2: Elo HVDC com CCC conectado a linha CA

O segundo caso desenvolvido para esta dissertação é uma evolução do caso anterior. Nele, o elo CC é conectado a barras PQ, e estas barras são conectadas, através de linhas CA, a barras de geração, modeladas como barras infinitas. As linhas CA possuem resistência de $3,375 \Omega$ e indutância de $79,5775 \text{ mH}$ do lado do retificador, e $0,82125 \Omega$ e $28,9695 \text{ mH}$ do lado do inversor. Quando tentou-se simular o caso, as formas de onda obtidas no PSCAD apresentavam um formato distorcido, devido aos harmônicos presentes na rede, como será demonstrado nesta seção. Como forma de se mitigar os efeitos dos harmônicos, instalou-se filtros passivos nas barras terminais do elo CC. Como o elo possui conversores de 6 pulsos,

os harmônicos presentes na rede são de ordem $\{6x \pm 1 \mid x \geq 1\}$. Por isso, instalou-se então filtros de 5°, 7°, 11° e 13° harmônicos.

Para a modelagem dos filtros, primeiro supõe-se a potência reativa do filtro. Com isso pode-se calcular os capacitores do filtro através da equação (115):

$$C = \frac{Q}{\omega V^2} \quad (115)$$

As indutâncias do filtro são calculadas pela equação (116):

$$L = \frac{1}{C\omega^2} \quad (116)$$

Finalmente, calcula-se a potência reativa total do filtro, que é introduzida nas barras terminais do elo CC:

$$Q = \frac{V^2}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \quad (117)$$

Na Figura 73 apresenta-se o diagrama unifilar desenvolvido no ANAREDE para este caso exemplo, onde os filtros são representados por capacitores shunt:

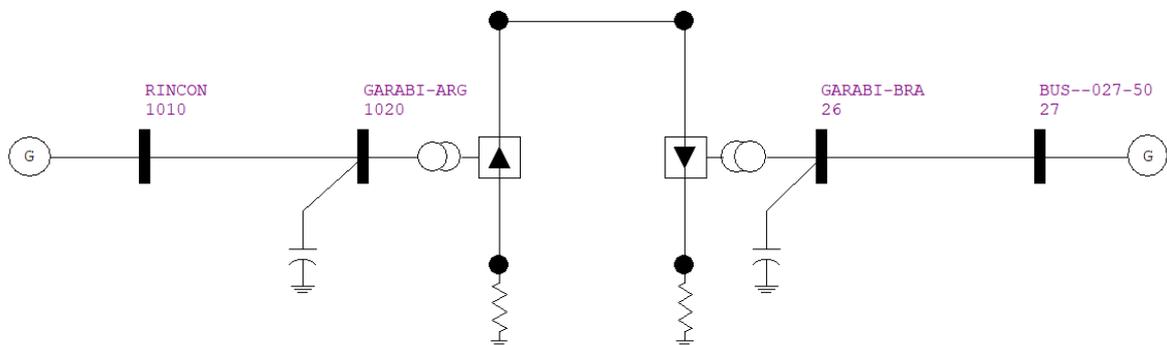


Figura 73 - Diagrama unifilar do ANAREDE para o caso 2

O modelo do caso no PSCAD é mostrado na Figura 74. Como utilizou-se os mesmos conversores e linha CC do caso 1, o diagrama do elo HVDC do caso 2 pode ser representado pelas Figura 46 e Figura 47.

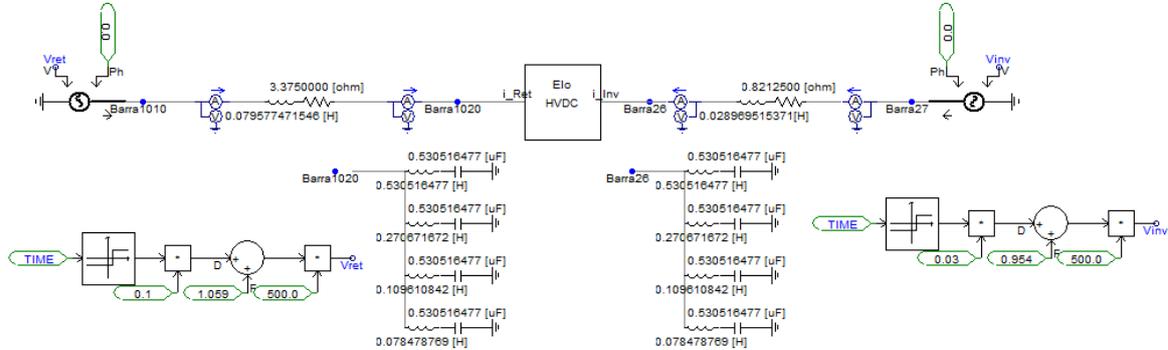


Figura 74 - Diagrama unifilar do caso 2 no PSCAD

Os dados das variáveis do caso 2 são apresentados a seguir, na Tabela XI e na Tabela XII.

Tabela XI - Dados elétricos do caso 2

Dados Gerais		Lado Retificador		Lado Inversor	
R_{CC}	5 Ω	Tap_R	1	Tap_I	1
L_{CC}	1200 mH	CCC_R	213,3 μF	CCC_I	104,5 μF
S_{tr}	1152 MVA	$X_{tr,R}$	0,12 pu	$X_{tr,I}$	0,144 pu
$I_{nom,tr}$	3930 A	V_{1010}	1,059 pu	V_{27}	0,954 pu
V_{tr1}	500 kV	$Kp_{R,PLL}$	20	$Kp_{I,PLL}$	10
V_{tr2}	207,2 kV	$Ki_{R,PLL}$	200	$Ki_{I,PLL}$	100
		$Kp_{R,PI}$	100	$Kp_{I,PI}$	200
		$Ki_{R,PI}$	3000	$Ki_{I,PI}$	5000
		$R_{CA,R}$	3,375 Ω	$R_{CA,I}$	0,82125 Ω
		$L_{CA,R}$	79,5775 mH	$L_{CA,I}$	28,9695 mH

Tabela XII - Dados dos filtros harmônicos do caso 2

Ordem do Harmônico	Indutor (H)	Capacitor (μF)
5 ^a	0,530516477	0,530516477
7 ^a	0,270671672	0,530516477
11 ^a	0,109610842	0,530516477
13 ^a	0,078478769	0,530516477
Potência Reativa do Filtro (MVar)		
203,8393		

4.2.1. Caso 2 com perturbação no lado retificador

Simulou-se, primeiro, o caso 2 com a aplicação de um degrau na barra de geração 1010. Essa perturbação foi aplicada em $t = 0,1s$, com valor igual a 10% da tensão total da barra. Desta simulação, colheu-se e comparou-se os resultados das variáveis relacionadas ao lado do retificador do sistema: as barras 1010 e 1020 e o conversor retificador. Primeiro, simulou-se o sistema sem filtros de harmônicos, e os resultados obtidos são demonstrados nas figuras abaixo:

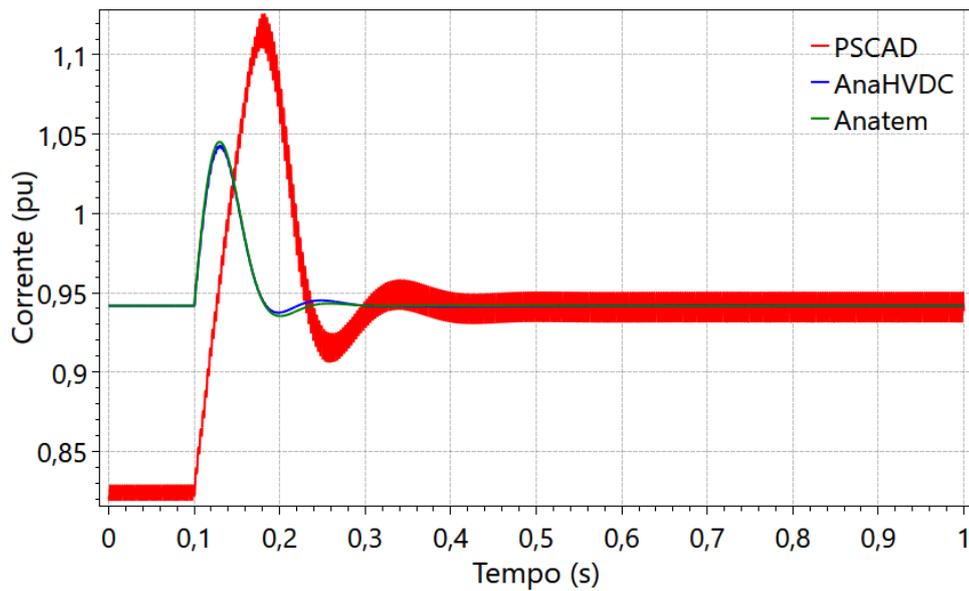


Figura 75 - Corrente Contínua do elo HVDC, sem filtros harmônicos

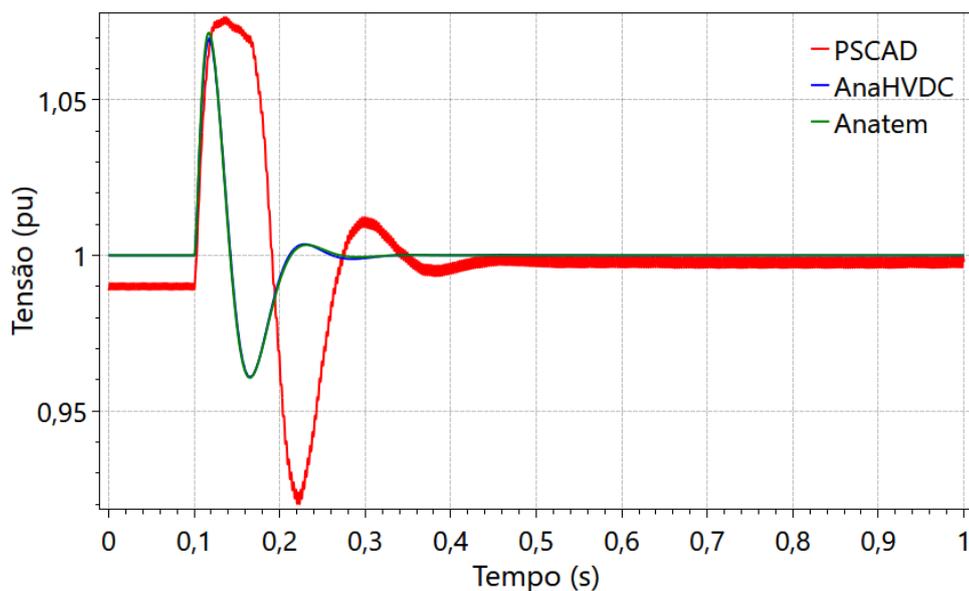


Figura 76 - Tensão do retificador, sem filtros harmônicos

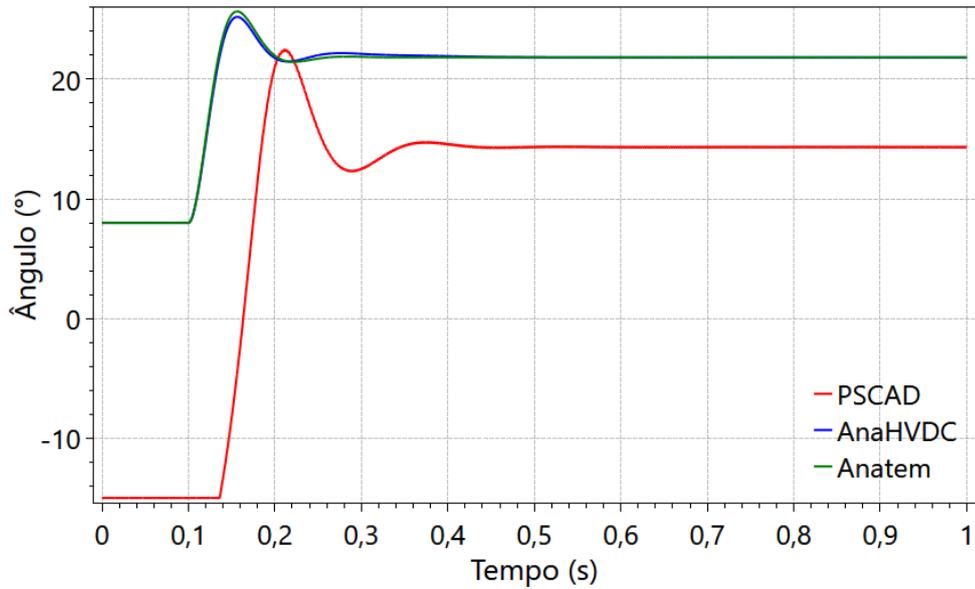


Figura 77 - Ângulo de disparo do retificador, sem filtros harmônicos

Como se pode constatar analisando a Figura 75, a Figura 76 e a Figura 77, a presença dos harmônicos na rede causa distorções no comportamento dinâmico e dificulta a definição precisa dos pontos de operação do PSCAD. Conclui-se que no caso de forte presença de harmônicos, o modelo proposto não responde satisfatoriamente com o comportamento apresentado no PSCAD, no entanto, em um projeto real, não haverá esta presença, considerando as restrições quanto aos limites de harmônicos exigidas pela EPE e ONS. Esta conclusão inclusive foi o foco do desenvolvimento do artigo do CBQEE publicado no âmbito desta dissertação.

Para eliminar os efeitos dos harmônicos, instalou-se nas barras terminais filtros que eliminam os harmônicos de 5^a, 7^a, 11^a e 13^a ordens. Os resultados obtidos com essa nova configuração são demonstrados a seguir.

Os gráficos da Figura 78, da Figura 79 e da Figura 80 mostram as variáveis contínuas do elo HVDC. A partir deles pode-se obter as diferenças entre os pontos de operação inicial e final do PSCAD e do AnaHVDC, e a diferença RMS percentual entre as curvas dos dois programas, que são mostrados na Tabela XIII, e se constatar que as simulações dos três programas são similares e coerentes entre si.

Tabela XIII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Corrente contínua	0,4447%	0,7630%	0,0435%
Tensão CC no inversor	0,3208%	0,1956%	0,2486%
Ângulo de disparo do retificador	0,4653 %	0,6643%	1,9358%

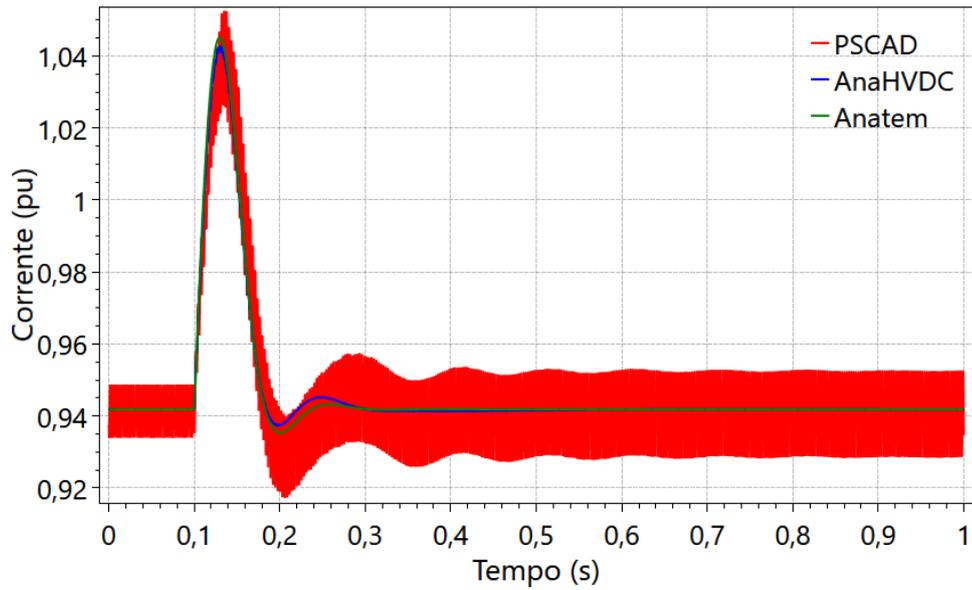


Figura 78 - Corrente contínua no caso 2

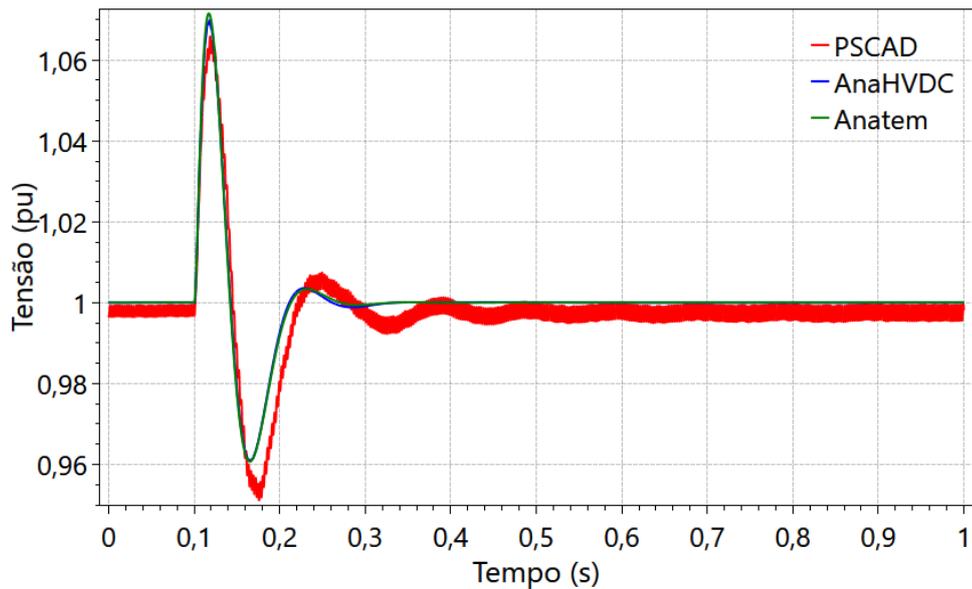


Figura 79 - Tensão CC no inversor no caso 2

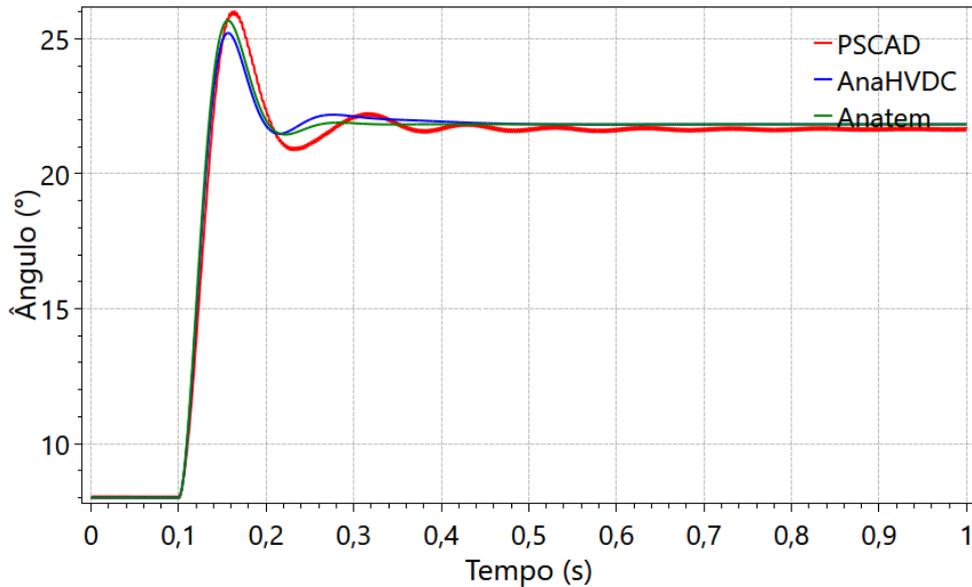


Figura 80 - Ângulo de disparo do retificador no caso 2

Da Figura 81 à Figura 84 mostra-se a dinâmica das variáveis pertinentes às barras 1010 e 1020. Os três resultados são visualmente diferentes, o que é esperado, pois o ANATEM não considera equações diferenciais relativas à rede elétrica do sistema em seus cálculos, o AnaHVDC considera os elementos com dinâmica da rede e o PSCAD leva em consideração o comportamento dinâmico dos equipamentos e os harmônicos da rede. Mesmo com essas diferenças, os resultados obtidos são coesos, conforme a Tabela XIV relata. Assim sendo, os resultados obtidos no lado retificador apontam para a validade do caso.

Diferentemente das outras variáveis, os valores das potências ativa e reativa das barras CA não necessitaram de filtros. Com isso pode-se observar o comportamento da dinâmica de alta frequência no AnaHVDC. Na Figura 81 e na Figura 82, os gráficos das potências correspondentes ao AnaHVDC se iniciam, em regime permanente, sem oscilações observáveis. Porém, quando o evento é aplicado em $t=0,1s$, oscilações aparecem nessas medições, que diminuem conforme o sistema se reaproxima do regime. Como o AnaHVDC não calcula os harmônicos do sistema, as oscilações demonstradas são todas devido à componente fundamental da onda.

Tabela XIV - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Potência ativa na barra 1010	0,1523%	0,1201%	0,1764%
Potência reativa na barra 1010	3,2759%	1,2909%	1,5614%
Tensão na barra 1010	0,0113 %	0,0633%	0,0323%
Tensão na barra 1020	0,0719 %	0,1191%	0,0338%

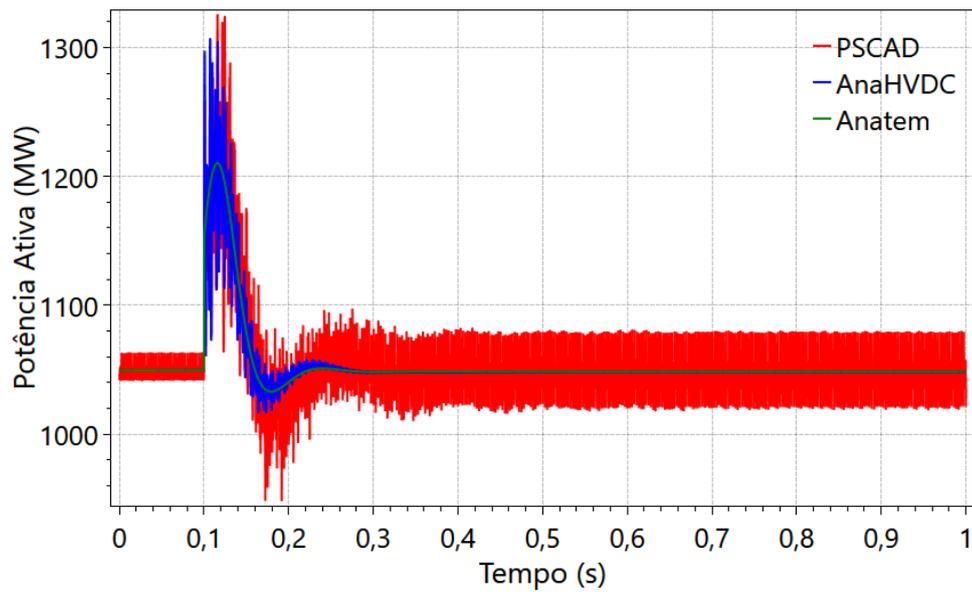


Figura 81 - Potência ativa na barra 1010, no caso 2

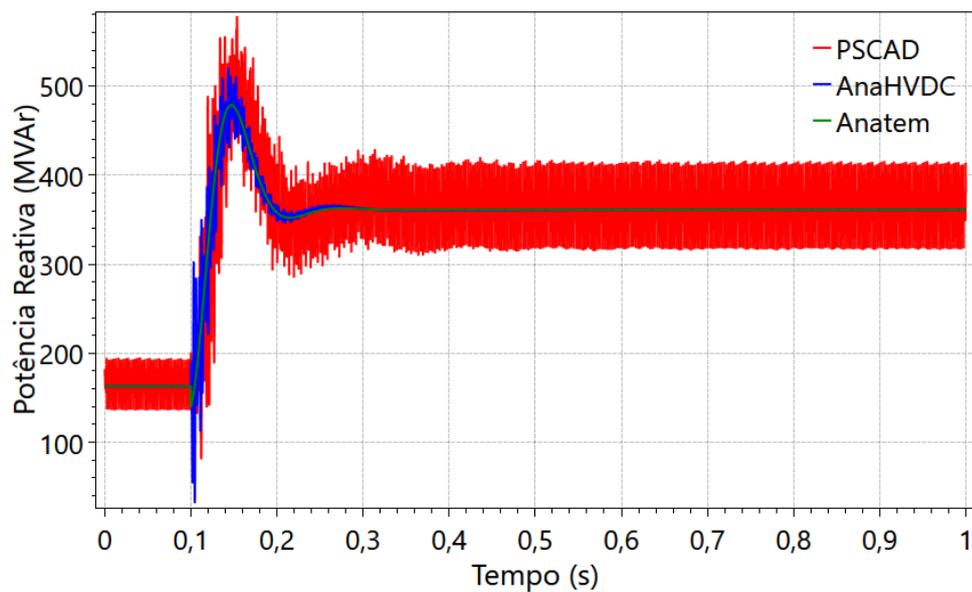


Figura 82 - Potência reativa na barra 1010, no caso 2

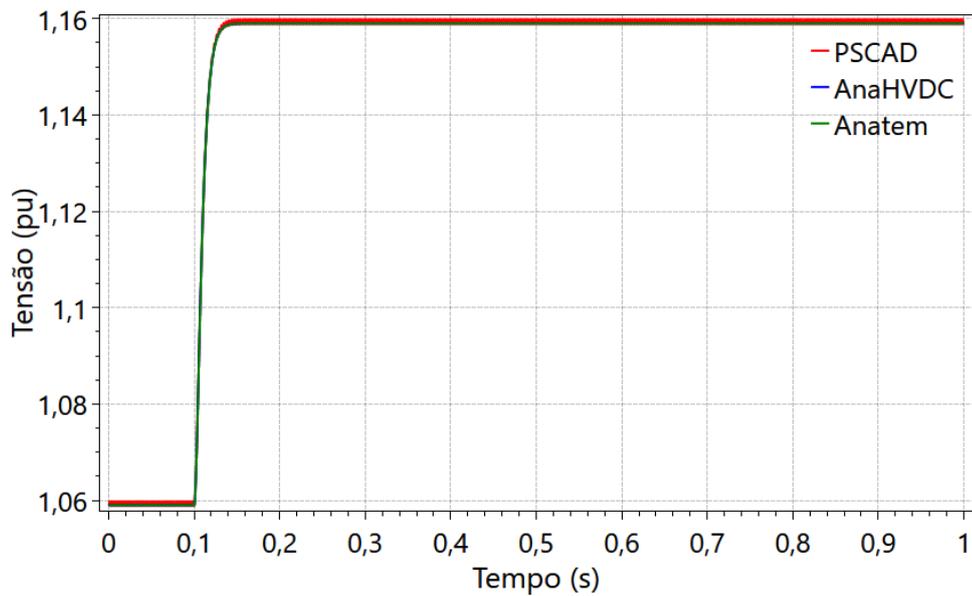


Figura 83 - Tensão na barra 1010, no caso 2

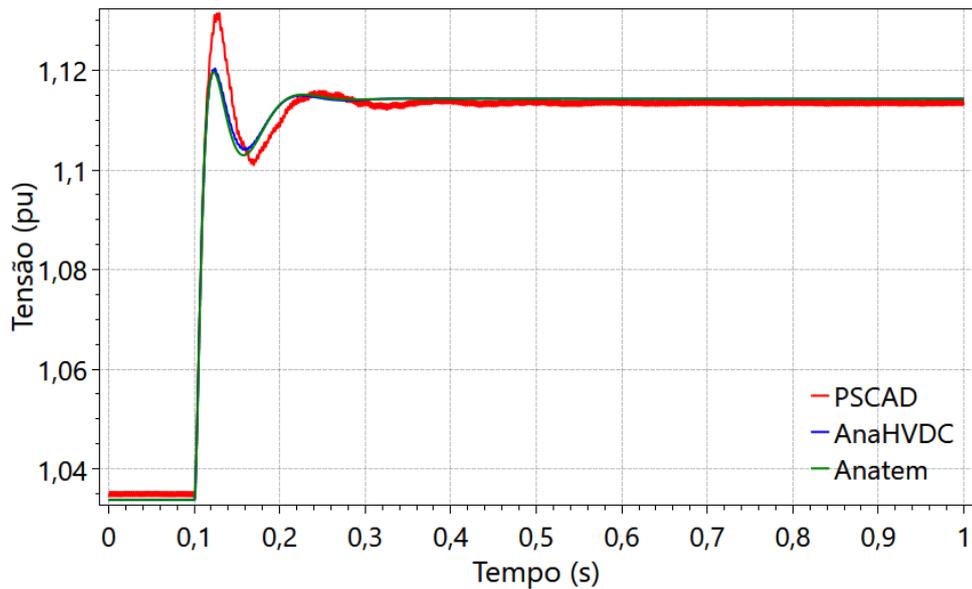


Figura 84 - Tensão na barra 1020, no caso 2

4.2.2. Caso 2 com perturbação no lado inversor

Na segunda simulação feita para o caso 2, aplicou-se um degrau na barra de geração 27. Essa perturbação foi aplicada em $t = 0,1s$, com valor igual a 10% da tensão total da barra.

A partir desta simulação, obteve-se e comparou-se os resultados das variáveis relacionadas ao inversor, à barra 26 e à barra 27.

A comparação entre a tensão no inversor nos três programas é apresentada na Figura 85 e a comparação entre os ângulos de disparo aparece na Figura 86, enquanto a diferença entre os pontos de operação e o valor RMS total entre PSCAD e AnaHVDC é apresentada na Tabela XV. Nas figuras, como pode ser visto, o comportamento e o pontos de operação das variáveis nos diferentes programas são bastante similares.

Tabela XV - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Tensão CC no retificador	0,2202%	0,0528%	0,0092%
Ângulo de disparo do inversor	0,0197%	0,2111%	0,2412%

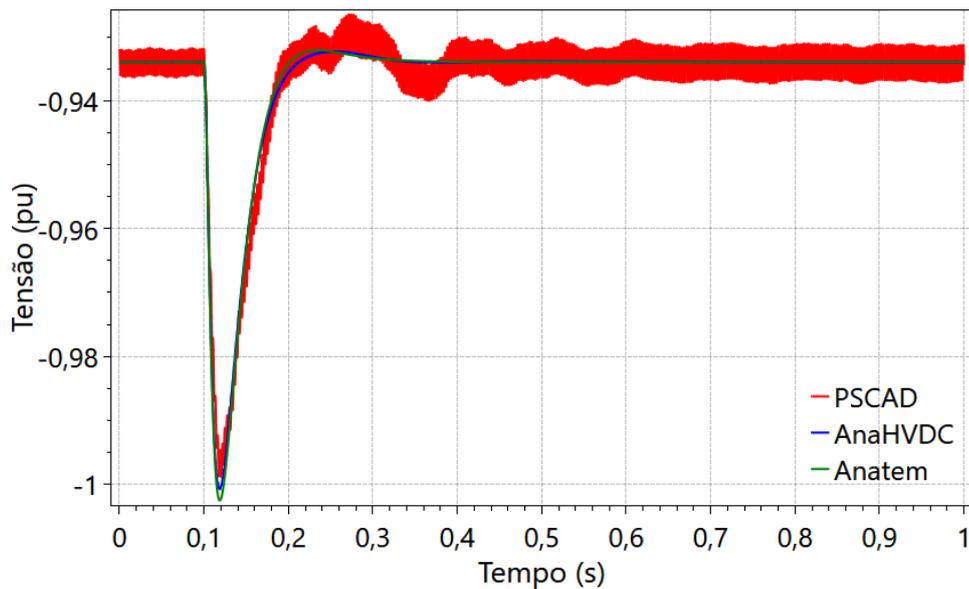


Figura 85 - Tensão CC no retificador no caso 2

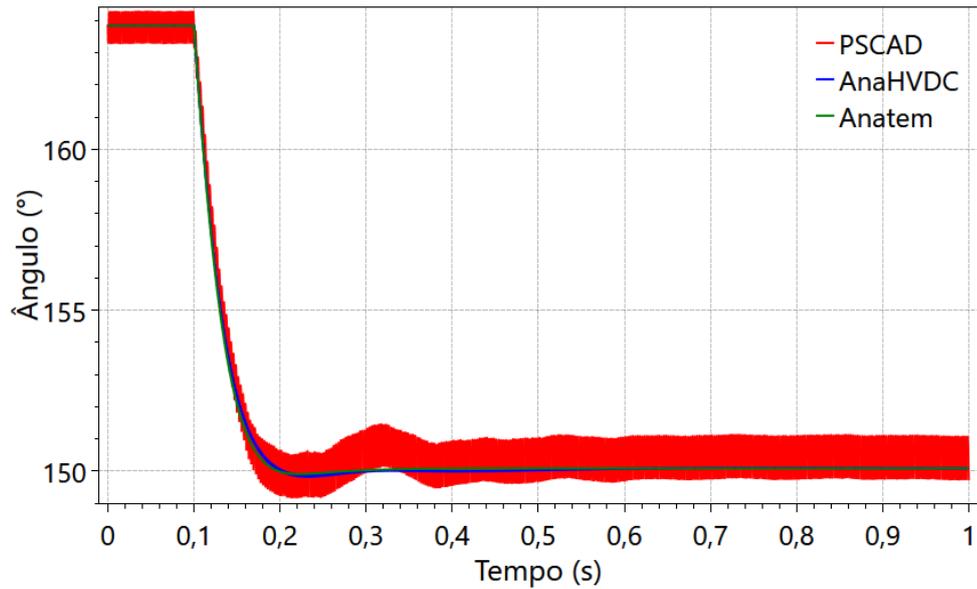


Figura 86 - Ângulo de disparo do inversor no caso 2

Os gráficos na Figura 87 e na Figura 88 mostram a potência ativa e reativa na barra terminal 27, e a Tabela XVI mostra a comparação entre os pontos de operação e o valor RMS total do AnaHVDC e do PSCAD. Os efeitos da dinâmica de alta frequência no AnaHVDC podem ser observados também nessas figura, através das oscilações da frequência fundamental. Novamente, temos simulações com diferentes níveis de oscilação. Porém, elas mantêm o mesmo comportamento dinâmico e pontos de operação equivalentes.

Tabela XVI - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Potência ativa na barra 27	0,2290%	0,1362%	0,2895%
Potência reativa na barra 27	13,428%	2,8910%	7,0575%

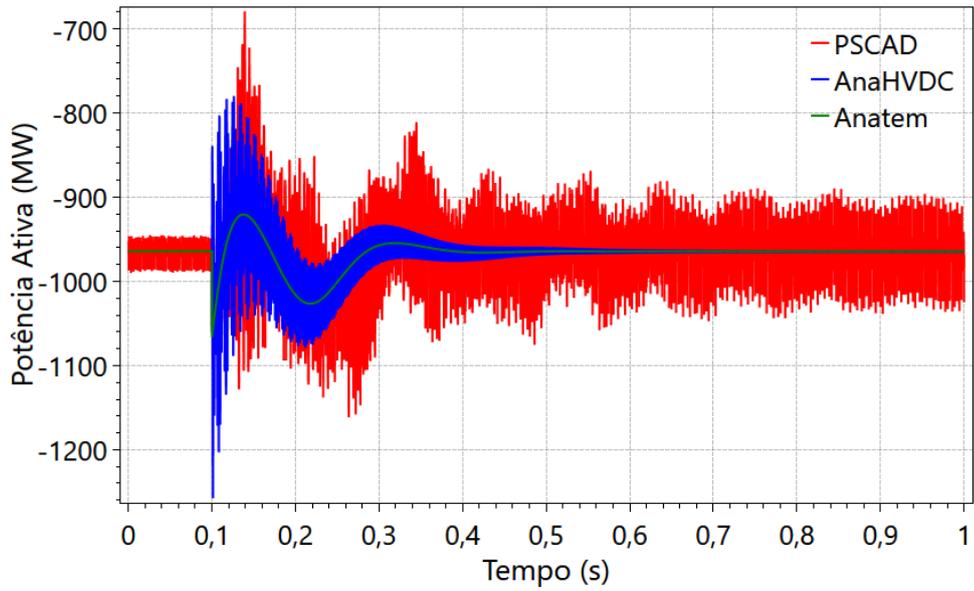


Figura 87 - Potência ativa na barra 27 no caso 2

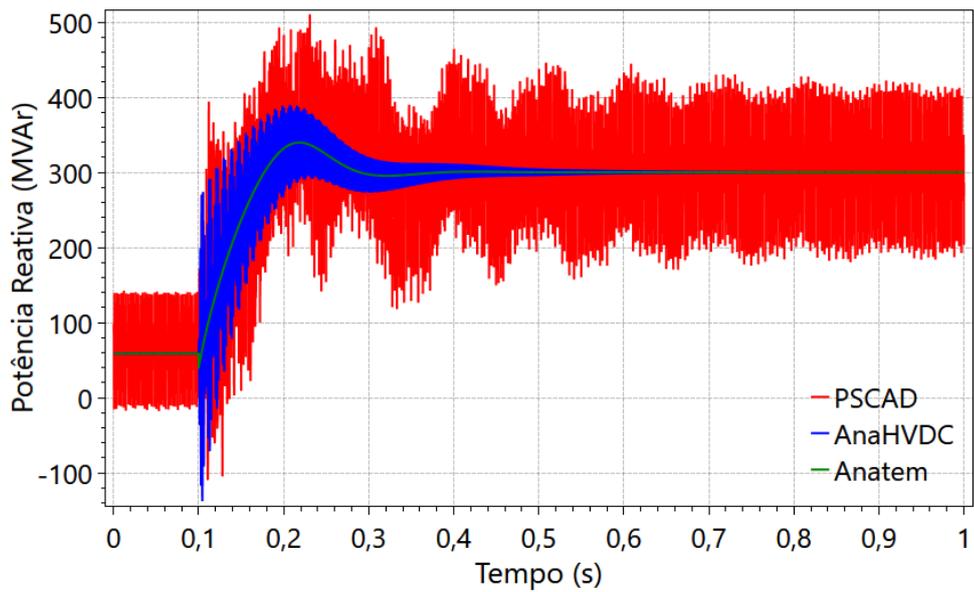


Figura 88 - Potência reativa na barra 27 no caso 2

As tensões nas barras 26 e 27 também se mostram consistentes entre os três programas, como pode ser constatado na Figura 89, na Figura 90 e na Tabela XVII.

Tabela XVII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Tensão na barra 27	0,0113%	0,0115%	0,0326%
Tensão na barra 26	0,1046%	0,0886%	0,049%

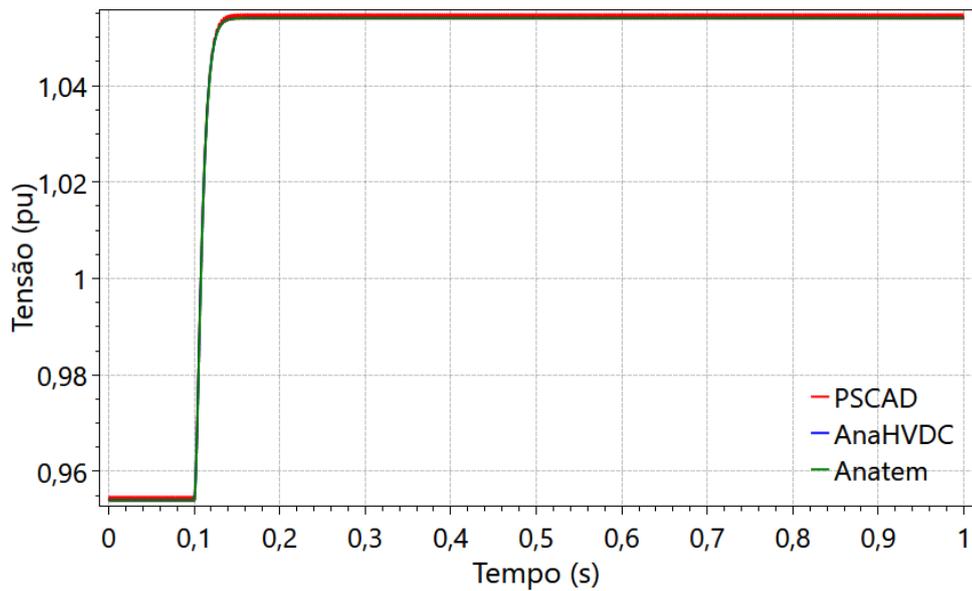


Figura 89 - Tensão na barra 27 no caso 2

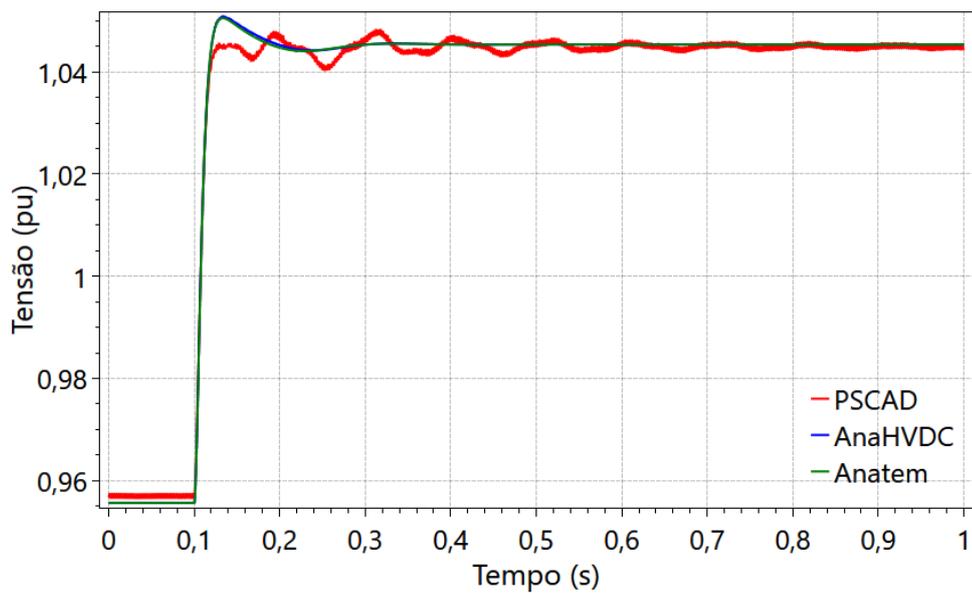


Figura 90 - Tensão na barra 26 no caso 2

Analisando-se os dados coletados, todas as variáveis demonstraram ter resultados consistentes, quando se comparando as simulações feitas no ANATEM, AnaHVDC e PSCAD.

4.2.3. Comparação de pequenas perturbações do caso 2

Para a análise de pequenas perturbações do segundo caso, aplicou-se nas barras de geração degraus de 0,1% da tensão total das barras. Primeiro se aplicou a perturbação na barra 1010, simulou-se os casos no AnaHVDC e no PacDyn, e comparou-se os resultados coletados no lado retificador. Esses resultados são mostrados nas figuras Figura 91-Figura 95.

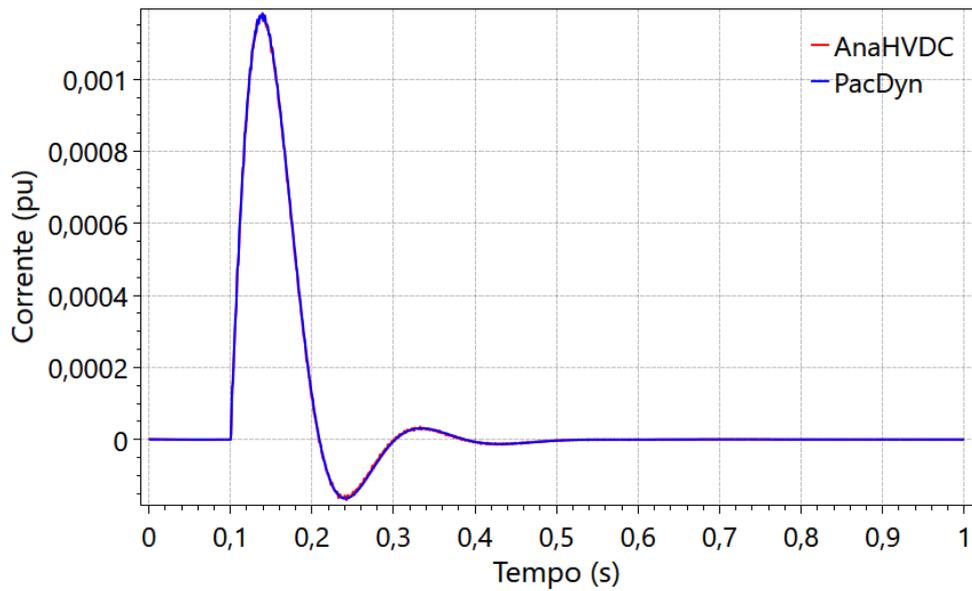


Figura 91 - Desvio da corrente contínua no elo HVDC no caso 2

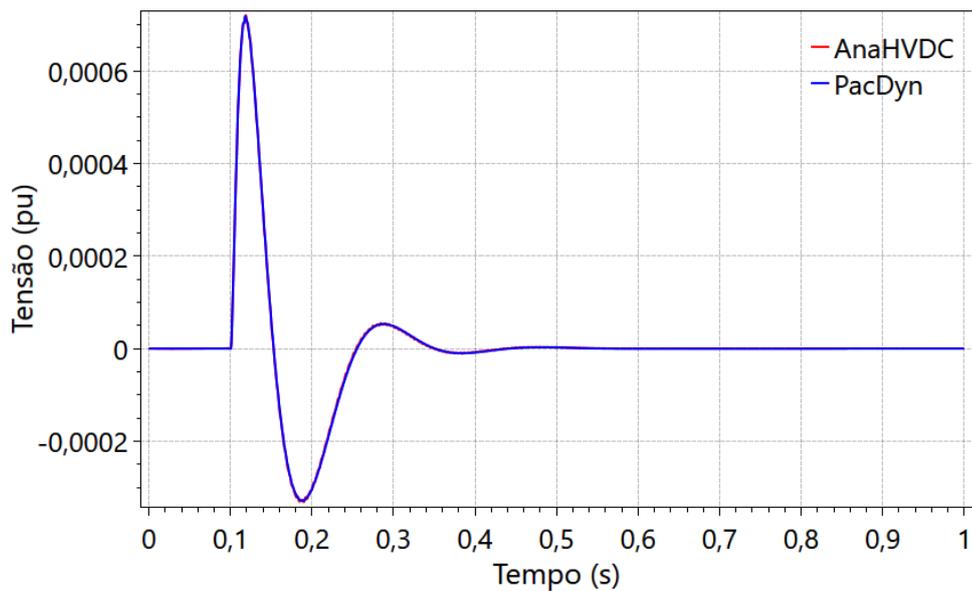


Figura 92 - Desvio da tensão CC no retificador do caso 2

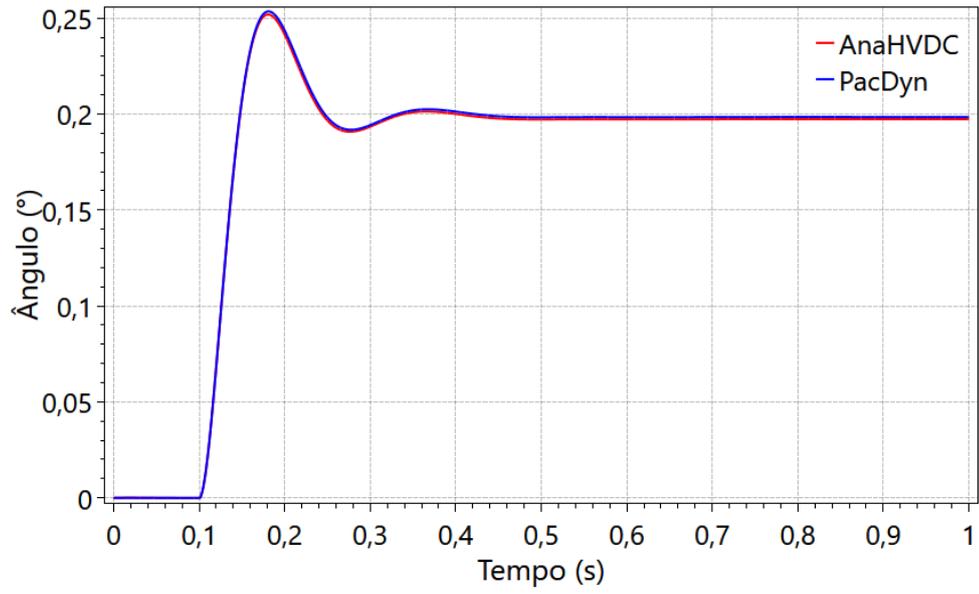


Figura 93 - Desvio do ângulo de disparo do retificador do caso 2

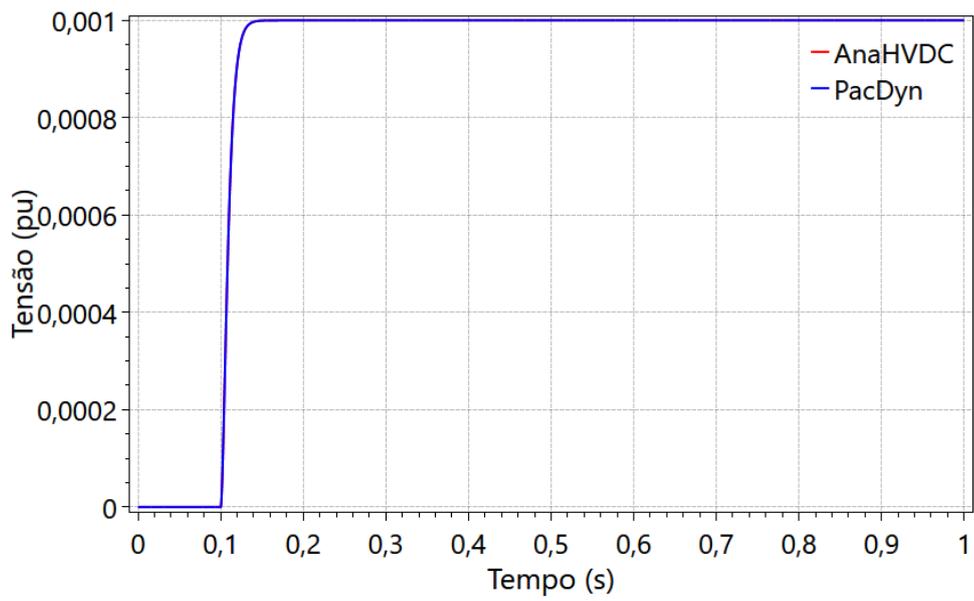


Figura 94 – Desvio da tensão CA na barra 1010 do caso 2

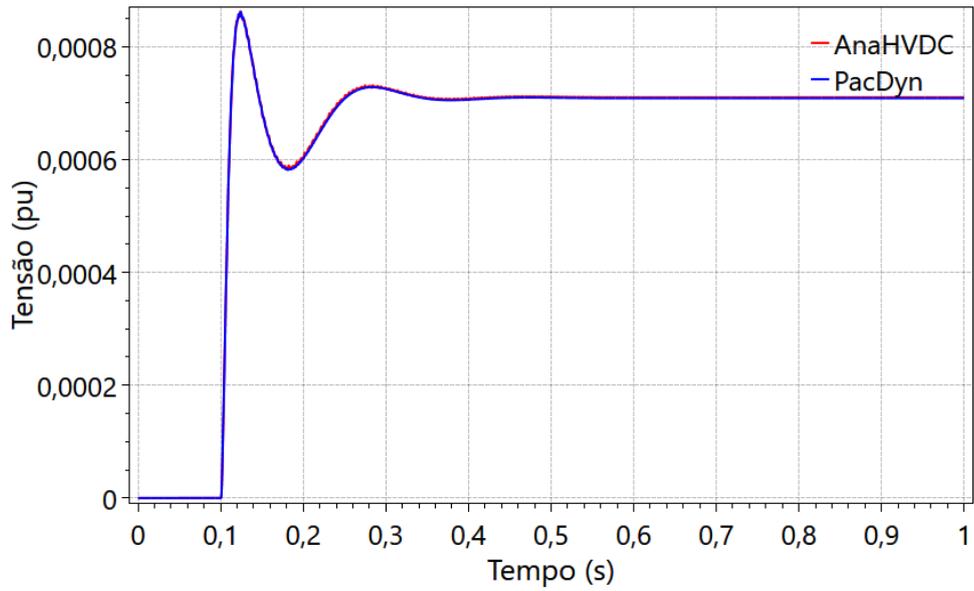


Figura 95 - Desvio da tensão CA na barra 1020 do caso 2

Como pode ser observado, os resultados obtidos no lado retificador são praticamente visualmente coincidentes entre PacDyn e AnaHVDC. Os resultados das variáveis do lado inversor, obtidos quando se aplicou a perturbação na barra 27, são mostrados nas figuras Figura 96-Figura 99.

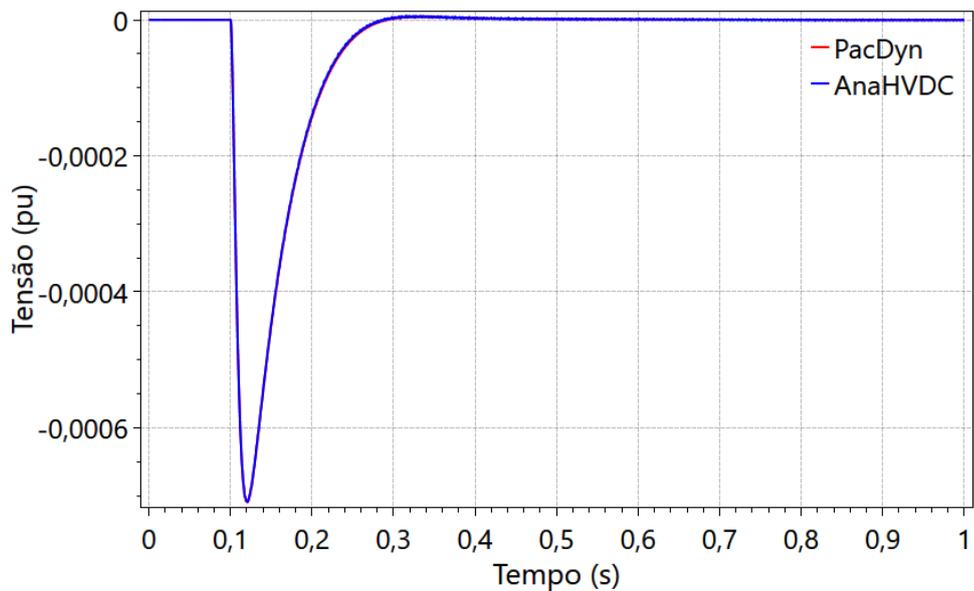


Figura 96 - Desvio da tensão CC no inversor do caso 2

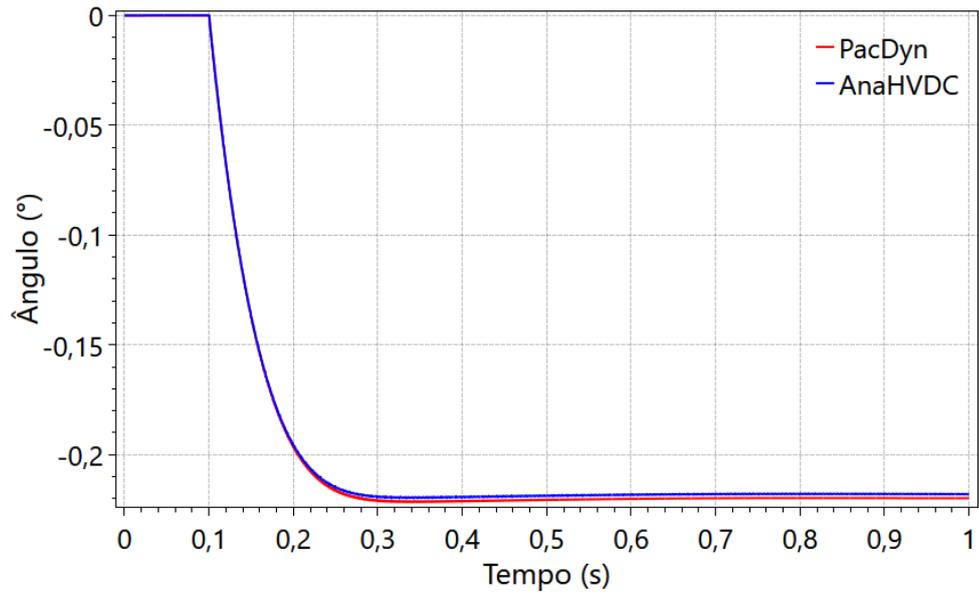


Figura 97 - Desvio do ângulo de disparo do inversor do caso 2

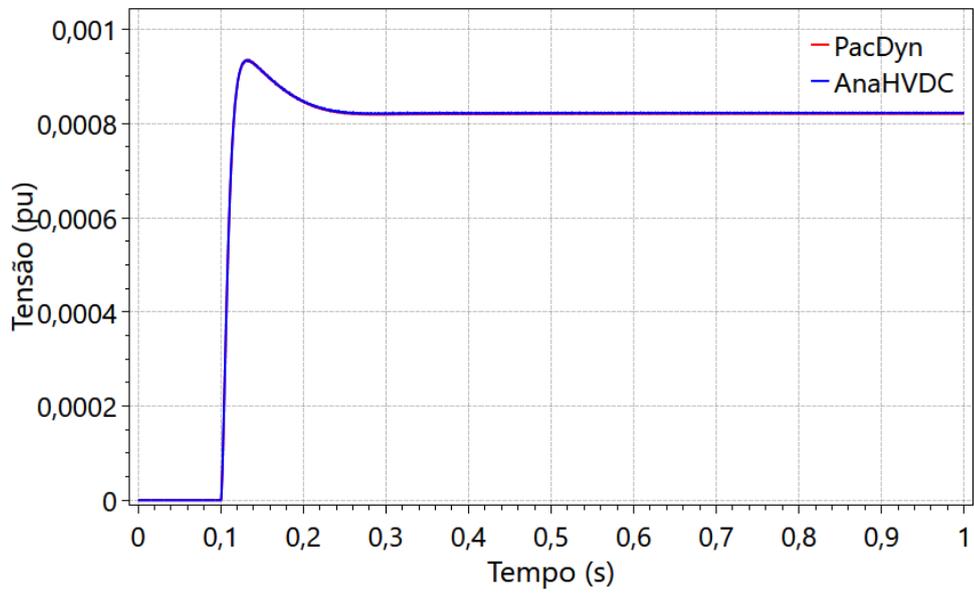


Figura 98 - Desvio da tensão CA na barra 26 do caso 2

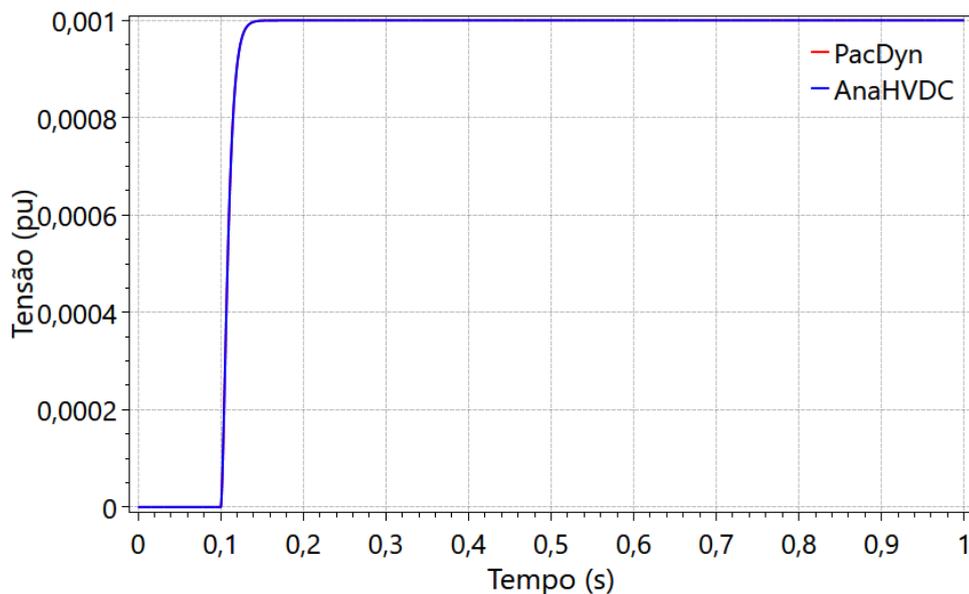


Figura 99 - Desvio da tensão CA na barra 27 do caso 2

Os resultados obtidos para as variáveis do lado inversor também apresentam resultados quase idênticos entre PacDyn e AnaHVDC. Isso demonstra um sucesso do modelo proposto quando aplicadas pequenas perturbações.

A análise da comparação de todas as medições realizadas nesta sessão indica um sucesso no modelo desenvolvido, quando utilizado para o sistema em questão, com filtros de harmônicos instalados. Porém, para se validar os conversores baseados em fasores dinâmicos desenvolvidos para este trabalho, é necessário testá-lo em mais casos.

4.3. Caso 3: Elo HVDC com conversores de 12 pulsos

O terceiro caso criado para testar o modelo desenvolvido é similar ao caso 2, porém desta vez utilizando conversores de 12 pulsos em vez de conversores de 6 pulsos. Para isso, em vez de uma unidade conversora, instalou-se duas em série no elo HVDC. Cada unidade é composta por uma ponte de Graetz de seis pulsos e um transformador. Um dos transformadores possui conexão Y–Y, enquanto o outro é conectado em Y– Δ . Isso garante uma defasagem de 30° entre as tensões CA aplicadas a cada conversor, cancelando os harmônicos de corrente de 5ª e 7ª ordem [46]. As pontes de Graetz são conectadas em série. O diagrama do elo HVDC utilizado no PSCAD é apresentado nas figuras abaixo:

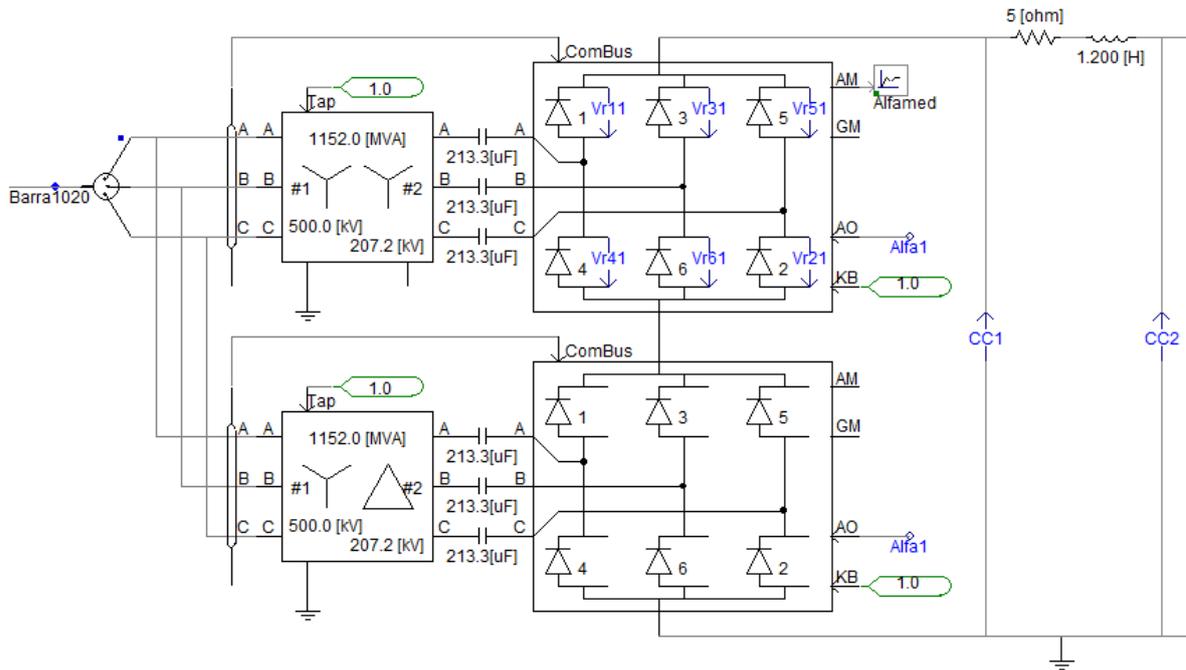


Figura 100 - Diagrama do lado retificador do elo HVDC do caso 3

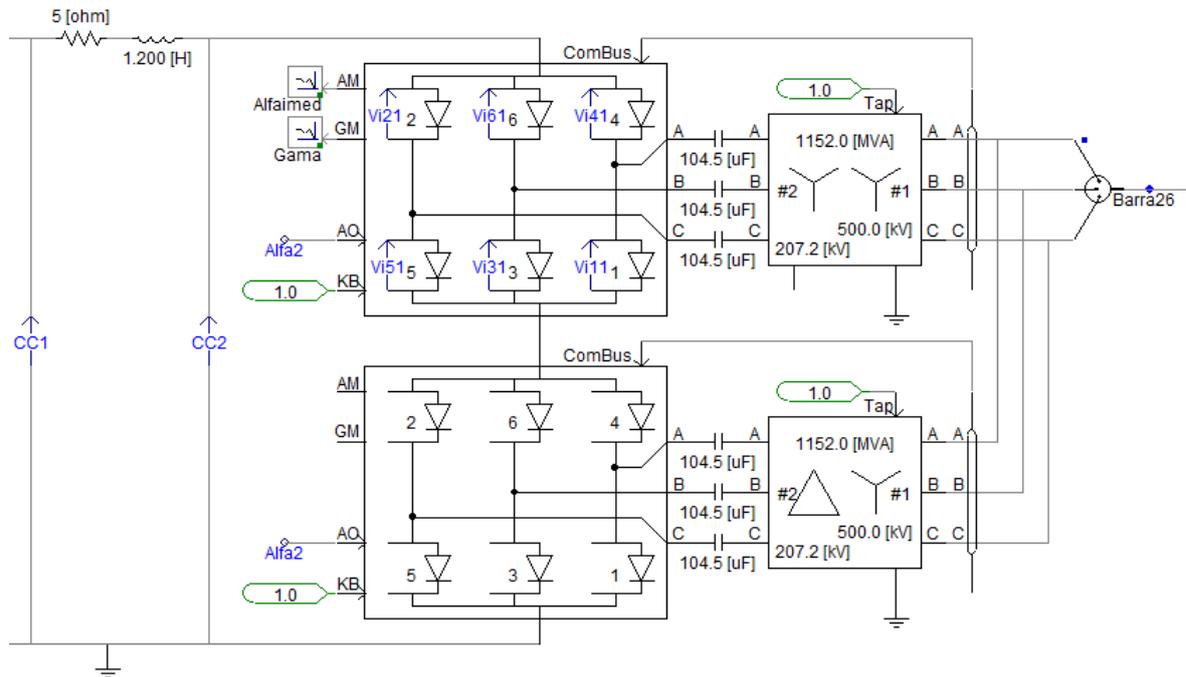


Figura 101 - Diagrama do lado inversor do elo HVDC do caso 3

Os diagramas da rede, dos controladores e o diagrama unifilar do ANAREDE não sofreram modificações desde o caso anterior, exceto por mudanças nos valores das variáveis. Com isso, pode-se obter ditos diagramas para esse caso consultando-se a seção anterior,

porém modificando os valores das variáveis para os contidos na Tabela XVIII e na Tabela XIX.

Tabela XVIII - Dados elétricos do caso 3

Dados Gerais		Lado Retificador		Lado Inversor	
R_{CC}	5 Ω	Tap_R	1	Tap_I	1
L_{CC}	1200 mH	CCC_R	213.3 μ F	CCC_I	104.5 μ F
S_{tr}	1152 MVA	$X_{tr,R}$	0,12 pu	$X_{tr,I}$	0,144 pu
$I_{nom,tr}$	3930 A	V_{1010}	1,059 pu	V_{27}	0,992 pu
V_{tr1}	500 kV	$Kp_{R,PLL}$	20	$Kp_{I,PLL}$	10
V_{tr2}	207,2 kV	$Ki_{R,PLL}$	200	$Ki_{I,PLL}$	100
		$Kp_{R,PI}$	100	$Kp_{I,PI}$	200
		$Ki_{R,PI}$	3000	$Ki_{I,PI}$	5000
		$R_{CA,R}$	1,6875 Ω	$R_{CA,I}$	0,41063 Ω
		$L_{CA,R}$	39,7887 mH	$L_{CA,I}$	14,4847 mH

Tabela XIX - Dados dos filtros harmônicos do caso 3

Ordem do Harmônico	Indutor (H)	Capacitor (μ F)
11 ^a	0,054805421	1,061032954
13 ^a	0,03923938	1,061032954
23 ^a	0,012535834	1,061032954
25 ^a	0,01061033	1,061032954
Potência Reativa do Filtro (MVar)		
401,7782218		

4.3.1. Caso 3 com perturbação no lado retificador

A primeira simulação feita para este caso envolveu a aplicação de um degrau na barra 1010. Esse degrau possui amplitude de 3% da tensão total da barra, e foi aplicado no instante $t = 0,1$ s. As respostas das variáveis do elo HVDC e das barras CA nas diferentes ferramentas de simulação foram coletados e comparados, sendo os resultados finais demonstrados a seguir.

A Figura 102, a Figura 103 e a Figura 104 mostram os resultados das comparações das variáveis CC dos retificadores. Nessas imagens as três medições apresentam pequenas diferenças, com as medições do PSCAD tendo maiores oscilações e pontos de operação inicial e final não-idênticos aos dos outros programas. Porém as diferenças apresentadas são

pequenas e podem ser desprezadas, e essas três variáveis podem ser consideradas válidas para este caso, conforme demonstra, também a Tabela XX.

Tabela XX - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Corrente continua	0,2144%	0,0359%	0,0024%
Tensão total nos retificadores	0,18%	0,1809%	0,1844%
Ângulo de disparo dos retificadores	3,3572%	1,7872%	3,075%

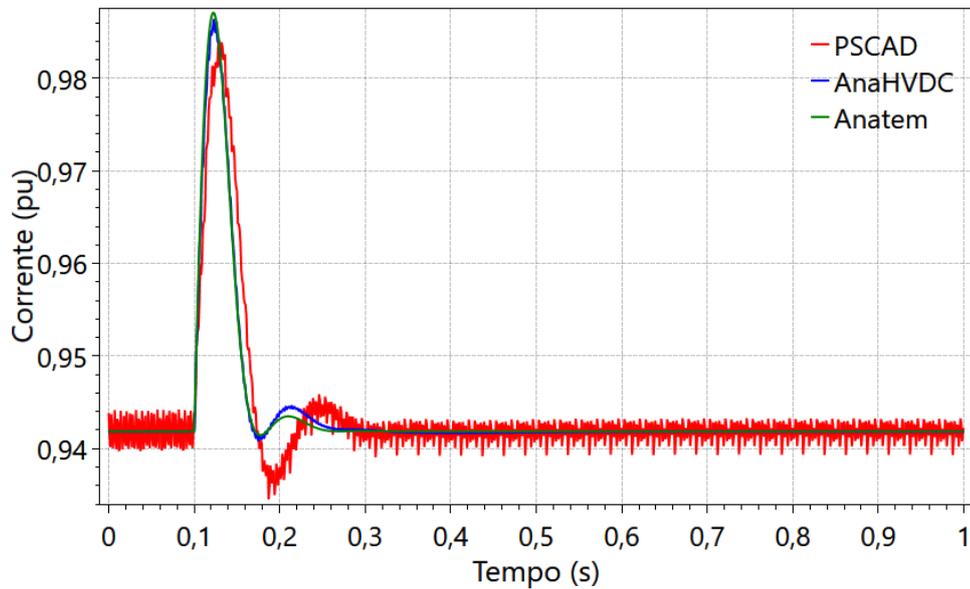


Figura 102 - Corrente continua no elo HVDC no caso 3

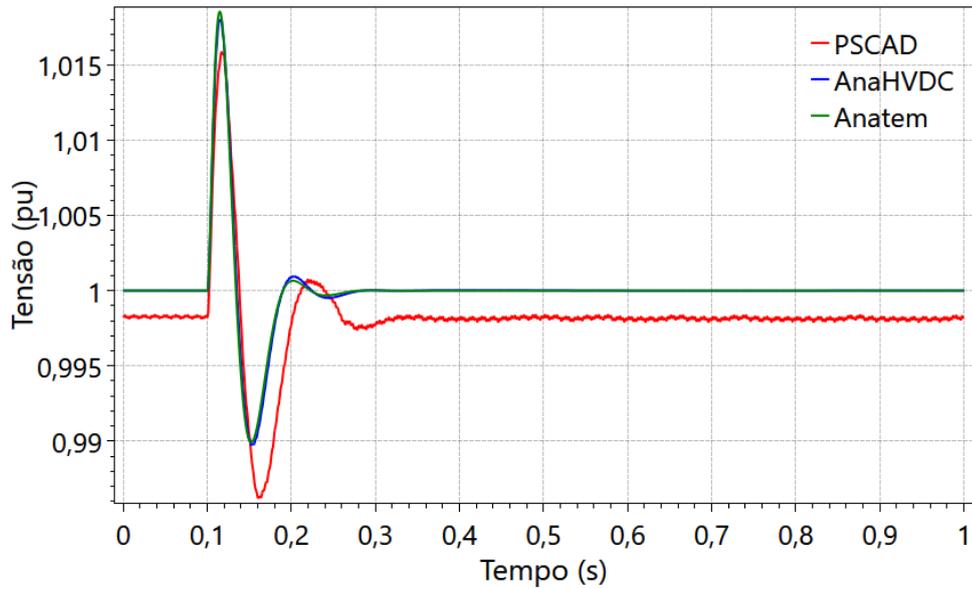


Figura 103 – Tensão total nos retificadores série no caso 3

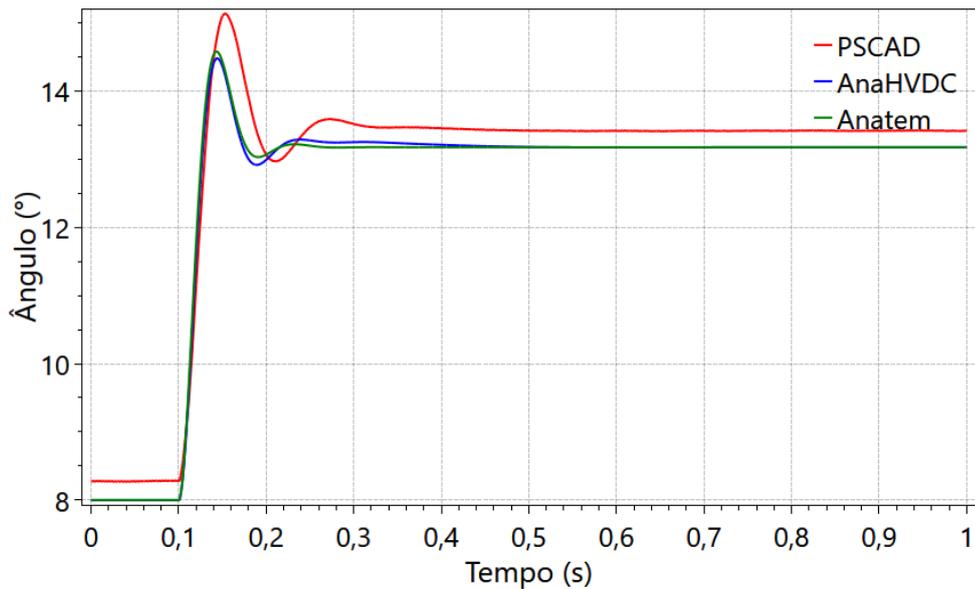


Figura 104 - Ângulo de disparo dos retificadores do caso 3

Os gráficos comparando a potência ativa, potência reativa e tensão na barra 1010, além de a tensão na barra 1020, aparecem na Figura 105, na Figura 106, na Figura 107 e na Figura 108, respectivamente. Nos gráficos para potência ativa e reativa, o AnaHVDC e o PSCAD apresentam oscilações, comportamento esperado baseando nos resultados obtidos para essas mesmas variáveis no caso anterior. Porém o comportamento e pontos relevantes das medições nas quatro variáveis são próximos e semelhantes, como é comprovado pela

Tabela XXI, e a análise das variáveis do lado dos retificadores parece indicar a validade do modelo de conversor desenvolvido.

Tabela XXI - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Potência ativa na barra 1010	0,0315%	0,0472%	0,0333%
Potência reativa na barra 1010	1,6661%	0,9105%	1,4181%
Tensão na barra 1010	0%	0%	0,0294%
Tensão na barra 1020	0,0288%	0,0214%	0,0095%

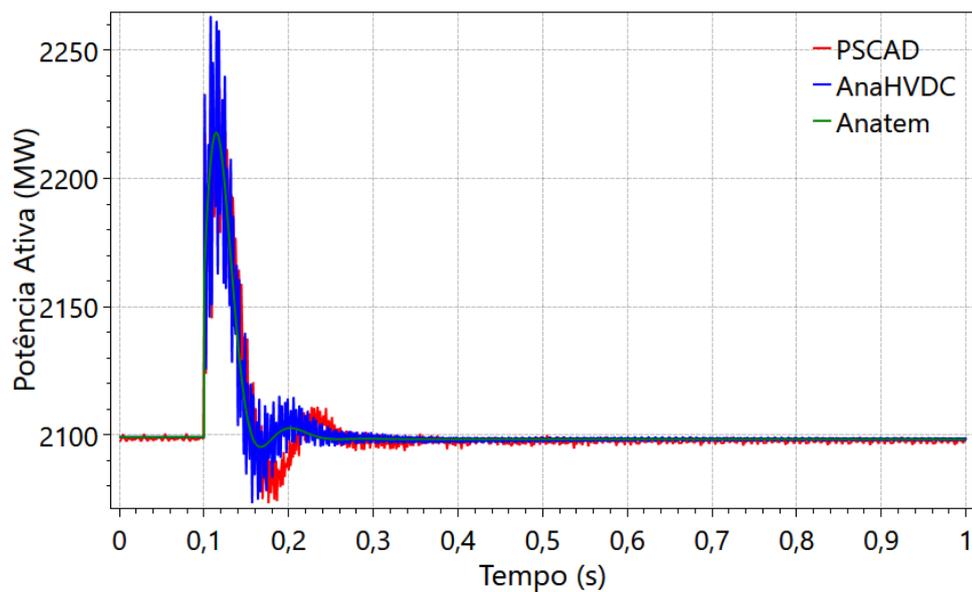


Figura 105 – Potência ativa na barra 1010 para o caso 3

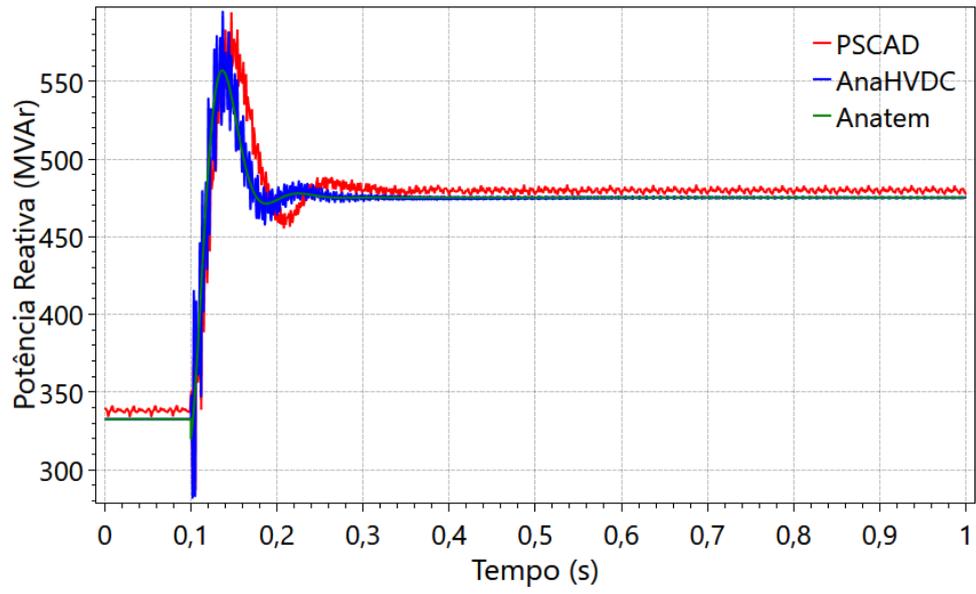


Figura 106 – Potência reativa na barra 1010 para o caso 3

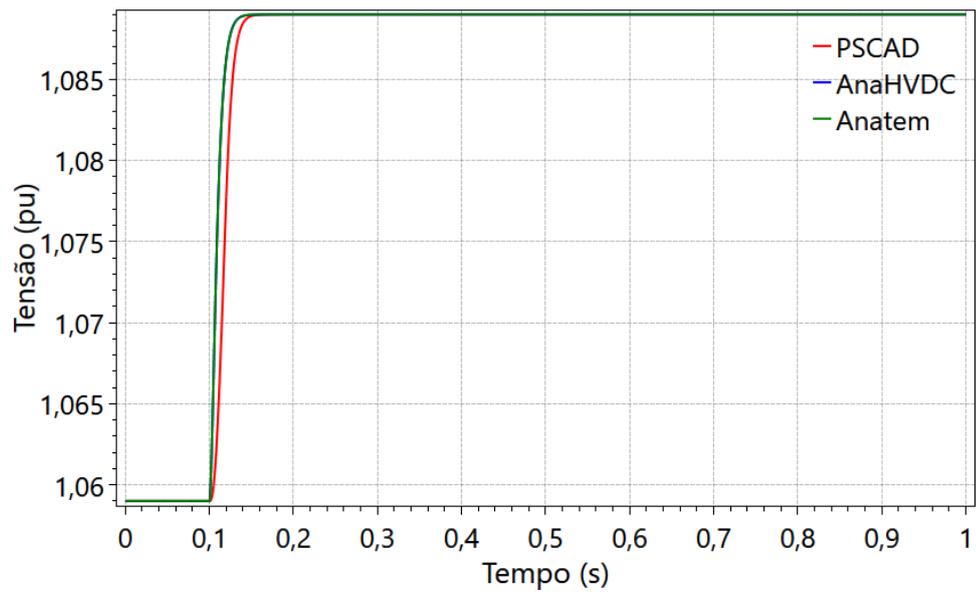


Figura 107 – Tensão na barra 1010 no caso 3

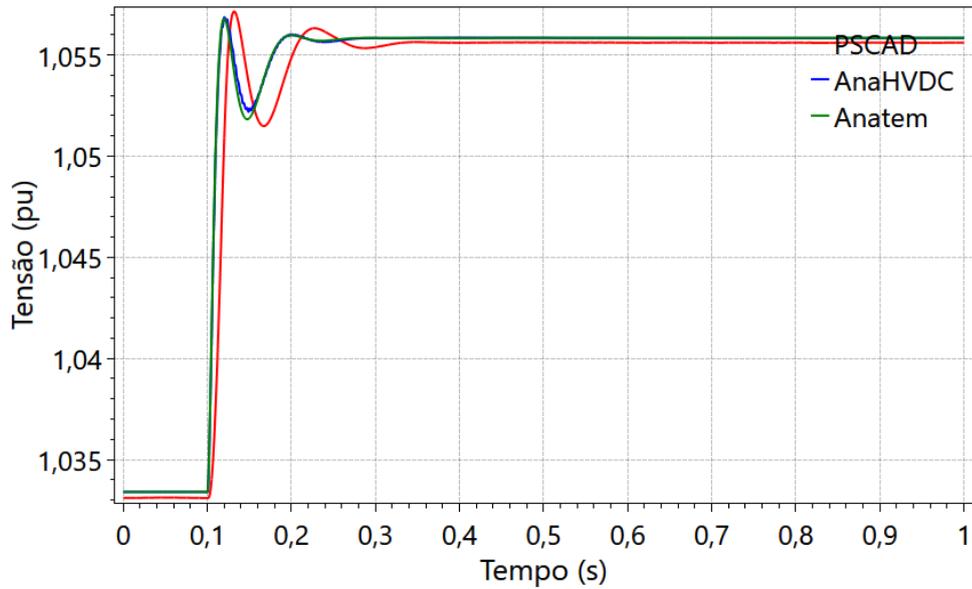


Figura 108 – Tensão na barra 1020 no caso 3

4.3.2. Caso 3 com perturbação no lado inversor

Para a validação do modelo proposto, simulou-se o caso 3 novamente, desta vez aplicando-se um distúrbio em forma de degrau na barra 27, localizada no lado do inversor. Essa perturbação é aplicada no instante $t = 0,1s$, com amplitude de 3% do valor total da tensão da barra.

No gráfico comparando as tensões totais no inversor de 12 pulsos, nota-se que apesar de um comportamento ligeiramente diferente do PSCAD, que pode ser atribuído aos harmônicos presentes na rede, as três medições apresentam resultados bastante similares, com pontos de operação inicial e final quase idênticos.

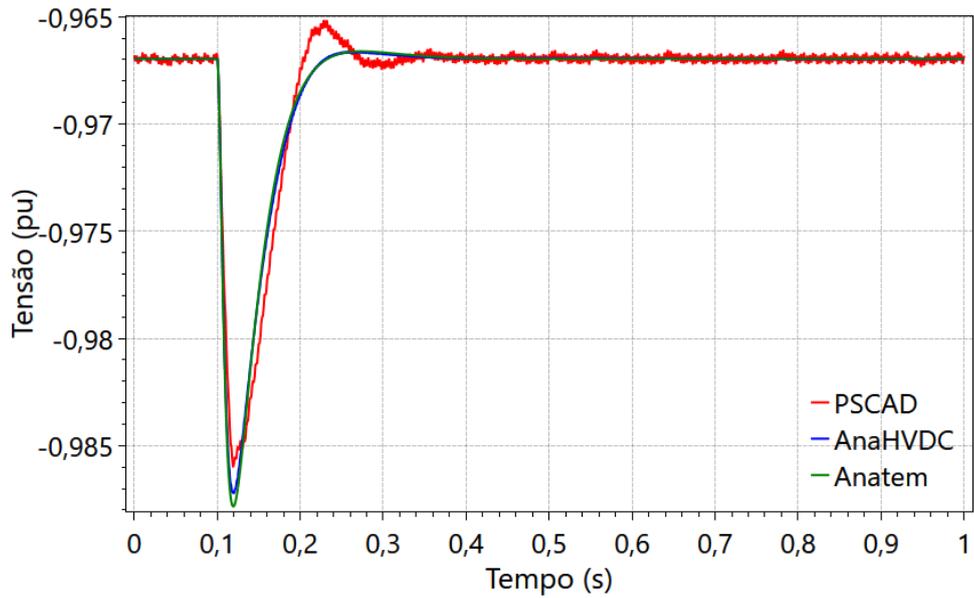


Figura 109 – Tensão total do inversor de 12 pulsos

O gráfico comparando os ângulos de disparo do modelo pode ser descrito de forma similar ao gráfico das tensões do inversor, com o PSCAD tendo comportamento e ponto de operação ligeiramente diferente dos outros programas, porém similares o suficiente para que esta variável possa ser considerada válida dentro dos parâmetros estabelecidos.

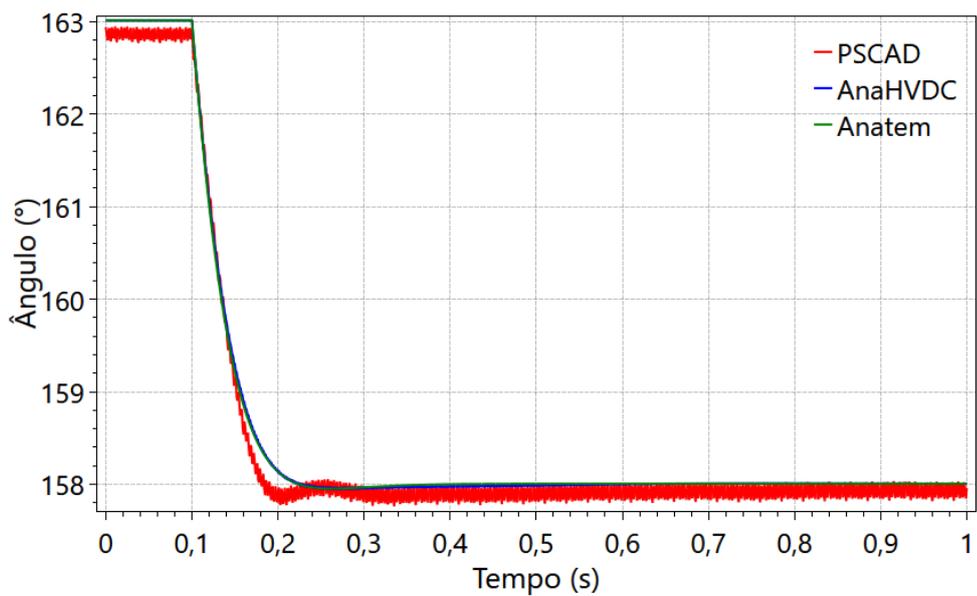


Figura 110 – Ângulo de disparo do inversor de 12 pulsos

As potências ativa e reativa na barra de geração 27 apresentam comportamentos similares aos apresentados por essas mesmas variáveis nas medições anteriores, com cada ferramenta de simulação apresentando diferentes níveis de oscilação. Porém, novamente, o comportamento dinâmico e os pontos de operação nas três medições são coincidentes.

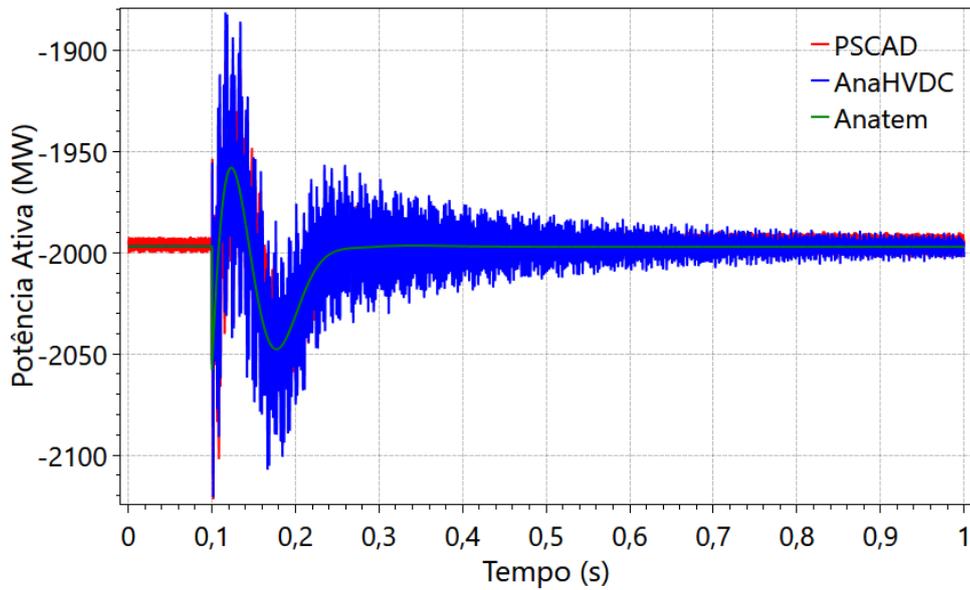


Figura 111 – Potência ativa na barra 27 no caso 3

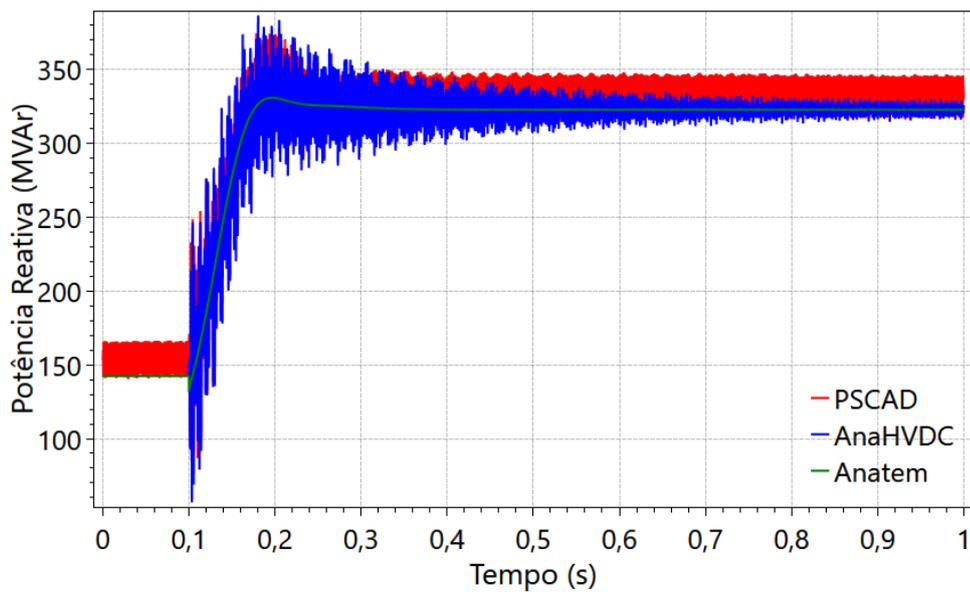


Figura 112 – Potência reativa na barra 27 no caso 3

Tabela XXII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Tensão total do inversor	0,018%	0,0156%	0,0025%
Ângulo de disparo do inversor	0,0433%	0,0272%	0,0602%
Potência ativa na barra 27	0,1089%	0,1162%	0,136%
Potência reativa na barra 27	8.9698%	2,3948%	8,2689%

Finalmente, as comparações das tensões nas barras 26 e 27 mostram resultados bastante próximos entre as três ferramentas, que podem ser classificados como equivalentes.

Tabela XXIII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Tensão na barra 27	0%	0,0295%	0,0295%
Tensão na barra 26	2,4957e-4 pu	0,0107%	0,0107%

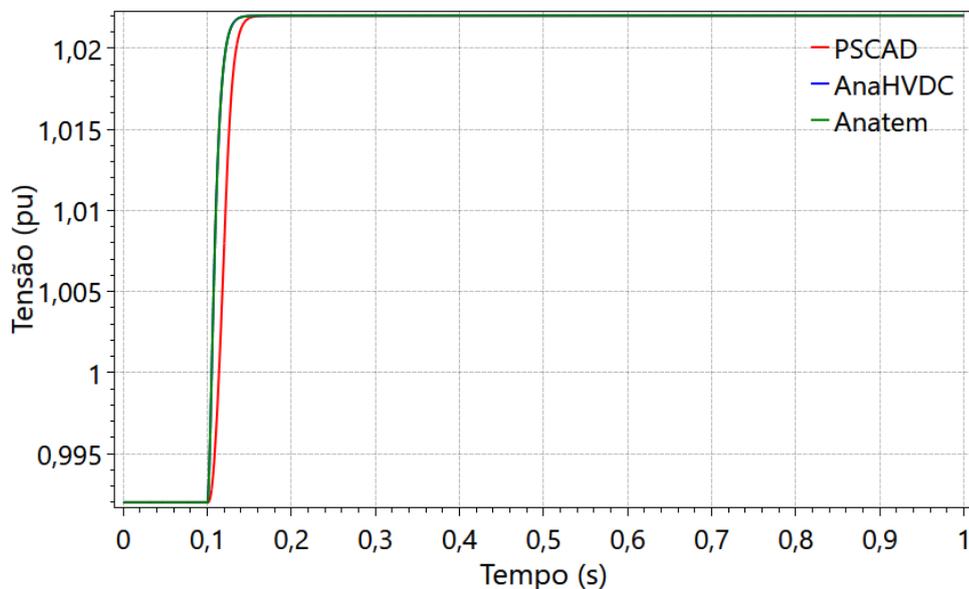


Figura 113 – Tensão na barra 27 no caso 3

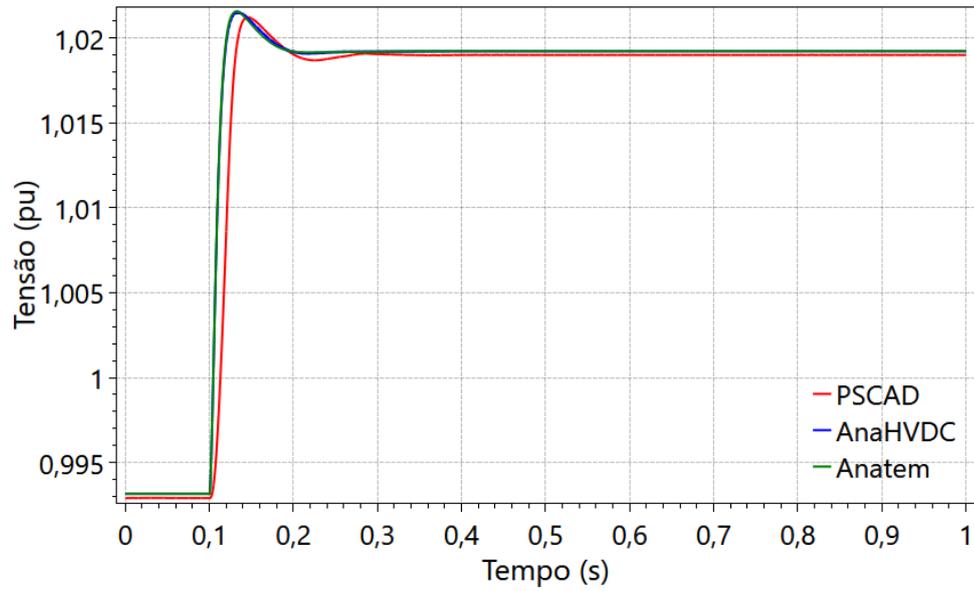


Figura 114 – Tensão na barra 26 no caso 3

4.3.3. Comparação de pequenas perturbações do caso 3

Para o estudo de pequenas perturbações no terceiro caso, aplicou-se perturbações de 0,01% às barras de geração. Os resultados obtidos quando se aplicou a perturbação na barra 1010 são mostradas na Figura 115 à Figura 119, aonde são feitas as comparações entre as formas de onda obtidas pelo AnaHVDC e pelo PacDyn.

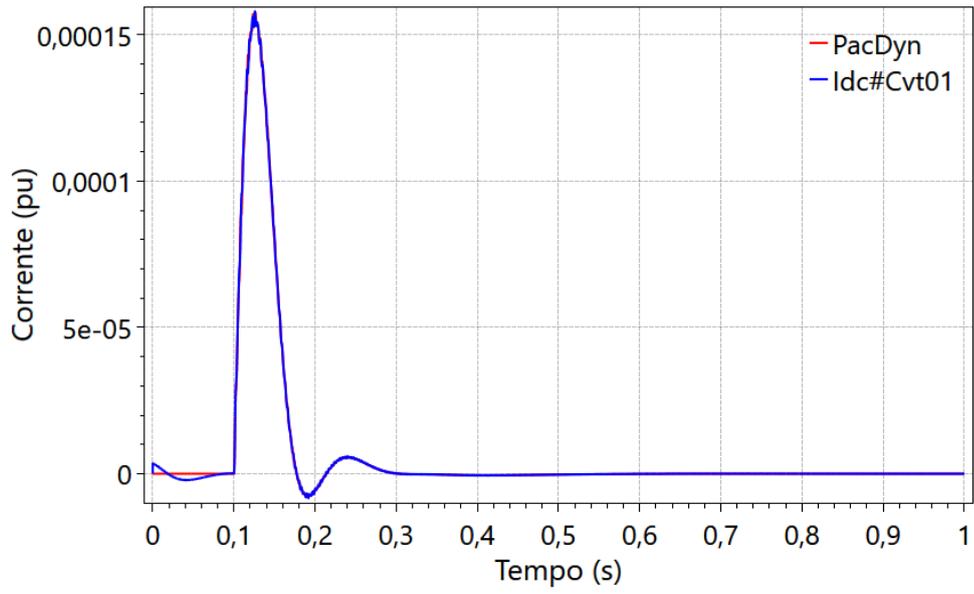


Figura 115 - Desvio da corrente continua do inversor do caso 3

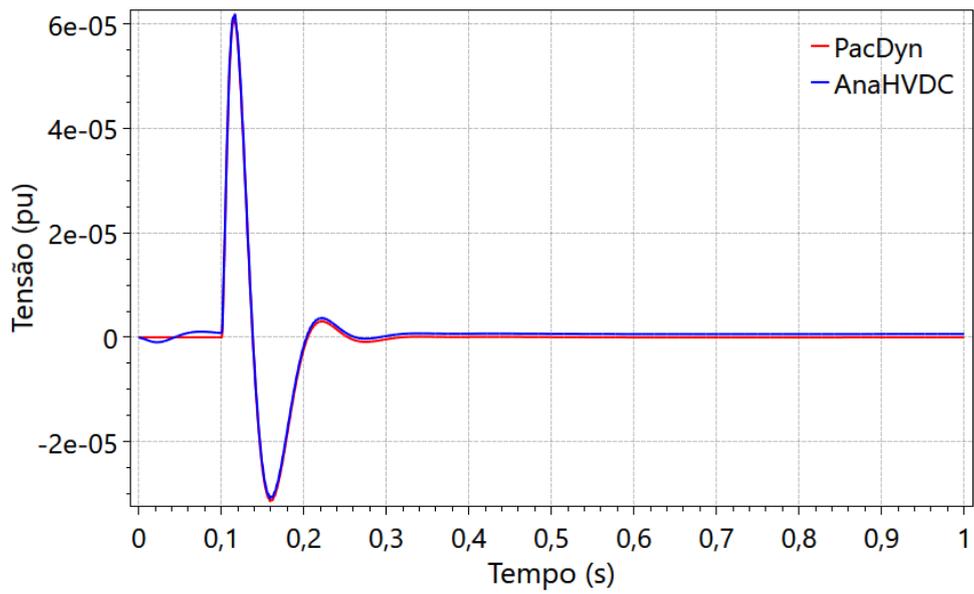


Figura 116 - Desvio da tensão CC do retificador do caso 3

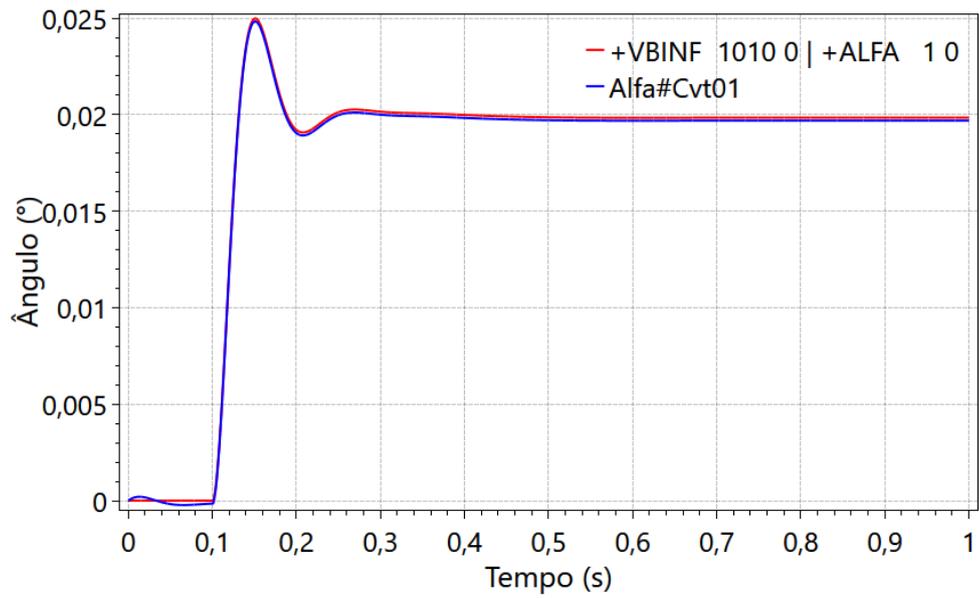


Figura 117 - Desvio do ângulo de disparo do retificador do caso 3

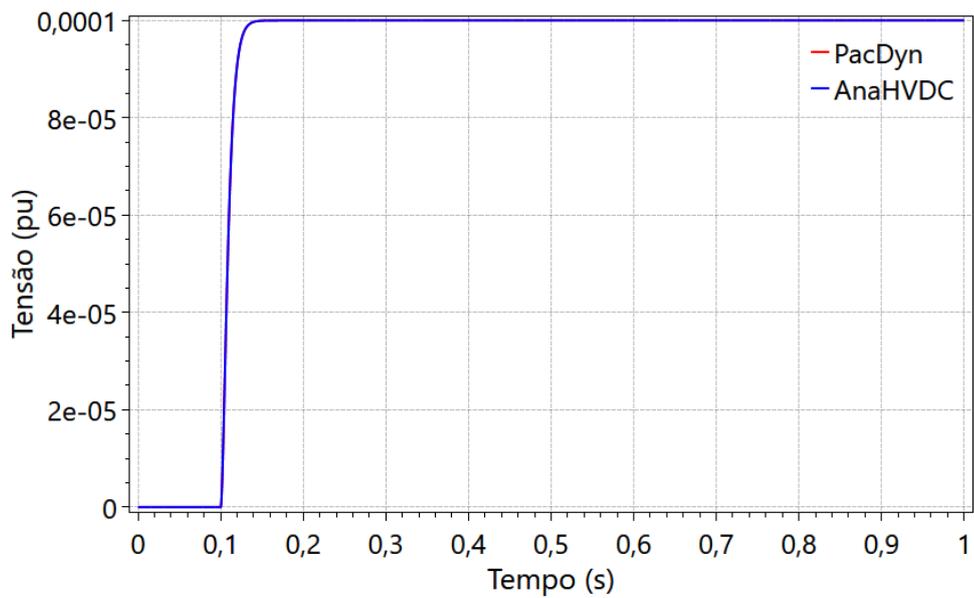


Figura 118 - Desvio da tensão CA na barra 1010 do caso 3

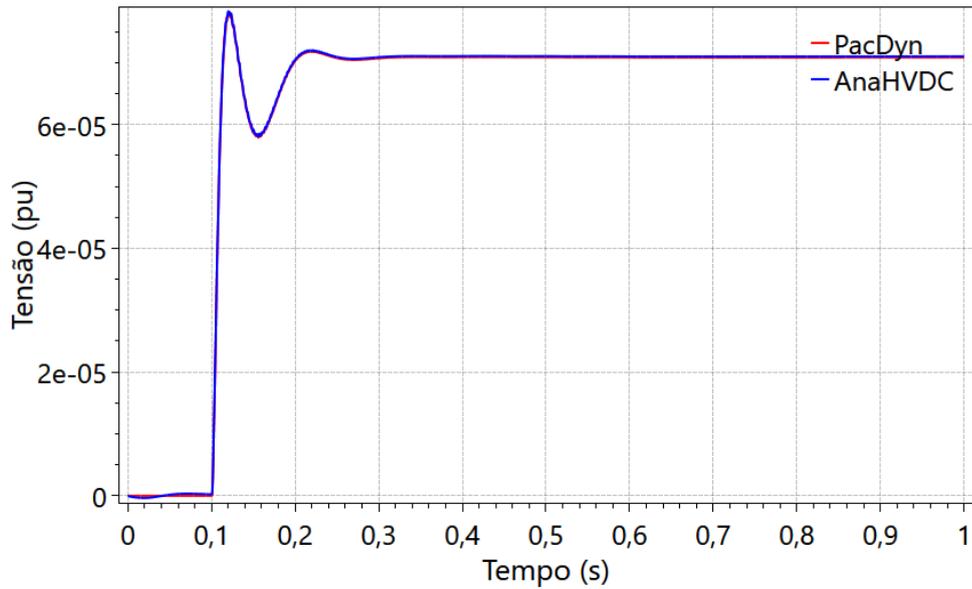


Figura 119 - Desvio da tensão CA na barra 1020 do caso 3

As figuras acima mostram que os resultados obtidos pelo AnaHVDC e pelo PacDyn são visualmente idênticos ou quase idênticos, com a exceção do período de inicialização. Deve-se observar que estas pequenas variações de algumas variáveis no início da simulação, antes do distúrbio, são devido a imprecisões entre o ponto de operação calculado no Anarede com a condição de regime do AnaHVDC, que nesta escala reduzida, acaba ficando visualmente aparente, embora seja muito pequena. No futuro pretende-se resolver este problema recalculando um novo regime permanente corrigido, dentro do AnaHVDC. Logo, os resultados obtidos por essas medições estão dentro do esperado.

Da Figura 120 à Figura 123 mostra-se os resultados das variáveis do lado do inversor, quando se aplicou a perturbação na barra de geração 27.

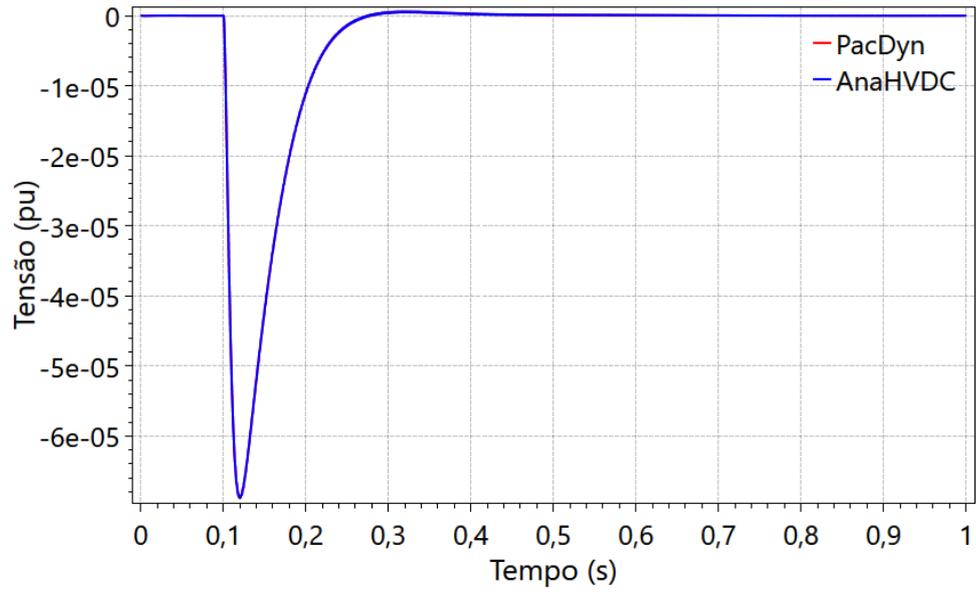


Figura 120 - Desvio da tensão CC do inversor do caso 3

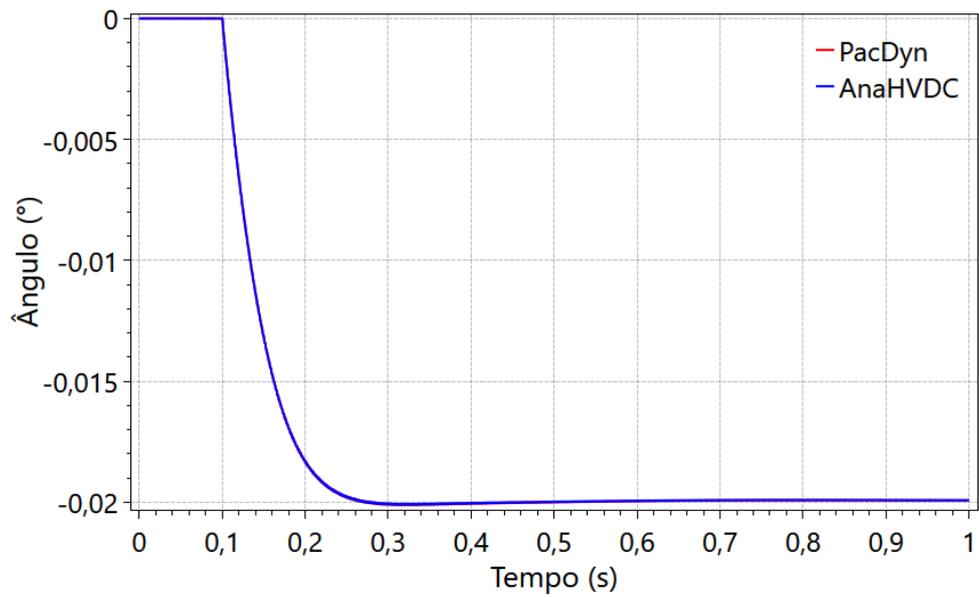


Figura 121 - Desvio do ângulo de disparo do inversor do caso 3

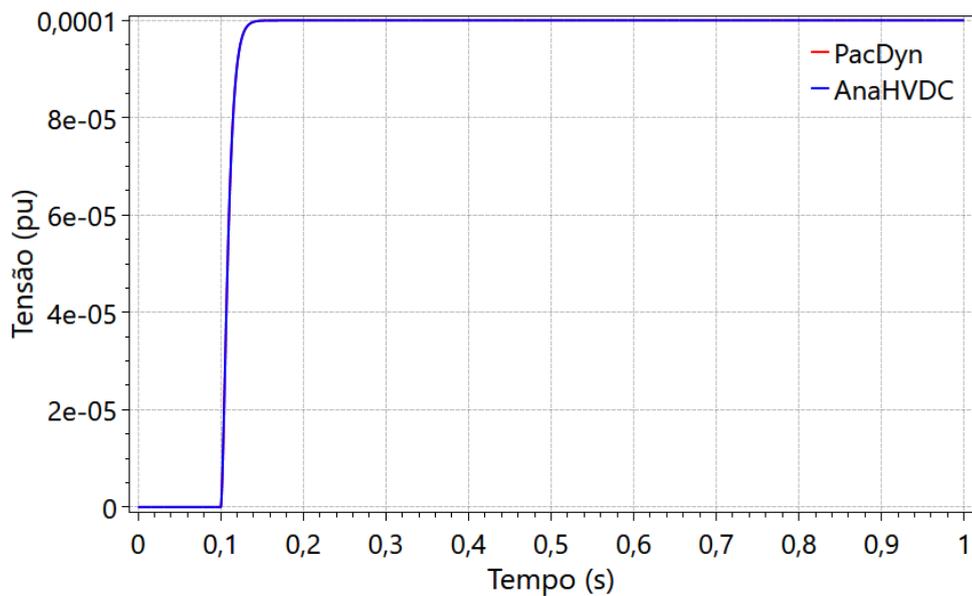


Figura 122 - Desvio da tensão CA na barra 27 do caso 3

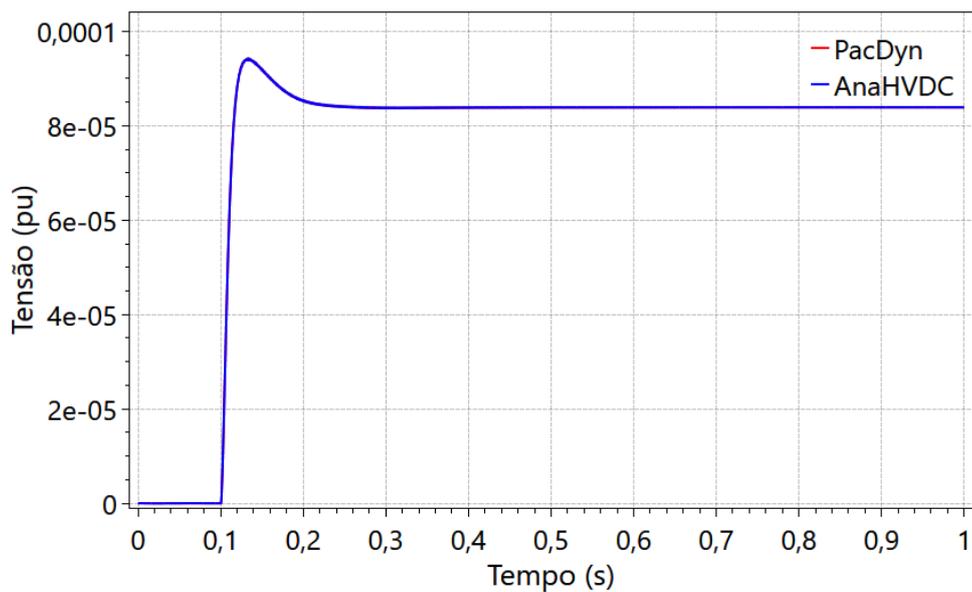


Figura 123 - Desvio da tensão CA na barra 26 do caso 3

Da mesma forma que os resultados obtidos no lado retificador, no lado inversor a comparação entre PacDyn e AnaHVDC mostrou resultados quase idênticos. Logo, esse caso se mostrou bem-sucedido quando utilizando-se o modelo de conversor proposto e aplicando-se pequenas perturbações.

Após analisados todos os resultados obtidos, pode-se concluir que o modelo em questão é válido tanto quando aplicado para conversores de seis pulsos, quanto para conversores de doze pulsos.

4.4. Caso 4: Caso exemplo BenchHVDC

O quarto caso do modelo tutorial da versão 0.5.0 do AnaHVDC, que originalmente era composto por um elo HVDC convencional, sendo nesta dissertação adaptado para elo com conversores CCC, pela inclusão de capacitores de comutação no caso. Esse sistema é composto por 14 barras CA, cinco delas sendo barras de geração. As unidades conversoras são compostas de duas pontes de 12 pulsos conectadas em série, totalizando quatro pontes chaveadas por retificador ou inversor. O diagrama unifilar desenvolvido no ANAREDE é apresentado na Figura 124:

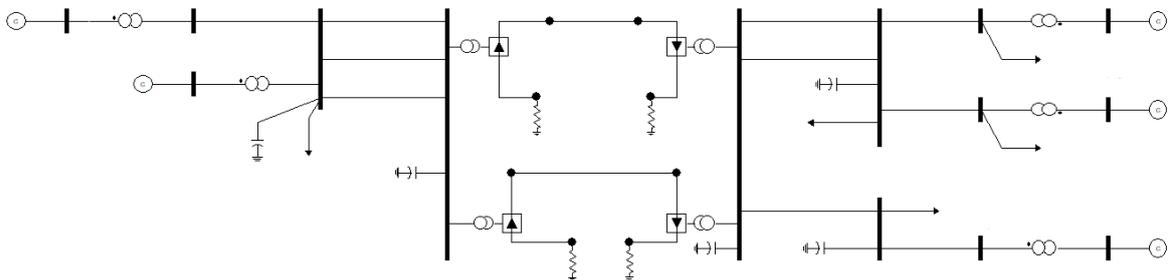


Figura 124 - Diagrama unifilar do Anarede para o caso 4

O modelo do caso no PSCAD é mostrado a partir da Figura 125. Por esse ser um caso com grande número de elementos, suas unidades conversoras e linhas CA foram compartimentalizadas. As unidades conversoras de 12 pulsos estão contidas nos blocos “Polo S1P1”, “Polo S1P2”, “Polo S2P1” e “Polo S2P2”, enquanto as linhas CA estão contidas nos blocos “Sistema CA Retificador” e “Sistemas CA Inversor”, mostrados na Figura 125.

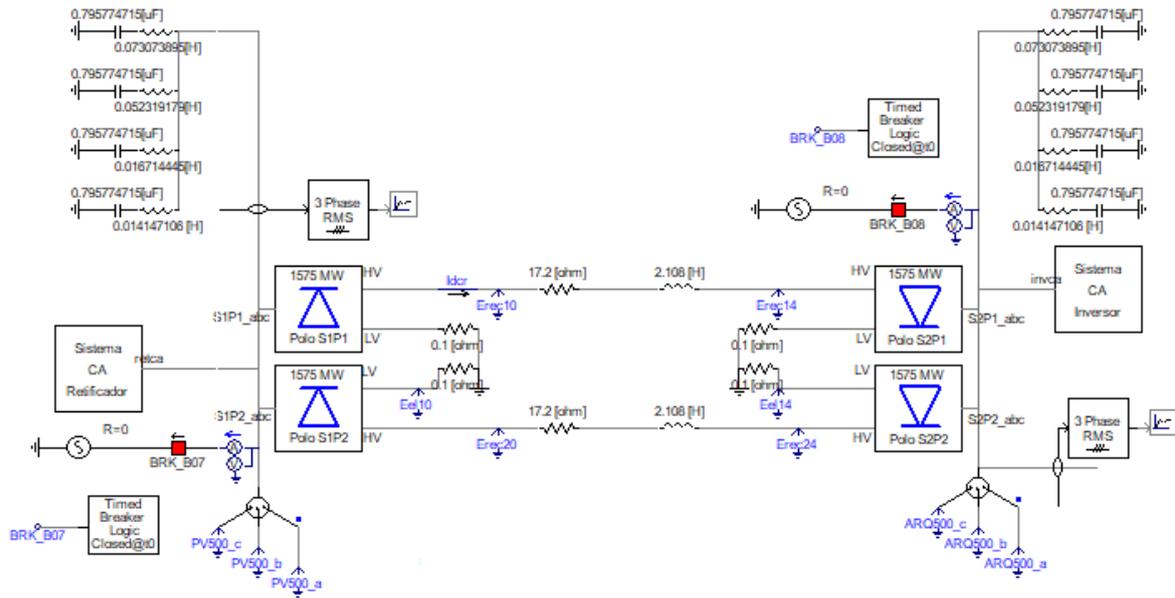


Figura 125 - Diagrama do caso 4 no PSCAD

Os conteúdos dos blocos “Polo” são demonstrados nas figuras abaixo, onde a Figura 126 representa uma unidade retificadora e a Figura 127, uma unidade inversora. Nestes blocos estão contidos todos os elementos que constituem as unidades conversoras, tais como transformadores, capacitores de comutação, as pontes chaveadas e os filtros de harmônicos, além de medidores. Assim como no caso anterior, um dos transformadores é conectado em Y-Y, enquanto o outro é conectado em Y- Δ . As pontes de seis pulsos são conectadas em série entre si, formando assim uma ponte de 12 pulsos. Para a filtragem de harmônicos, utilizou-se novamente filtros passivos de 11^a, 13^a, 23^a e 25^a ordens.

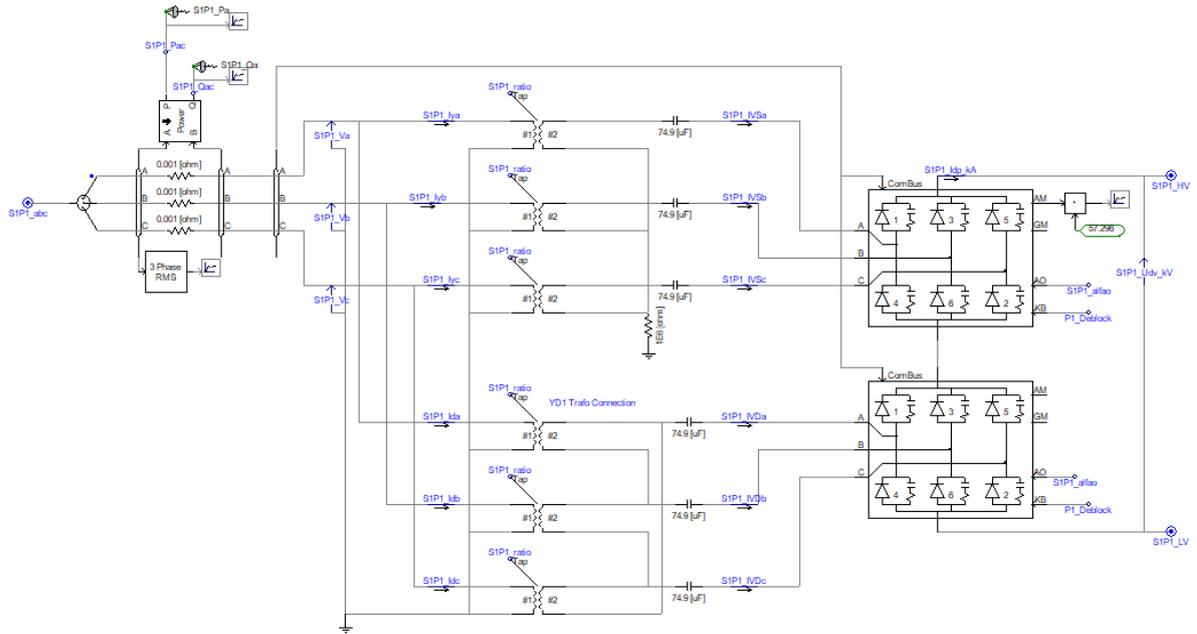


Figura 126 - Diagrama do retificador do caso 4 no PSCAD

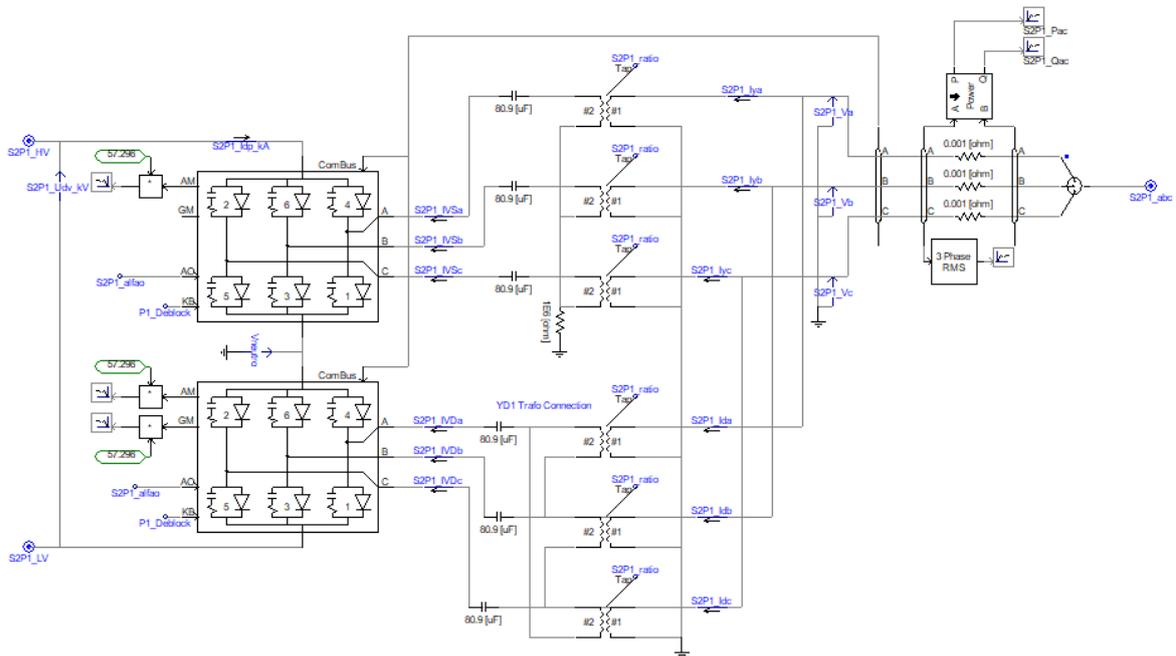


Figura 127 - Diagrama do inversor do caso 4 no PSCAD

Os blocos “Sistema CA” possuem as linhas CA do sistema, suas 14 barras e cinco unidade geradoras. Do lado retificador estão contidas as barras 1, 2, 5, 6 e 7, das quais as barras 1 e 2 são barras de geração e a barra 1 é utilizada como barra de referência. O lado inversor contém as barras 3, 4, 8, 9, 10, 11, 12, 13 e 14, onde as barras 3, 4 e 14 são barras

de geração e a barra 3 é modelada como barra de referência. Os conteúdos desses blocos são retratados na Figura 128 e Figura 129.

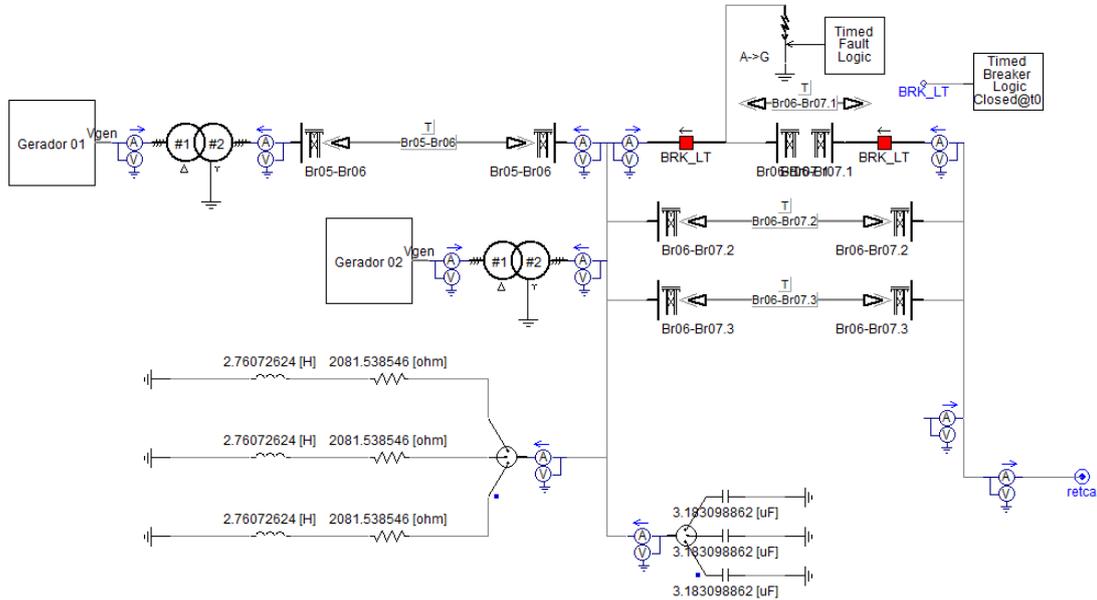


Figura 128 - Diagrama, no PSCAD, da linha CA do lado retificador do caso 4

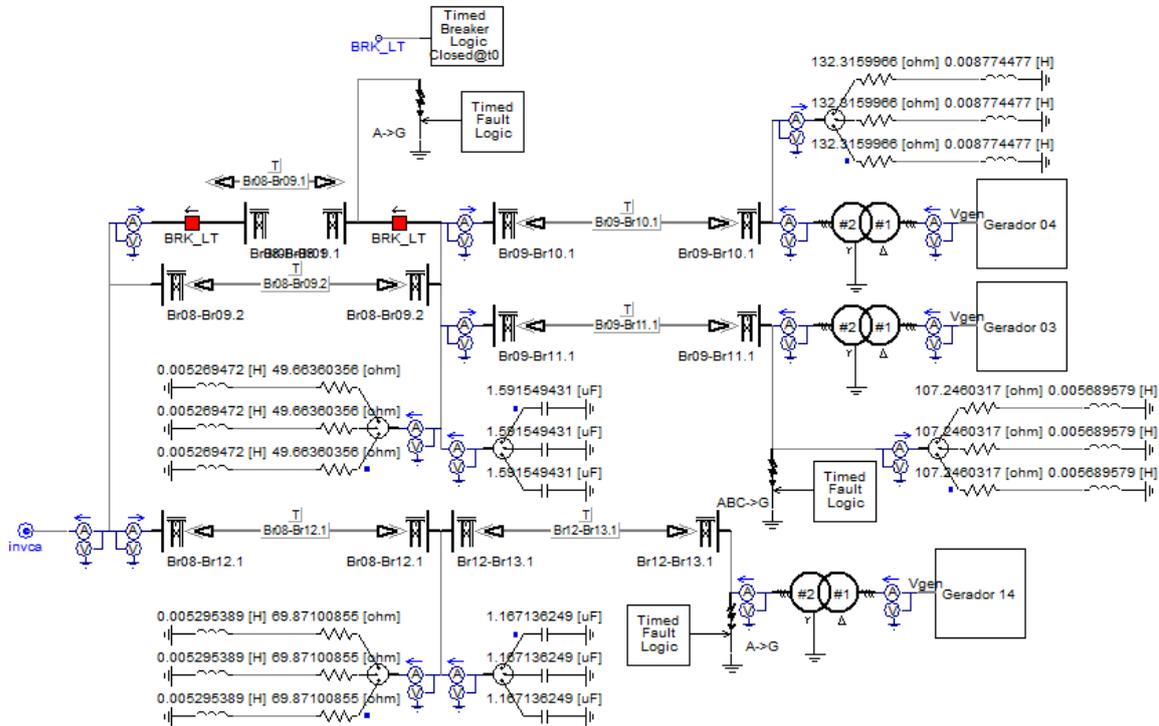


Figura 129 - Diagrama, no PSCAD, da linha CA do lado inversor do caso 4

Os valores das variáveis utilizadas neste caso são exibidos nas tabelas Tabela XXIV e Tabela XXV.

Tabela XXIV - Dados elétricos do caso 4

Dados Gerais	
R_{CC}	17,2 Ω
L_{CC}	2,108 mH

Lado Retificador	
$S_{tr,R}$	930,4 MVA
$I_{nom,tr,R}$	2625 A
$V_{tr1,R}$	288,7 kV
$V_{tr2,R}$	144,7 kV
Tap_R	1
CCC_R	74,9 μ F
$X_{tr,R}$	0,15 pu
V_7	1,000 pu
$Kp_{R,PLL}$	20
$Ki_{R,PLL}$	200
$Kp_{R,PI}$	100
$Ki_{R,PI}$	3000

Lado Inversor	
$S_{tr,I}$	860,8 MVA
$I_{nom,tr,I}$	2625 A
$V_{tr1,I}$	288,7 kV
$V_{tr2,I}$	133,87 kV
Tap_I	1
CCC_I	80,9 μ F
$X_{tr,I}$	0,15 pu
V_8	1,000 pu
$Kp_{I,PLL}$	20
$Ki_{I,PLL}$	100
$Kp_{I,PI}$	200
$Ki_{I,PI}$	5000

Tabela XXV - Dados dos filtros harmônicos do caso 4

Ordem do Harmônico	Indutor (H)	Capacitor (μ F)
11 ^a	0,073073895	0,795774715
13 ^a	0,052319179	0,795774715
23 ^a	0,016714445	0,795774715
25 ^a	0,014147106	0,795774715
Potência Reativa do Filtro (MVar)		
301,3336663		

4.4.1. Resultados

Neste quarto caso, replicou-se a perturbação aplicada no caso BenchHVDC original, porém com o modelo do conversor CCC proposto incluso no elo HVDC. Neste caso, a perturbação aplicada foi um curto-circuito trifásico na barra 11. Foram coletados os resultados as tensões nas barras de geração 1 e 14, na barra 11, que sofre a perturbação e nas barras terminais ao elo HVDC 7 e 8. Além disso, coletou-se a tensões e corrente CC no elo HVDC, e os ângulos de disparo (α) nos conversores. Os resultados foram obtidos através de simulações executadas no PSCAD, no ANATEM e no AnaHVDC.

As tensões alternadas na barra 7, que se conecta à unidade retificadora, e na barra 8, que se conecta à unidade inversora, aparecem na Figura 130 e na Figura 131, respectivamente. Pode-se notar que o comportamento dinâmico obtidos pelas três medições são similares, e a Tabela XXVI demonstra que os valores totais e dos pontos de operação inicial e final são próximos. Na Figura 131, observa-se a ocorrência de dois picos de tensão, que ocorrem durante a aplicação e a remoção do curto no sistema. Esses picos de tensão são causados pelas características do AnaHVDC, e não pelo modelo desenvolvido em si. Como a perturbação é aplicada na barra 11, esses picos de tensão acontecem em todas as medições de tensão na rede CA do lado inversor.

Tabela XXVI - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Tensão alternada na barra 7	0,3%	0,2982%	0,3186%
Tensão alternada na barra 8	0,09084%	0,0811%	0,0269%

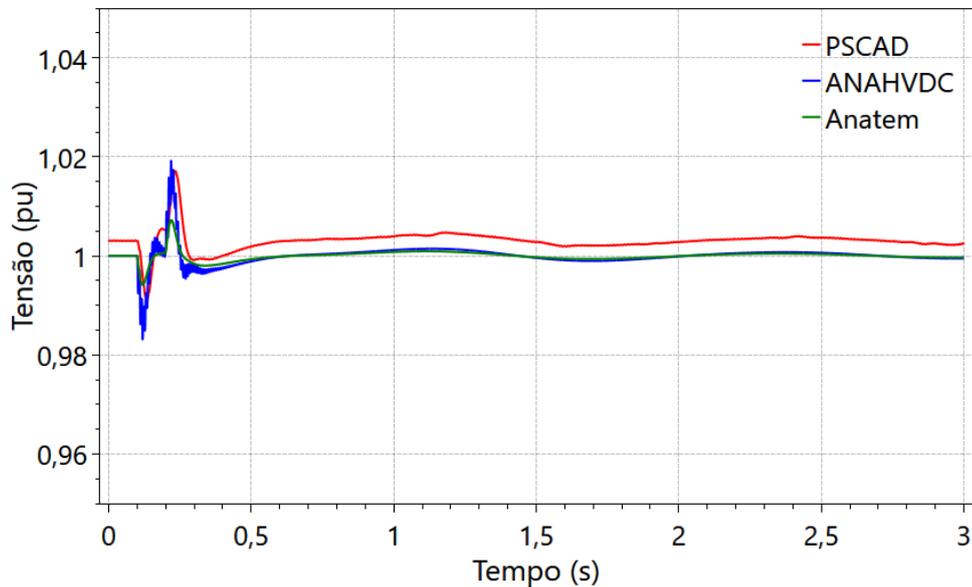


Figura 130 – Tensão alternada na barra 7 do caso 4

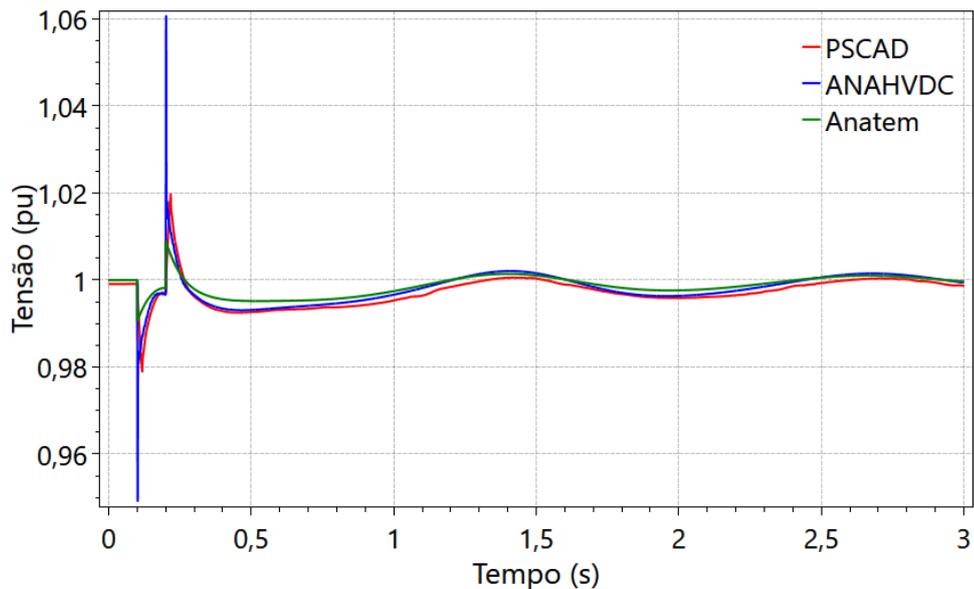


Figura 131 - Tensão alternada na barra 8 do caso 4

A Figura 132, a Figura 133 e a Figura 134 mostram os dados obtidos pelas medições da tensão CC no conversor retificador, da tensão CC no conversor inversor e da corrente CC no elo HVDC, respectivamente. Pode ser observado, através dessas figuras e da Tabela XXVII, que o tanto o comportamento quanto os valores da variáveis são correspondentes entre Anatem, AnaHVDC e PSCAD.

Tabela XXVII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Tensão CC do retificador	0,3822%	0,2921%	0,0648%
Tensão CC do inversor	0,6713%	0,0573%	0,0452%
Corrente CC no elo HVDC	0,2%	0,0236%	0,00012%

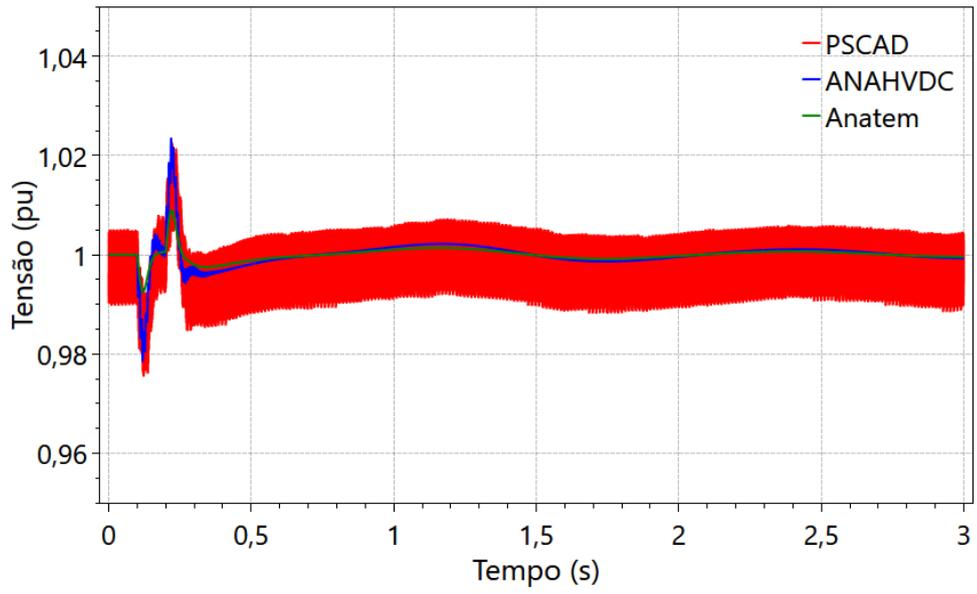


Figura 132 - Tensão CC do retificador do caso 4

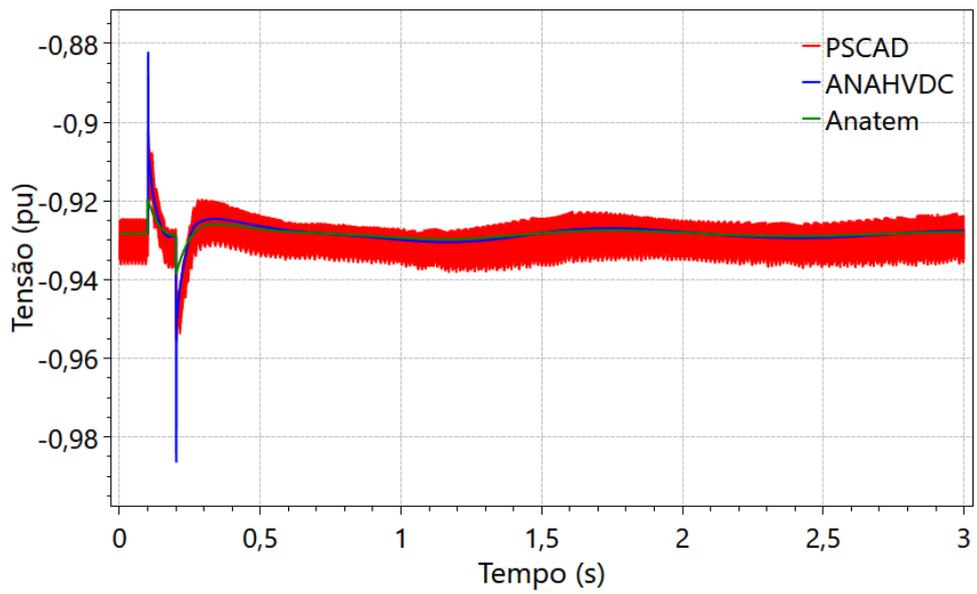


Figura 133 – Tensão CC do inversor do caso 4

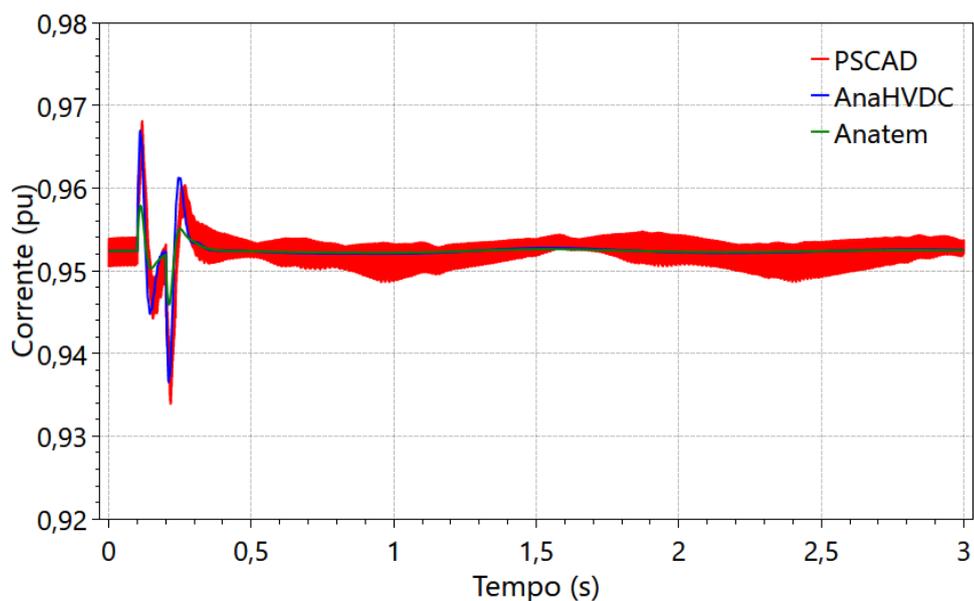


Figura 134 - Corrente CC no elo HVDC do caso 4

Os ângulos de disparo do retificador e do inversor são mostrados na Figura 135 e Figura 136. Assim como o ocorrido com as tensões nas barras terminais, os formatos de onda entre os três programas de simulação se mostraram bastante similares, e os pontos de operação são parecidos. Nessas figuras fica mais evidente um comportamento observado em todas as figuras de caso, em que as formas de onda obtidas pelos ANATEM oscilam menos do que as nos outros programas. Isso ocorre pois o ANATEM não considera a dinâmica da rede em seus cálculos, diferentemente do PSCAD e AnaHVDC.

Tabela XXVIII - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Ângulo de disparo do retificador	0,667%	0,6837%	0,7695%
Ângulo de disparo de inversor	0,0711%	0,06945%	0,1312%

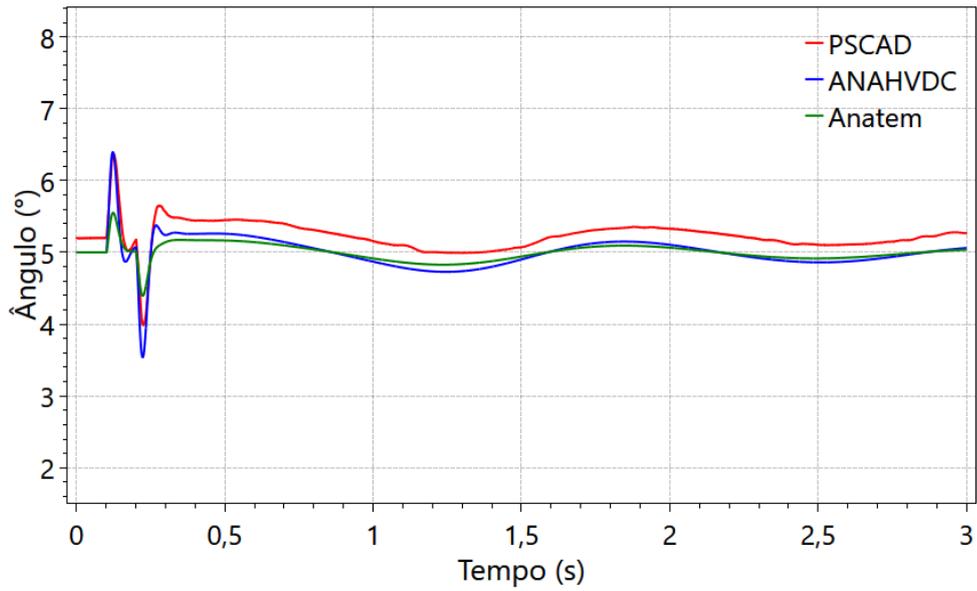


Figura 135 - Ângulo de disparo do retificador do caso 4

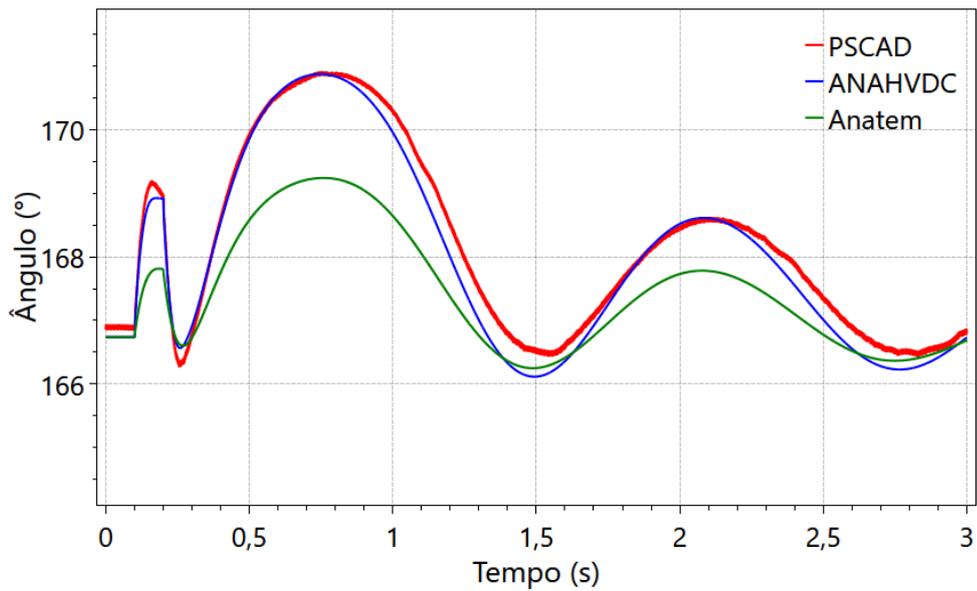


Figura 136 - Ângulo de disparo de inversor do caso 4

As tensões obtidas nas barras 1, 11 e 14 são mostradas na Figura 137, na Figura 138 e na Figura 139, respectivamente. As barras 1 e 14 são barras de geração, enquanto a barra 11 é a barra em que se aplica a perturbação. As formas de onda da barra 11 são quase idênticas quando comparadas as simulações nos três programas, assim como os pontos de operação inicial e final.

Tabela XXIX - Comparação entre variáveis do PSCAD e do AnaHVDC

Variável	Δi	Δf	Δ_{RMS}
Tensão CA na barra 1	0,0051%	0,0089%	0,0314%
Tensão CA na barra 11	0,1509%	0,1292%	0,1352%
Tensão CA na barra 14	0,1112%	0,00804%	0,1156%

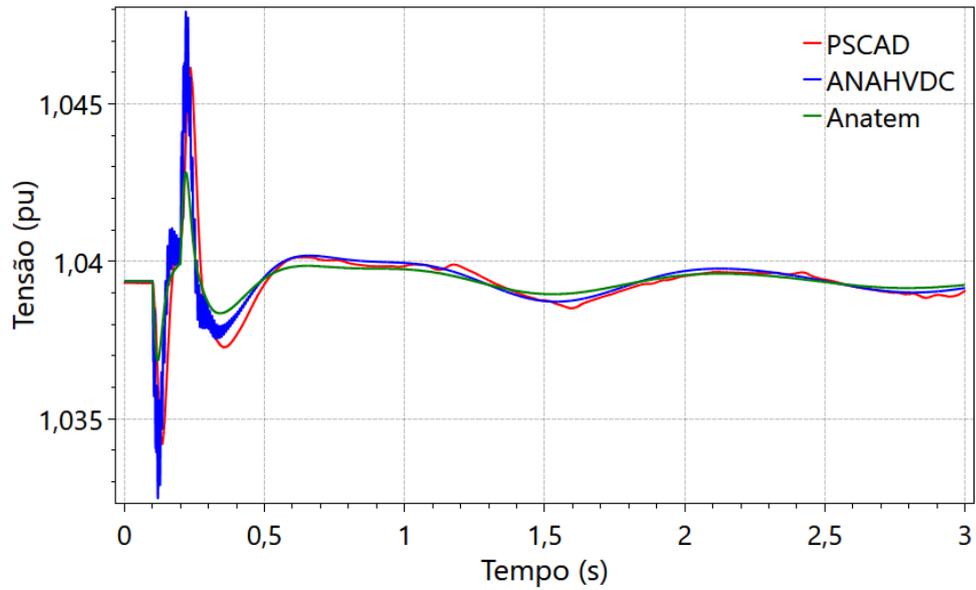


Figura 137 – Tensão CA na barra 1 do caso 4

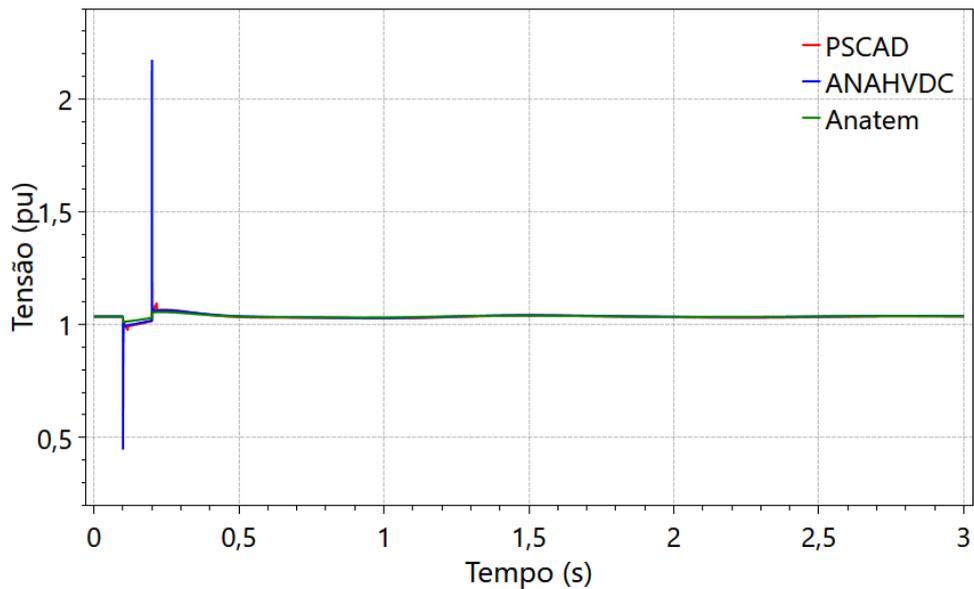


Figura 138 – Tensão CA na barra 11 do caso 4

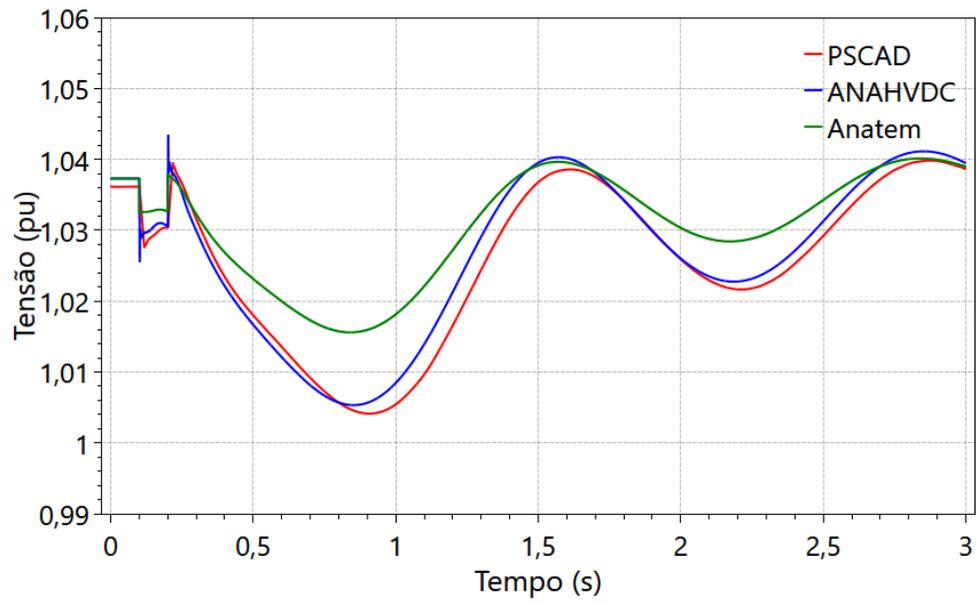


Figura 139 - Tensão CA na barra 14 do caso 4

Com todos os resultados coletados, o caso exemplo BenchHVDC se mostra funcional e efetivo quando utilizando o modelo de conversor CCC proposto, comprovando a validade do modelo.

Capítulo 5 - Conclusão

O objetivo central deste trabalho consistiu no desenvolvimento de um modelo de conversores com capacitores de comutação, que utilizam os conceitos de função de chaveamento e fasores dinâmicos e consideram dinâmicas de altas frequências. Esse modelo desenvolvido foi implementado nas ferramentas de análise AnaHVDC e no PacDyn.

Foi escolhido o AnaHVDC pois ele é uma ferramenta capaz de simular sistemas elétricos de potência que possuem múltiplos elos HVDC, considerando dinâmicas eletromecânicas e eletromagnéticas, de forma que se possa identificar e analisar as falhas de comutação com precisão. O AnaHVDC também é capaz de incluir em sua modelagem matemática todos os elementos e equipamentos dos sistemas, sem a necessidade de se utilizar sistemas equivalentes. Além disso, o AnaHVDC é compatível com o ANAREDE, e logo não precisa gerar sua própria inicialização. Para isso, esse modelo foi desenvolvido baseando-se no conceito de funções de chaveamento. Como o AnaHVDC necessita de que as dinâmicas de alta frequência sejam consideradas com precisão, utilizou-se também a teoria de fasores dinâmicos na modelagem proposta.

Implementou-se também o modelo desenvolvido na ferramenta PacDyn. Essa ferramenta já possuía um modelo de CCC eletromecânico, porém ainda carecia de um modelo para análises eletromagnéticas. Como o PacDyn é compatível com AnaHVDC, implementou-se também o modelo do conversor desenvolvido neste programa. Para isso foi necessário linearizar o modelo. Esse modelo linearizado permite a utilização de técnicas de controle para realizar ajustes nos sistemas de controle, possibilitando melhorias no amortecimento de oscilações nos sistemas simulados.

A utilização de fasores dinâmicos para o desenvolvimento do modelo foi escolhida pois ela permite a integração com outros programas desenvolvidos e utilizados pelo CEPTEL. Isso se mostra uma vantagem, visto que permite que dados gerados em um programa sejam utilizados na inicialização de outros simulando o mesmo caso, garantindo que ditos casos sejam inicializados já em regime permanente, com ponto de operação inicial correto.

Iniciou-se este trabalho com explicações e exemplificações dos conceitos de funções de chaveamento e fasores dinâmicos. Fez-se também uma análise da transmissão em corrente contínua, mostrando suas características e comparando-a com a transmissão tradicional em corrente alternada. Discorreu-se também sobre os elos HVDC, suas diferentes configurações

e os tipos de conversores utilizados, fazendo-se uma análise mais profunda dos conversores LCC e CCC.

Para a validação do modelo do conversor desenvolvido, simulou-se no AnaHVDC e no PacDyn diversos casos de redes elétricas que incluíam elos HVDC. Realizou-se, também, simulações dos mesmos casos nos *softwares* PSCAD e ANATEM, fornecendo assim uma base de comparação para os resultados obtidos nas simulações pelo AnaHVDC. Um caso seria validado se possuísse pontos de operação inicial e final e comportamentos dinâmicos similares entre os três programas. Também calculou-se o valor RMS total de cada curva, e comparou-as entre as diferentes ferramentas de simulação, com uma pequena diferença entre os resultados sendo um quesito de validação. Para a validação do modelo linearizado no PacDyn, fez a comparação entre o caso simulado no PacDyn e o caso recém-validado no AnaHVDC, utilizando-se os mesmos parâmetros para validação utilizados para o AnaHVDC.

Os resultados obtidos mostraram pontos de operação e comportamentos dinâmicos ligeiramente diferentes entre as ferramentas, principalmente em relação às oscilações presentes nas formas de onda. Isso se deve às diferentes formas que cada programa utilizado realiza os cálculos de suas variáveis. O ANATEM é um programa de simulação e análise de transitórios eletromecânicos originários de perturbações nos sistemas de potência, e não considera em seus cálculos as equações diferenciais das redes elétricas, ou seja, despreza os transitórios eletromagnéticos. O PacDyn é utilizado para análises de oscilações resultantes de pequenas perturbações. Esse programa é capaz de realizar análises tanto eletromecânica quanto eletromagnéticas e é capaz de simular sistemas de grande porte em sua plenitude. O PacDyn considera dinâmicas de alta frequência em seus cálculos, e não considera harmônicos em seus cálculos.

Similarmente ao PacDyn, AnaHVDC é capaz de realizar simulações de redes elétricas com perturbações, considerando transitórios eletromecânicos e eletromagnéticos, com a modelagem de todos os componentes do sistema, sem que haja a necessidade de simplificações ou implementação de sistemas equivalentes. Ele também oferece resultados detalhados o suficiente para que se possa identificar falhas de comutação nos elos HVDC. Porém, o AnaHVDC atualmente considera em seus cálculos somente a componente harmônica fundamental. O PSCAD é capaz de simulações que consideram a dinâmica e todos os harmônicos da rede elétrica, através de cálculos altamente detalhados. Porém ele

não foi desenvolvido para simular sistema com tantas barras quanto o SIN. Como o PSCAD é um programa que exige grande esforço computacional, é costume substituir partes do sistema por sistemas equivalentes. Isso reduz o esforço requerido, porém também gera uma análise menos precisa. É possível simular os sistemas de grande porte por completo, porém isso requer um alto esforço computacional, que pode não ser viável.

Dadas as diferenças entre modo de funcionamento dos três diferentes *softwares*, os resultados obtidos foram considerados qualitativamente coerentes entre todas as ferramentas. A partir disso, é possível então concluir que o modelo de conversor CCC proposto e implementado no AnaHVDC e no PacDyn, baseando-se na teoria dos fasores dinâmicos e que considera dinâmicas de rede de altas frequências foi bem-sucedido, resultando em um modelo confiável que pode ser utilizado para simulações futuras de elos HVDC. Com isso, o objetivo desta dissertação foi concluído com êxito, e essa dissertação terminou contribuindo com um novo modelo de conversor CCC eletromagnético, já implementado no PacDyn e no AnaHVDC.

5.1. Trabalhos Futuros

Com os objetivos desta dissertação concluído, pretende-se continuar trabalhando no modelo desenvolvido, para que ele possa ser integralmente implementado e utilizado para simulações e análises de sistema elétricos, incluindo análises completas do SIN. Para isso, tem-se como trabalho futuro a implementação de formas de detecção e simulação de falhas de comutação em conversores CCC de elos HVDC. Como já citado anteriormente, a capacidade de identificar essas falhas é umas das vantagens que o AnaHVDC tem sobre outros programas de simulação da rede elétrica.

Pretende-se também estender o modelo proposto para trifásico, com o objetivo de permitir simular desbalanços, principalmente curtos-circuitos fase-terra seguido de abertura de linha na passagem por zero das correntes dos disjuntores e com possibilidade de religamento. Neste futuro modelo trifásico, algumas variáveis precisam ser replicadas, como o ângulo de comutação que é diferente em cada fase durante um desbalanço.

Propõem-se também o estudo do modelo proposto em sistemas de grande porte, dentre eles o SIN. Como o SIN possui, atualmente, elos HVDC com conversores CCC

instalados, esse estudo permitirá analisar o comportamento do modelo proposto com dados reais.

Também é necessário garantir o ajuste coordenado dos controladores, considerando as interações com outros equipamentos, de forma a garantir uma operação fiel do modelo desenvolvido. Atualmente o modelo desenvolvido é controlado de forma isolada, independente dos outros elementos da rede. Porém, realisticamente, conforme outros equipamentos são adicionados à rede estudada, as variáveis de relacionada ao disparo, extinção e comutação dos conversores podem sofrer alterações, que precisam ser contabilizadas pelo modelo.

Finalmente, têm-se como objetivo futuro investir no desenvolvimento de modelos mais precisos, considerando, dentre outros aspectos, os harmônicos na rede elétrica e no CCC.

Capítulo 6 - Referências Bibliográficas

- [1] “Worldometer”, Worldometer. www.worldometers.info.
- [2] MERCADOS DE ENERGIA CONSULTORIA, GESEL, USP, GEPEA, CPFL ENERGIA, “Características de Sistemas Elétricos de Países Selecionados.pdf”, Projeto de P&D.
- [3] “ONS - Operador Nacional do Sistema Elétrico”, ONS. <http://www.ons.org.br/>.
- [4] GOMES JR, S.; ALMEIDA, L. P. DE ; LIRIO, F. L. ; PARREIRAS, T. J. M. A. ; DANIEL, L. O. ; AMARAL, T. S. ; ROCHA, T. J. B. ; AZEVEDO, R. G., “O Novo Programa Computacional ANAHVDC para Simulação dos Múltiplos Elos HVDC do SIN Considerando Transitórios Eletromecânicos e Eletromagnéticos”, XXV SNPTEE (Seminário Nacional De Produção e Transmissão de Energia Elétrica), Belo Horizonte, 2019.
- [5] ALMEIDA, L. P. DE ; GOMES JR, S. ; PARREIRAS, T. J. M. A. ; AZEVEDO, R. G., “Identificação de falhas de comutação em elos de corrente contínua modelados por fasores dinâmicos”, XXV SNPTEE (Seminário Nacional De Produção e Transmissão de Energia Elétrica), Belo Horizonte, 2019.
- [6] CIGRÉ - GRUPO DE TRABALHO B4.34, “Integração HVDC por Conversores com Capacitores de Comutação - Modelagem Digital e Sistema Benchmark”. jun. 2008.
- [7] WANG, H., REDFERN, M. A., “The advantages and disadvantages of using HVDC to interconnect AC networks”, 45th International Universities Power Engineering Conference UPEC2010, Cardiff, UK, 2010.
- [8] OGATA, K., Engenharia Controle Moderno, 3ª edição. .
- [9] DOS SANTOS, J. E. S., “Controle Preditivo Não-Linear Para Sistemas De Hammerstein”, Tese de Doutorado, UFSC, Florianópolis, 2007.
- [10] FATHI, M., BEVRANI, H., “Linear Algebra Review”, Optimization in Electrical Engineering, Cham: Springer International Publishing, p. 15–45, 2019.
- [11] SEDRA, A. D., SMITH, K. C., "Microelectronic Circuits", 6ª. New York: Rinehart and Winston, 1982.
- [12] YANG, W. Y. ET AL., "Applied Numerical Methods Using Matlab®", 1º ed. Wiley, 2020.
- [13] L GYUGYI, PELLY, B. R., "Static Power Frequency Changers: Theory, Performance and Application." New York: John Wiley & Sons, 1976
- [14] OPENHEIM, A. V., WILLSKY, A. S., YOUNG, I. T., "Signals and Systems", Londres: Prentice-Hall International, 1983..
- [15] OPENHEIM, A. V., SCHAFER, R. W., "Discrete-time Signal Processing", New Jersey: Prentice-Hall International, 1989.
- [16] WOOD, P., "Switching Power Converters", Malabar, Florida: Robert E. Krieger Publishing Company, Inc.
- [17] PILOTTO, L. A. S., “Modelagem Avançada de Sistemas CA/CC”, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1994.
- [18] ALVES JR., J. E. R., “Modelagem de Reatores Controlados por Tiristores Baseada em Funções de Chaveamento Generalizadas”, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1999.

- [19] GEER, J., BANERJEE, N. S., “Exponentially Accurate Approximations to Piece- Wise Smooth Periodic Functions”, *Journal of Scientific Computing*, vol. 12, n° 3, 1997.
- [20] GODIM DE AZEVEDO, R., “Avaliação Dinâmica De Elos De Corrente Contínua Em Alta Frequência Utilizando Fasores Dinâmicos”, *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2019.
- [21] SANDERS, S. R., NOWOROLSKI, J. M., LIU, X. Z., VERGHESE, G. C., “Generalized averaging method for power conversion circuits”, in *21st Annual IEEE Conference on Power Electronics Specialists*, San Antonio, TX, USA, 1990, p. 333–340, doi: 10.1109/PESC.1990.131207.
- [22] CALISKAN, V. A., STANKOVIC, A. M., “Multifrequency Averaging of DC/DC Converters”, *IEEE Trans. POWER Electron.*, vol. 14, n° 1, p. 10, 1999.
- [23] DEMIRAY, T., MILANO, F., ANDERSSON, G., "Dynamic Phasor Modeling of the Doubly-fed Induction Generator under Unbalanced Conditions.", *2007 IEEE Lausanne Power Tech*, Lausanne, Switzerland, 2007.
- [24] CHUDASAMA, M. C., KULKARNI, A. M., “Dynamic Phasor Analysis of SSR Mitigation Schemes Based on Passive Phase Imbalance”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 26, n° 3, p. 1668–1676, ago. 2011, doi: 10.1109/TPWRS.2010.2072793.
- [25] STANKOVIC, A. M., SANDERS, S., AYDIN, T., “Dynamic Phasors in Modeling and Analysis of Unbalanced Polyphase Ac Machines”, *IEEE Power Eng. Rev.*, vol. 22, n° 2, p. 58–58, fev. 2002, doi: 10.1109/MPER.2002.4311986.
- [26] YANG, T., BOZHKO, S., LE-PEUVEDIC, J.-M., ASHER, G., HILL, C. I., “Dynamic Phasor Modeling of Multi-Generator Variable Frequency Electrical Power Systems”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 31, n° 1, p. 563–571, jan. 2016, doi: 10.1109/TPWRS.2015.2399371.
- [27] DEMIRAY, T., ANDERSSON, G., “Simulation of Power Systems Dynamics using Dynamic Phasor Models”, *X SEPOPE (X Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica)*, Florianópolis, Santa Catarina, 2006
- [28] ZHU, H., ZEXIANG, C., HAOMING, L., QINGRU, Q., NI, Y., “Hybrid-model transient stability simulation using dynamic phasors based HVDC system model.”, *Electric Power Systems Research*, vol. 76, p. 582–591, 2006.
- [29] GOMES, S., MARTINS, N., STANKOVIC, A., “Improved Controller Design Using New Dynamic Phasor Models of SVC Suitable For High Frequency Analysis”, in *2005/2006 PES TD*, Dallas, TX, USA, 2006, p. 1436–1444, doi: 10.1109/TDC.2006.1668730.
- [30] DANIEL, L. DE O., “Modelagem, Análise E Controle De Um Elo De Tensão Contínua Com Conversores Vsc Conectados Em Back-To-Back”, *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.
- [31] DANIEL, L. O., LIRIO, F. L., WATANABE, E. H., “Modelagem Linear de um Elo de Corrente Contínua Back-to-back com Conversores VSC”, *XII SEPOPE (XII Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica)*, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.
- [32] LIRIO, F. L., “Modelagem Tensorial De Svc E Tcsc No Domínio S Para Análise Linear De Transitórios Eletromagnéticos E Harmônicos”, *Tese de Doutorado*, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.
- [33] STANKOVIC, A. M., MATTAVELLI, P., CALISKAN, V., VERGHESE, G. C., “Modeling and analysis of FACTS devices with dynamic phasors”, in *2000 IEEE*

- Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.00CH37077), Singapore, 2000, vol. 2, p. 1440–1446, doi: 10.1109/PESW.2000.850191.
- [34] DANIEL, L. O., CEPTEL, E., WATANABE, E. H., “Utilização De Fasores Dinâmicos Para Modelagem De Transitórios Eletromecânicos E Eletromagnéticos”, XVII ERIAC, 2017.
- [35] DANIEL, L. DE O., “Simulador De Transitórios Eletromagnéticos Utilizando Fasores Dinâmicos Para Análise Não-Linear De Redes Elétricas Com Equipamentos FACTS”, Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- [36] TORRES OLGUIN, R. E., GARCES, A., BERGNA, G., “HVDC Transmission for Offshore Wind Farms”, Large Scale Renewable Power Generation, J. Hossain e A. Mahmud, Orgs. Singapore: Springer Singapore, 2014, p. 289–310.
- [37] KAMALAPUR, G. D., ARAKERI, K., “A Comparative Study of Monopolar and Bipolar HVDC Transmission Systems”, European Journal of Advances in Engineering and Technology, 2020, 7(8):21-26.
- [38] KAMALAPUR, G. D., SHEELAVANT, V. R., HYDERABAD, S., PUJAR, A., BAKSI, S., PATIL, A., “HVDC Transmission in India”, IEEE Potentials, vol. 33, nº 1, p. 22–27, jan. 2014, doi: 10.1109/MPOT.2012.2220870.
- [39] THÉRY, H., MELLO-THÉRY, N. A. DE, “O sistema elétrico brasileiro”, Confins, nº 26, fev. 2016, doi: 10.4000/confins.10797.
- [40] KIRBY, N. M., “HVDC transmission for large offshore windfarms”, in Seventh International Conference on AC and DC Transmission, London, UK, 2001, vol. 2001, p. 162–168, doi: 10.1049/cp:20010536.
- [41] PAVICIC, I., IVANKOVIC, I., ZUPAN, A., RUBESA, R., REKIC, M., “Advanced Prediction of Technical Losses on Transmission Lines in Real Time”, in 2019 2nd International Colloquium on Smart Grid Metrology (SMAGRIMET), Split, Croatia, abr. 2019, p. 1–7, doi: 10.23919/SMAGRIMET.2019.8720394.
- [42] EL-SAADY, G., IBRAHIM, E.-N. A., OKILLY, A. H., “Analysis and control of HVDC transmission power system”, in 2016 Eighteenth International Middle East Power Systems Conference (MEPCON), Cairo, Egypt, dez. 2016, p. 190–198, doi: 10.1109/MEPCON.2016.7836890.
- [43] DESSOUKY, S. S., FAWZI, M., IBRAHIM, H. A., IBRAHIM, N. F., “DC Pole to Pole Short Circuit Fault Analysis in VSC-HVDC Transmission System”, in 2018 Twentieth International Middle East Power Systems Conference (MEPCON), Cairo, Egypt, dez. 2018, p. 900–904, doi: 10.1109/MEPCON.2018.8635237.
- [44] SANTOS, M. L. DOS, “Transmissão de energia elétrica em meia-onda e em corrente contínua - análise técnico-econômica.”, Doutorado em Sistemas de Potência, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.
- [45] VIANNA, E. A. D. L., DA SILVA, F. E. M., DA SILVA, A. E. P., “A 1ª manutenção preventiva de 72 meses no Back-to-Back da Subestação Coletora de Porto Velho”, apresentado em XXV SNPTEE, Belo Horizonte - MG, nov. 2019.
- [46] SAAVEDRA, L. A. M., “Estudo De Um Sistema CCAT Com Capacitor De Comutação”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012..
- [47] LONG, W., NILSSON, S., “HVDC transmission yesterday and today..pdf”, IEEE power & energy magazine, nº março/abril 2007, p. 10.

- [48] LEÃO, R. M., “Rádio interferência proveniente de linhas de alta tensão”, p. 147.
- [49] MARCHIORO, A., “A Eficiência Energética na Trasmissão em Alta Tensão em Corrente Contínua.pdf”, Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2014.
- [50] SANTANA, L. B. D., “Análise De Viabilidade Para Implantação De Linhas De Transmissão HVDC”, Dissertação de Mestrado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2019.
- [51] BALZER, G., “Capacitor commutated converters for high power HVDC transmission”, in Seventh International Conference on AC and DC Transmission, London, UK, 2001, vol. 2001, p. 60–65, doi: 10.1049/cp:20010519.
- [52] KUNDUR, P., Power System Stability and Control. Califórnia: McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [53] VASCONCELOS, L. AL., “Metodologia para representação de sistemas de transmissão em corrente contínua multiterminais no problema de fluxo de potência.”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014
- [54] ANDRADE, A. L. DE, “Sistema de Transmissão HVDC. Corrente Contínua em Alta Tensão (Conversores Multiníveis Modulares) – MMC”, Trabalho de Conclusão de Curso, Faculdade Anhanguera de Sorocaba, Sorocaba, 2019.
- [55] TAVARES, J. J. C., “Influência De Sistemas HVDC No Desempenho Da Proteção De Distância De Linhas De Transmissão CA”, Dissertação de Mestrado, Universidade e Brasília, Brasília, 2020.
- [56] ITIKI, R., “Metodologia para mapeamento de zonas operacionais em sistemas de transmissão VSC-HVDC.”, Mestrado em Sistemas de Potência, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.
- [57] WANG, F., BERTLING, L., LE, T., “An Overview Introduction of VSC-HVDC: State-of-art and Potential Applications in Electric Power Systems”, Cigrè International Symposium, Bologna, 2011.
- [58] SOOD, V. K., HVDC and FACTS Controllers: Applications of Static Converters in Power Systems. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [59] GAO, T., MA, X., “Comparison of CCC and LCC in HVDC System”, Energy Procedia, vol. 16, p. 842–848, 2012, doi: 10.1016/j.egypro.2012.01.135.
- [60] DE OLIVEIRA, L. C. O., BORGES, W. M., DE SOUZA, J. B., RAVAGNANI, L. L., “DC and AC Side Harmonics in CCC Converters”, in 2007 IEEE Power Engineering Society Conference and Exposition in Africa - PowerAfrica, Johannesburg, South Africa, jul. 2007, p. 1–5, doi: 10.1109/PESAfr.2007.4498098.
- [61] GODIM DE AZEVEDO, R., GOMES JUNIOR, S., J. MASSERAN A. PARREIRAS, T., “Simulação e análise linear em alta frequência de sistemas contendo elos HVDC”, XXV SNPTEE, Belo Horizonte, 2019
- [62] MATIAS, E. Y., “Avaliação do Desempenho Dinâmico e Imunidade a Falhas de Comutação para Faltas Remotas em Sistemas HVDC Híbridos, Retificador LCC e Inversor CCC, em Linhas de Transmissão Longas”, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.
- [63] XUE, Y., ZHANG, X.-P., YANG, C., “Commutation Failure Elimination of LCC HVDC Systems Using Thyristor-Based Controllable Capacitors”, IEEE Trans. Power Deliv., vol. 33, nº 3, p. 1448–1458, jun. 2018, doi: 10.1109/TPWRD.2017.2776867.

- [64] GRAHAM, J., BILEDT, G., JOHANSSON, J., “Interligações de Sistemas Elétricos através de Elos HVDC”, IX SEPOPE (IX Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica), Rio de Janeiro, 2004
- [65] DE OLIVEIRA, J. D. A., “Avaliação da Operação do Sistema HVDC de Interligação do Complexo do Rio Madeira a Região Sul do Sistema Elétrico Brasileiro.pdf”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.
- [66] REEVE, J., BARON, J., HANLEY, G., “A Technical Assessment of Artificial Commutation of HVDC Converters with Series Capacitors”, IEEE Trans. Power Appar. Syst., vol. PAS-87, n° 10, p. 1830–1840, out. 1968, doi: 10.1109/TPAS.1968.292144.
- [67] GOMES, S., MARTINS, N., JONSSON, T., MENZIES, D., LJUNGQVIST, R., “Modeling Capacitor Commutated Converters in Power System Stability Studies”, IEEE Trans. POWER Syst., vol. 17, n° 2, p. 7, 2002.
- [68] KIMBARK, E. W., Direct Current Transmission.pdf, vol. 1. Portland, Oregon: John Wiley & Sons, 1971.

Capítulo 7 - Apêndice

7.1. Álgebra Linear

Álgebra linear é um tópico com uma grande variedade de aplicações em engenharia, como em modelagem de sistemas dinâmicos e otimização. Nesta seção, serão revisados os conceitos de sistemas lineares e não-lineares e de autovalores e autovetores, todos de importância para a modelagem de sistemas.

7.1.1. Sistemas Lineares

Sistemas lineares são aqueles aos quais o princípio da superposição se aplica [8]. O princípio da superposição determina que a resposta de um sistema a aplicação de duas perturbações simultâneas é igual a soma das respostas a cada perturbação quando elas são aplicadas individualmente. Logo, para se determinar a resposta de um sistema linear a várias perturbações, pode-se simplesmente calcular a saída considerando-se cada entrada individualmente, e depois, somando todas as respostas.

Sistemas lineares podem ser classificados em dois grupos: sistemas lineares variantes no tempo e invariantes no tempo. Sistemas invariantes são aqueles que possuem termos com coeficientes constantes. Sistemas variantes no tempo são aqueles que possuem uma ou mais equações cujos coeficientes são funções do tempo. Um exemplo de sistema linear invariante no tempo é apresentado em (118), e um exemplo de um sistema linear variante no tempo é demonstrado em (119):

$$y = 10x \quad (118)$$

$$y = 3x + 4t \quad (119)$$

7.1.2. Sistemas não-lineares

Sistemas não-lineares são definidos como aqueles cujas equações não obedecem ao princípio da superposição. Logo, para esses sistemas, não se pode obter a resposta a múltiplas perturbações simultâneas aplicando-se as perturbações individualmente e somando-se os

resultados obtidos. Exemplos de equações não-lineares são dados nas equações (120) e (121):

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + y = C \text{ sen } (\omega t) \quad (120)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + y + y^3 = 0 \quad (121)$$

Sistemas físicos são, em geral, não-lineares [8]. Mesmo sistemas que são considerados como lineares são normalmente lineares somente em uma específica faixa de operação. Exemplos de não-linearidades que afetam somente partes de um sistema são saturação, banda morta, histerese, relé e não-linearidades do tipo lei quadrática [9], demonstradas na Figura 140, Figura 141, Figura 142 e Figura 143.

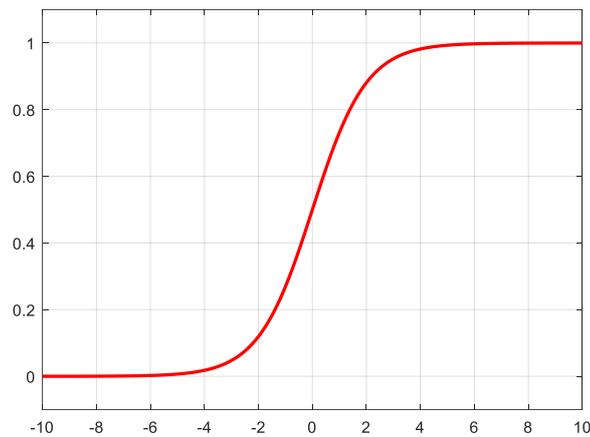


Figura 140 - Não-linearidade do tipo saturação

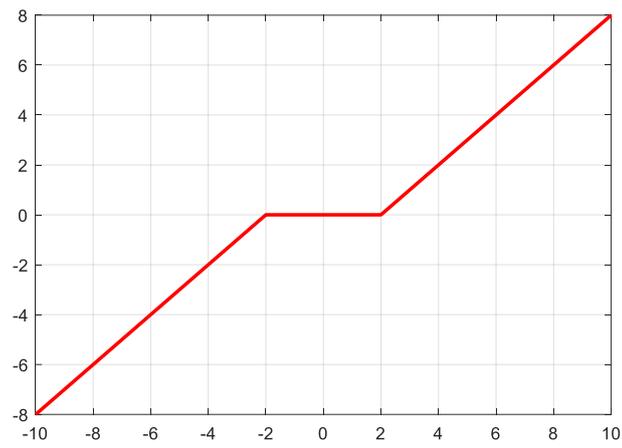


Figura 141 - Não-linearidade do tipo banda morta

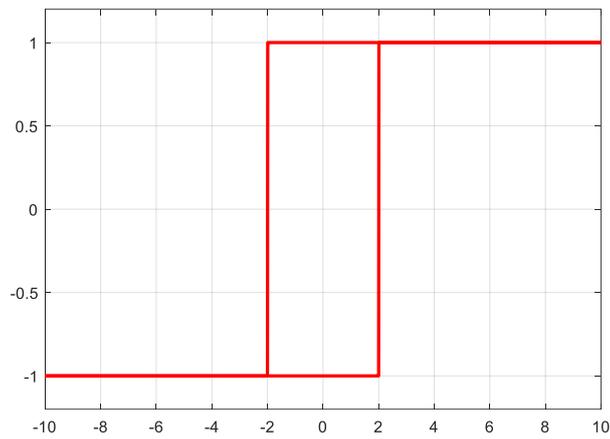


Figura 142 - Não-linearidade do tipo histerese

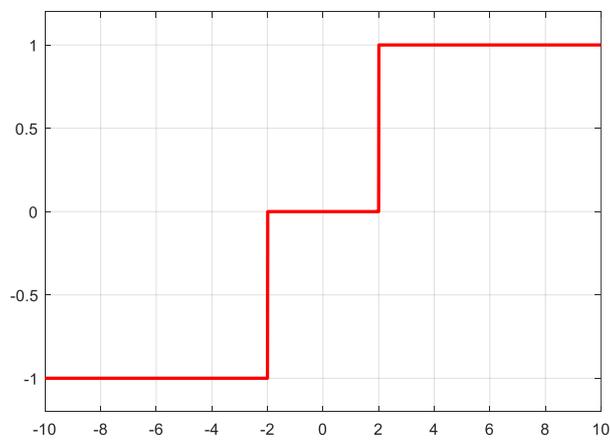


Figura 143 - Não-linearidade do tipo relé

Calcular a resposta de sistemas não-lineares pode ser um processo complexo e matematicamente trabalhoso. Visando simplificar esses procedimentos, adota-se a prática de linearização desses sistemas não-lineares, que consiste em substituir os sistemas originais por equivalentes lineares. Nesse processo, seleciona-se um ponto de operação do sistema não-linear, e a partir dele, desenvolve-se um sistema que se comporte de maneira similar no ponto escolhido e em seus entornos. Assim sendo, um sistema linear equivalente é válido somente dentro de uma faixa de operação delimitada.

Ao se linearizar um sistema não-linear, se está simplificando o sistema. Com isso, a resposta obtida é menos precisa quanto mais as variáveis se afastam da faixa de operação em torno do ponto de operação inicial do sistema, que foi utilizado para sua linearização. Logo, a decisão por linearizar um sistema não-linear resulta em um sistema menos preciso, porém que pode ser analisado através dos conceitos da teoria clássica de controle, tais como o cálculo de autovalores e autovetores, fatores de controlabilidade e observabilidade, fatores de participação e resíduos.

7.1.3. Autovalores e autovetores

Considere um sistema linear descrito pelas equações (122) e (123), onde \mathbf{A} é uma matriz quadrada constante. É denominado autovalor de \mathbf{A} todo λ escalar que satisfaz essas equações, desde que os vetores \mathbf{v} e \mathbf{w} sejam não nulos [10].

$$\mathbf{A}\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v} \quad (122)$$

$$\mathbf{w}\mathbf{A} = \mathbf{w}\lambda \quad (123)$$

Para cada valor de λ , há associado um conjunto de vetores não-nulos \mathbf{v} que satisfazem (122). Esses vetores são denominados de autovetores à direita de \mathbf{A} . Da mesma forma, o conjunto de vetores \mathbf{w} não-nulos que satisfazem (123) são denominados autovetores à esquerda de \mathbf{A} associados a λ .

A equação (122) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{A}\mathbf{v} - \lambda\mathbf{v} = 0 \quad (124)$$

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{v} = 0 \quad (125)$$

Já a equação (123) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{wA} - \mathbf{w}\lambda = 0 \quad (126)$$

$$\mathbf{w}(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0 \quad (127)$$

De (125) e (127), e porque $\mathbf{v} \neq 0$ e $\mathbf{w} \neq 0$, conclui-se que a matriz $(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})$ é singular com ao menos uma linha ou coluna linearmente dependente das demais. Logo, a única condição necessária para que o sistema possua soluções não-triviais é dada pela equação (128).

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0 \quad (128)$$

Para um sistema de ordem n , existem n autovalores, de modo que cada autovalor λ corresponde a um modo de oscilação que, por sua vez, define o comportamento dinâmico das oscilações desse sistema. Para um sistema de potência, essas oscilações são definidas por polo, com as componentes reais contribuindo para o grau de amortecimento e as componentes imaginárias correspondendo à frequência angular, em rad/s.

7.2. Modelagem Matemática de Sistema Dinâmicos

O modelo matemático de um sistema dinâmico é definido como o conjunto de equações algébrico-diferenciais que representam, com precisão razoável, a dinâmica do sistema. Dependendo do grau de precisão requerido e da perspectiva considerada, um sistema dinâmico pode ter múltiplas representações, não estando preso a um único modelo matemático.

Nesta sessão serão discutidos os conceitos básicos de análise e modelagem de sistemas dinâmicos.

7.2.1. Função de Transferência

Funções de transferência são utilizadas para a representar as relações entrada-saída de sistemas lineares invariantes no tempo. Por definição, uma função de transferência é a relação entre a transformada de Laplace da resposta (sinal de saída) do sistema e a

transformada de Laplace da entrada (função excitação), considerando-se todas as condições iniciais nulas.

Um sistema linear invariante no tempo genérico pode ser definido pela equação diferencial apresentada na equação (129), para ($n \geq m$):

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x \quad (129)$$

Onde os coeficientes a e b são constantes, y é o sinal de saída do sistema, x é o entrada de entrada, $y^{(n)}$ é a n -ésima derivada de y e $x^{(m)}$ é a m -ésima derivada de x . A função de transferência correspondente a esse sistema, assumindo-se condições iniciais nulas, pode ser obtida através da equação (130):

$$G(s) = \frac{\mathfrak{L}[\text{Saída}]}{\mathfrak{L}[\text{Entrada}]}\bigg|_{\text{condições iniciais} = 0}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^{(m)} + b_1 s^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^{(n)} + a_1 s^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (130)$$

7.2.2. Espaço de Estados

A teoria de controle tradicional se aplica somente a sistemas com uma entrada e uma saída (monovariáveis), lineares e invariantes no tempo. Porém, a evolução dos sistemas de engenharia resultou em sistemas mais complexos, multivariáveis (com múltiplas entradas e/ou saídas) e com necessidade de alta precisão. Isso resultou no desenvolvimento do que é conhecido como a teoria de controle moderno, que considera sistemas multivariáveis, lineares ou não-lineares e variantes ou invariantes no tempo. Essa nova abordagem para modelagem de sistemas é intrinsecamente relacionada ao conceito de estado, logo, antes de prosseguir com a discussão sobre modelagem, é necessário definir o que é estado e conceitos relacionados [8].

Estado: É o menor conjunto de valores de variáveis (denominadas variáveis de estado) que determina o comportamento do sistema para qualquer instante $t \geq t_0$. Para isso, é necessário saber o valor das variáveis em $t = t_0$, assim como os valores dos sinais de entrada para $t \geq t_0$.

Variáveis de estado: São o conjunto de n variáveis (x_1, x_2, \dots, x_n) que descrevem um sistema dinâmico, definindo o estado do sistema.

Vetor de estado: É o vetor composto pelas variáveis de estado que definem um sistema dinâmico. Logo, um vetor de estado $\mathbf{x}(t)$ determina o estado do sistema em qualquer instante $t \geq t_0$.

Espaço de estado: Espaço n -dimensional cujos eixos coordenados são os eixos das variáveis de estado (x_1, x_2, \dots, x_n) . Um estado pode ser representado por um ponto no espaço de estado.

Com os conceitos básicos relacionados a estados definidos, pode-se determinar as equações que representam os sistemas em um espaço de estado. Para isso, suponha um sistema multivariável, aonde $u_r(t)$ represente as múltiplas r entradas, $y_m(t)$ represente as m saídas e $x_n(t)$ represente as n variáveis de estado. Assim sendo, pode-se definir os vetores de variáveis de entrada, saída e estado, respectivamente $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{y}(t)$ e $\mathbf{x}(t)$, como mostram as equações (131), (132) e (133):

$$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \quad (131)$$

$$\mathbf{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)) \quad (132)$$

$$\mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)) \quad (133)$$

Definidos os vetores de variáveis, a modelagem por espaços de estados de um sistema dinâmico se dá pelas equações lineares (134) e (135).

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (134)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) \quad (135)$$

Onde:

$\dot{\mathbf{x}}(t)$ é o vetor das derivadas em relação ao tempo das variáveis de estado;

\mathbf{A} é a matriz de estado do sistema;

\mathbf{B} é a matriz de entrada do sistema;

\mathbf{C} é a matriz de saída do sistema e

\mathbf{D} é a matriz de transmissão direta.

A partir das equações (134) e (135), pode-se obter a função de transferência de um sistema. Para isso, aplica-se a transformada de Laplace nas equações (134) e (135), obtêm-se as equações (136) e (137):

$$s\mathbf{X}(s) - \mathbf{x}(0) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}U(s) \quad (136)$$

$$Y(s) = \mathbf{C}\mathbf{X}(s) + DU(s) \quad (137)$$

Como, por definição, uma função de transferência possui condições iniciais nulas, a equação (136) pode ser reescrita como:

$$s\mathbf{X}(s) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}U(s) \quad (138)$$

Ou ainda:

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{X}(s) = \mathbf{B}U(s) \quad (139)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação (139) à esquerda por $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$, tem-se:

$$\mathbf{X}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}U(s) \quad (140)$$

Combinando-se as equações (135) e (140) obtêm-se:

$$Y(s) = [\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D]U(s) \quad (141)$$

Substituindo (141) em (130):

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + D \quad (142)$$

A matriz $G(s)$, em geral retangular, representa a relação entre as múltiplas entradas e múltiplas saídas (função MIMO – Multiple Input, Multiple Output). Seleccionando-se, sem perda de generalidade, uma das entradas e uma das saídas, com o sistema continuando a ser multivariável, obtém-se as equações (143) e (144) a partir de (134) e (135):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t) \quad (143)$$

$$y(t) = \mathbf{c}\mathbf{x}(t) + du(t) \quad (144)$$

Pode-se então obter a função de transferência *SISO* (*Single Input, Single Output*) das variáveis seleccionadas no sistema multivariável:

$$G(s) = \mathbf{c}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{b} + d \quad (145)$$

7.2.3. Modelagem de sistemas eléctrico por espaço de estados

Para a dedução de uma função de transferência para sistemas eléctricos, muitas vezes se mostra vantajoso trabalhar no domínio da frequência complexa pois, neste domínio, não se realiza operações com equações diferenciais.

Considere o sistema modelado no domínio da frequência, demonstrado na Figura 144. As impedâncias Z_1 e Z_2 , apresentadas nestes sistemas, representam impedâncias complexas. Como para funções de transferência, as condições iniciais do sistema precisam ser nulas, a função de transferência do sistema é dada pela equação (146), com $E_o(s)$ representando a transformada de Laplace da tensão saída do sistema e $E_i(s)$, a transformada da tensão de entrada.

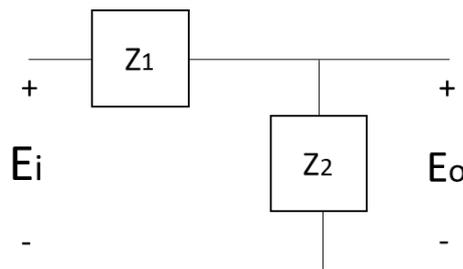


Figura 144 - Circuito eléctrico no domínio do tempo

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)} \quad (146)$$

Considere que Z_1 é composto por um resistor de resistência R e um indutor com indutância L , e que Z_2 representa um capacitor com capacitância C . Sabe-se de [11] que a impedância de um resistor, indutor e capacitor no domínio da frequência complexa são dadas, respectivamente, por R , Ls e $1/Cs$. Com base nisso, pode-se escrever a função de transferência apresentada em (146) como:

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{\frac{1}{Cs}}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \quad (147)$$

A partir da função de transferência de um sistema, consegue-se obter uma representação desse sistema no espaço de estados. Para se modelar a representação do sistema mostrado na Figura 144, é primeiro necessário se reescrever a equação (147) como:

$$E_o(s) \left[s^2 + s \frac{R}{L} + \frac{1}{LC} \right] = E_i(s) \frac{1}{LC} \quad (148)$$

Em seguida, aplica-se a transformada inversa de Laplace [12] na equação (148):

$$\ddot{e}_o + \dot{e}_o \frac{R}{L} + \frac{e_o}{LC} = \frac{e_i}{LC} \quad (149)$$

Com isso, pode-se definir as variáveis de estado (x_1 e x_2), entrada (u) e saída (y) do sistema:

$$\begin{aligned} x_1 &= e_o \\ x_2 &= \dot{e}_o \\ u &= e_i \end{aligned} \quad (150)$$

$$y = e_0 = x_1$$

Com as variáveis do sistema definidas consegue-se, então, fazer uma modelagem do sistema no espaço de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{LC} \end{bmatrix} u \quad (151)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

7.3. Equacionamento da Tensão CC média do LCC

Durante o funcionamento de um conversor, a transferência de corrente durante o acionamento e bloqueio das válvulas não é instantâneo, o que resulta em uma superposição das válvulas, onde três válvulas conduzem ao mesmo tempo. Esse período de tempo em que mais de duas válvulas conduzem corrente ao mesmo tempo é definido pelo ângulo de comutação (μ).

Considere o circuito da Figura 145, que representa a ponte conversora de um LCC, com as válvulas 1, 2 e 3 conduzindo. O intervalo analisado se inicia em $t = \alpha/\omega$ e dura por μ/ω segundos. Durante esse intervalo, a corrente é transferida da válvula 1 para a válvula 3, assim sendo, em $t = \alpha/\omega$, $i_1 = I_d$ e $i_3 = 0$, e em $t = (\alpha + \mu)/\omega$, $i_1 = 0$ e $i_3 = I_d$.

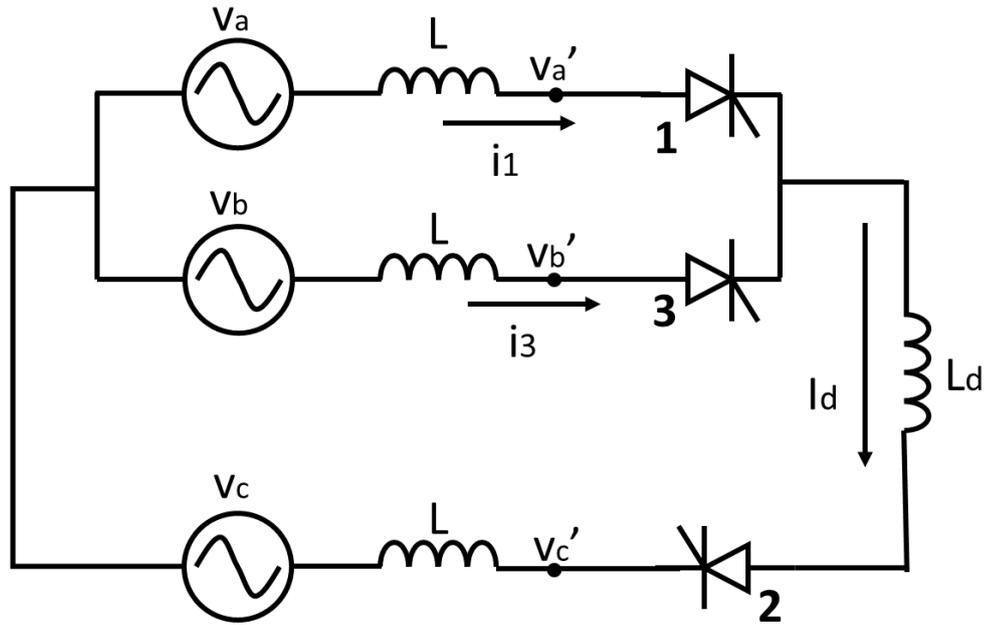


Figura 145 - Ponte conversora de um LCC

No circuito da Figura 145, têm-se que:

$$v_b - v_a = v_b = \sqrt{2} V_L \sin(\omega t) \quad (152)$$

Como, durante comutação as fases a e b estão curto-circuitadas, as tensões v_a' e v_b' são iguais e:

$$v_a' = \frac{v_b + v_a}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} V_L \cos(\omega t) = -\frac{v_c}{2} \quad (153)$$

$$v_c' = v_c = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_L \cos(\omega t) \quad (154)$$

A partir de (153) e (154), pode-se construir as formas de onda apresentadas na Figura 146, que demonstra os efeitos da superposição de válvulas na tensão do conversor. Nessa imagem, a tensão CC do conversor está destacada em preto. Inicialmente, ela é igual a tensão da fase a. No instante $t = 0$, a válvula se torna positivamente polarizada, porém ela só será disparada α segundos depois. Por isso, nos primeiros α segundos, a tensão CC do conversor ainda é igual à tensão de fase. No instante α , a válvula é disparada, e tem-se então o processo de comutação, aonde três válvulas conduzem ao mesmo tempo. Nesse momento, a tensão

CC do conversor é igual à tensão v'_a , conforme a equação (153). Finalmente, ao fim do período de comutação, tem-se novamente somente duas válvulas conduzindo, e a tensão CC do conversor é igual à tensão da fase b.

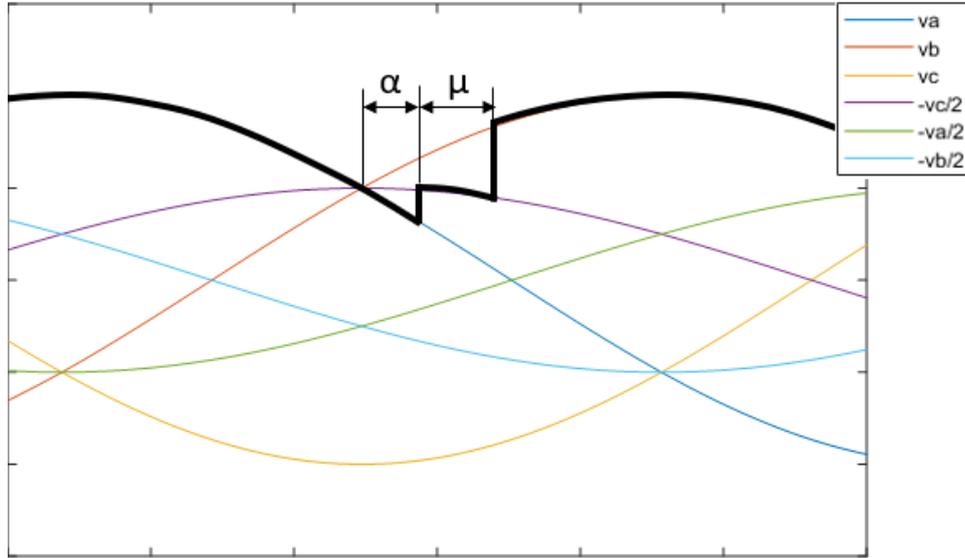


Figura 146 – Tensão contínua instantânea no conversor

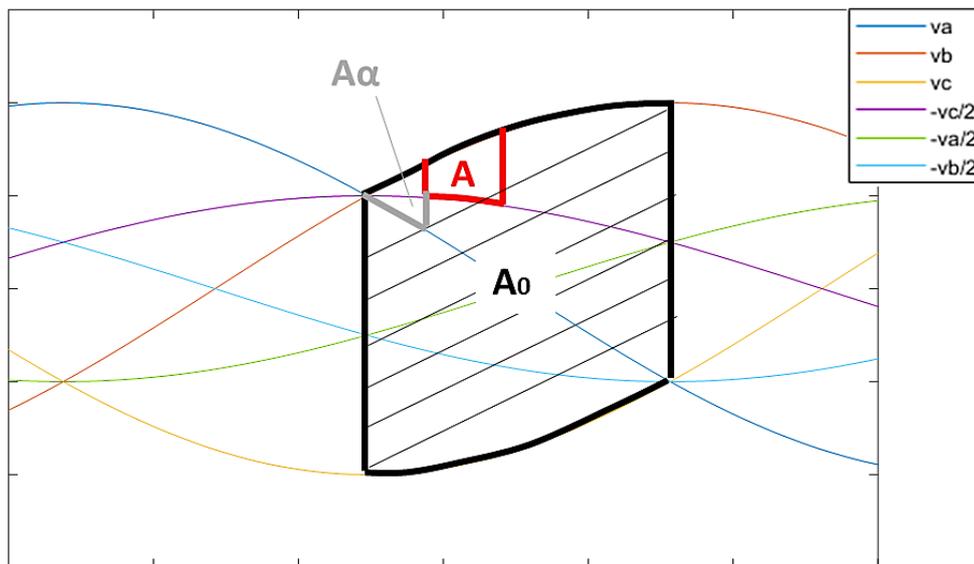


Figura 147 - Áreas utilizadas para cálculo da tensão média

O cálculo da tensão CC média do conversor LCC se dá a partir do cálculo da área A_0 , especificada na Figura 147 que se estende por um período de $\pi/3$ segundos, e pode ser definida por:

$$A_0 = \int_0^{\pi/3} v_b - v_c d\omega t = \int_0^{\pi/3\omega} v_b - v_c dt = \int_0^{\pi/3\omega} \sqrt{2} V_L \cos(\omega t - \pi/6) dt$$

$$A_0 = \sqrt{2} V_L [\sin(30^\circ) - \sin(-30^\circ)] = \sqrt{2} V_L \quad (155)$$

Para considerar o ângulo α , simplesmente modifica-se os períodos de integração, obtendo-se a área A'_0 , onde $A'_0 = A - A_\alpha$:

$$A'_0 = \int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{(\alpha+\pi/3)}{\omega}} v_b - v_c d\omega t = \sqrt{2} V_L [\sin(30^\circ + \alpha) - \sin(-30^\circ + \alpha)]$$

$$A'_0 = \sqrt{2} V_L \cos \alpha \quad (156)$$

Para se calcular os efeitos do período de comutação na tensão média, calcula-se a área A, de acordo com a equação

$$A = \int_{\alpha/\omega}^{(\alpha+\mu)/\omega} v_b - \frac{v_b + v_a}{2} dt = \int_{\alpha/\omega}^{(\alpha+\mu)/\omega} \frac{v_b - v_a}{2} dt$$

$$= \int_{\alpha/\omega}^{(\alpha+\mu)/\omega} \frac{\sqrt{2} V_L \sin(\omega t)}{2} dt = \frac{\sqrt{2}}{2} V_L \cos \omega t \Big|_{\alpha/\omega}^{(\alpha+\mu)/\omega}$$

$$A = \frac{\sqrt{2}}{2} V_L [\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu)] \quad (157)$$

A tensão CC média do conversor LCC, então pode ser definida como:

$$V_d = \frac{3}{\pi} (A'_0 - A) = \frac{3}{\pi} \left\{ \sqrt{2} V_L \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} V_L [\cos \alpha - \cos(\alpha + \mu)] \right\}$$

$$V_d = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_L [\cos \alpha + \cos(\alpha + \mu)] \quad (158)$$