UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE ESCOLA DE ENGENHARIA MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

TÉCNICA DE INTERROGAÇÃO DE LPGS AUTO-REFERENCIÁVEL POR ANÁLISE HARMÔNICA

VICENTE ALVES DE OLIVEIRA

Niterói, julho de 2017

VICENTE ALVES DE OLIVEIRA

TÉCNICA DE INTERROGAÇÃO DE LPGS AUTO-REFERENCIÁVEL POR ANÁLISE ESPECTRAL

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações.

Orientador: Prof. Dr. Andrés Pablo López Barbero Orientador Assistente: Eng. MSc. Alexander Cascardo

Niterói, junho de 2017

 Oliveira, Vicente Alves de Técnica de interrogação de LPGS auto-referenciável por análise espectral / Vicente Alves de Oliveira. – Niterói, RJ : [s.n.], 2017. 129 f.
 Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e de Telecomunicação). Universidado Enderel Elétrica e de

Telecomunicações) - Universidade Federal Fluminense, 2017. Orientadores: Andrés Pablo López Barbero, Alexander Cascardo.

1. Sensor óptico. 2. Fibra óptica. 3. Análise espectral. I. Título.

CDD 621.369

VICENTE ALVES DE OLIVEIRA

TÉCNICA DE INTERROGAÇÃO DE LPGS AUTO-REFERENCIÁVEL POR ANÁLISE ESPECTRAL

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações.

Aprovada em 13 de Julho de 2017.

Prof. Dr. Andres Pablo López Barbero - Orientador

Universidade Federal Fluminense - UFF

Prof. Dr. Vinicius Nunes Henrique Silva Universidade Federal Fluminense - UFF

a less Da

Prof. Dr. Alexandre Bessa dos Santos Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

Prof. Dr. Thiago Vieira Nogueira Coelho Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF

NITERÓI

Niterói, 18 julho de 2017

Dedico este trabalho a minha amada esposa, amigos, aos colegas do LACOP, aos professores e todos os demais funcionários do Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações da UFF, e também a você caro leitor.

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, que mesmo sem ter tido acesso à educação formal, dedicou sua vida a me conduzir no caminho da sabedoria. Sem seu esforço, dedicação e fé, jamais teria trilhado o caminho que me trouxe até aqui. À minha amada esposa Patrícia Leite, por todo apoio, carinho e dedicação. Esta mulher incrível que é meu modelo de visão, garra e perseverança, que por muitas vezes acreditou mais em mim que eu mesmo, por todo o sacrifício e compreensão que esta empreitada exigiu, meu muito obrigado. À Universidade Federal Fluminense pela oportunidade que me concedeu de ingressar no Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações. À CAPES, por conceder a bolsa de auxílio financeiro, a qual tornou possível a realização deste trabalho. Agradeço também aos meus professores da UFF, em especial ao meu orientador, o professor Doutor Andrés Pablo López Barbero, pelo seu incentivo, sempre disposto a ajudar no que fosse preciso; ao meu amigo e co-orientador Alexander Cascardo, pelas inúmeras ajudas durante todo o desenvolvimento deste trabalho; ao meu mestre e amigo Wagner Zanco, por seu apoio desde a graduação, por sua indicação a este curso e por sempre ter estado pronto a ajudar. Aos funcionários do Departamento de Mestrado de Engenharia Elétrica e de Telecomunicação da Universidade Federal Fluminense. Por fim, um especial agradecimento aos meus amigos, pelos seus incentivos nos momentos mais difíceis do curso.

RESUMO

A literatura mostra que diversas técnicas de interrogação têm sido desenvolvidas para uso em sensores baseados em LPGs. Esta dissertação apresenta a continuação do desenvolvimento de uma nova técnica de interrogação para sensores a fibras óticas usando Redes de Período Longo (LPG) e dando a esta uma aplicação prática na medida do índice de refração de uma substância. A técnica é suportada por um modelo matemático simples e robusto, baseado no princípio da análise harmônica. Em razão da não linearidade da curva de absorção da LPG, a técnica de interrogação induz a geração de diversos harmônicos que dependem de todos os parâmetros espectrais da LPG, como largura de banda, comprimento de onda de ressonância e profundidade de atenuação. O conhecimento matemático destes harmônicos e a suas respectivas medidas no experimento permitem a interrogação do sensor.

A validação e aplicação da nova técnica são apoiadas por resultados experimentais de medida de índice de refração com erro inferior a 0,42% e na medida do comprimento de onda de ressonância da LPG inferior a 0.08%. Foi verificada que uma faixa dinâmica de deslocamento do comprimento de onda de ressonância em torno de 36 *nm* é possível.

Palavras-chave: sensores óticos, técnica de interrogação, LPG, FBG, modulador de FBG.

ABSTRACT

The literature shows that several interrogation techniques have been developed for use in LPG-based sensors. This dissertation presents the further development of a new interrogation technique for optical fiber sensors using Long Period Gratings (LPG) and giving it a practical application to measure the refractive index of a substance. The technique is supported by a simple and robust mathematical model, based on the principle of harmonic analysis. Due to the nonlinearity of the LPG absorption curve, the interrogation technique induces the generation of several harmonics that depend on all LPG spectral parameters, such as bandwidth, resonance wavelength and attenuation depth. The mathematical knowledge of these harmonics and their respective measurements in the experiment allow the interrogation of the sensor.

The validation and application of the new technique are supported by experimental results of refractive index measurement with error lower than 0.15%. It has been found that the dynamic range for the measurement of the resonance wavelength is around 40 nm.

Key words: optical sensors, interrogation technique, LPG, FBG, FBG modulator.

LISTA DE SÍMBOLOS

ASE - AmplifiedSpontaneousEmission - Emissão Espontânea Amplificada.

AWG - ArrayedWavelengthGuide.

ESA - Electrical Spectrum Analyser - Analisador de Espectro Elétrico.

FBG - Fiber Bragg Grating – Redes de Bragg em Fibra.

FFT - Fast Fourier Transform- Transformada Rápida de Fourier.

LPG - LongPeriodGrating – Redes de Bragg de Período Longo.

OTDR - Optical Time Domain Refletometer- Refletômetro Ótico no Domínio do Tempo.

OSA – Optical Spectrum Analyser - Analisador de Espectro Ótico.

PZT - Lead ZirconateTitanate - TitanatoZirconato de Chumbo-Piezoelétrico.

UV – Ultravioleta.

Ar⁺ – Argônio.

BaTiO3 – Titanato de Bário.

*CO*₂ – Dióxido de Carbono.

 $C_6H_6O_2$ - Etileno Glicol

KrF - Fluoreto de Criptônio.

LiNbO3 – Niobato de Lítio.

LiTaO3 – Tantalato de Lítio.

 A_m – Amplitude de Modulação.

- nm Nanômetros.
- µm Micrometros.
- f Frequência do sinal modulante e da FBG modulada.
- n_1, n_2 Índice de refração do núcleo da fibra e da casca da fibra.
- θ_i , θ_r ângulos de incidência e o ângulo refratado.
- β Constantes de propagação.
- c_0 Velocidade da Luz no vácuo.
- k_0 Constante de propagação do espaço livre.
- λ_r Comprimento de onda de ressonância da LPG.
- λ_c Comprimento de onda central da FBG.
- ∇_{xy}^2 Laplaciano transversal.
- THD Distorção Harmônica Total

LISTAS DE FIGURAS

Figura 1.1 - Radiomicrômetro de Charles Vernon Boys [2]18
Figura 1.2 - A esquerda, redes FBGs comerciais e a direita interrogadores de FBGs e LPGs comercias [23]22
Figura 2.1 – Ilustração esquemática da fibra ótica: (a) índice degrau, (b) índice gradual e (c) monomodo [34]26
Figura 2.2 - Diagrama esquemático do processo de fabricação MCVD de uma fibra ótica [35]
Figura 2.3 – Índice de refração n, e índice de grupo N, para sílica pura à 20°C [40]35
Figura 2.4 – Estrutura molecular normal de uma fibra ótica dopada com Ge (a) e alguns tipos de defeitos (b), (c), (d), e (e) [40]36
Figura 2.5 - Os estados eletrônicos dos centros de cores serão alterados sob a exposição UV, como a transição de um estado de ligação errada para um GeE' [25]
Figura 2.6 - Absorção ótica da pré-forma de Ge-Si aquecida em atmosfera de hidrogênio a 500 °C durante diferentes intervalos de tempo [62]40
Figura 2.7 - Fibras de Ge-Si, hidrogenadas a pressão de 1 atm e temperatura de 100 °C [61]41
Figura 2.8 - Espectro de absorção de UV [9]41
Figura 2.9 - Representação de uma fibra FBG [35]42
Figura 2.10 - Espectro de uma FBG onde se pode ver os modos de casca [35]48
Figura 2.11 - Acoplamento entre modos do núcleo e modos contra-propagantes na casca [40]
Figura 2.12 - Acoplamento dos modos do núcleo e de casca na LPG50
Figura 3.1 – Configuração experimental para validação da técnica de interrogação de LPG proposta
Figura 3.2 – Espectro ótico no fotodetector
Figura 3.3 - Espectro ótico da banda de absorção da LPG60
Figura 3.4 - Curva de aproximação gaussiana e os valores de referência61

Figura 3.5 – Comprimento de onda instantâneo Wd(t) com Ad = 0, Am = 0.44 nm, $\lambda c = 1540$ nm, e f = 1800Hz70
Figura 3.6 – Representação da demodulação do sinal Wd(t) pela LPG
Figura 3.7 – Comparação das equações do sinal elétrico demodulado: (a) Equação (3.23), sem aproximação e (b) Equação (3.25) com aproximação em série de Taylor71
Figura 3.8 – Erro relativo entre os sinais elétricos gerados pelas equações com e sem expansão em série de Taylor
Figura 3.9 - Evolução do erro $\Delta V\%$ em função de Am
Figura 3.10 - Representação da demodulação do sinal Wd(t) com $\lambda r = 1541 \text{ nm} \dots 73$
Figura 3.11 – Comparação das equações do sinal elétrico demodulado: (a) Equação (3.23), sem aproximação e (b) Equação (3.25) com aproximação em série de Taylor para λ_r em 1541nm
Figura 3.12 – FFT dos sinais elétricos gerados no fotodetector para $S = 0.2$ nm: (a) e (b) correspondem a amplitude e fase de VdS, t respectivamente, e (c) e (d) correspondem a amplitude e fase de VdS, t
Figura 3.13 - FFT dos sinais elétricos gerados no fotodetector para $S = -1$ nm: (a) e (b) correspondem a amplitude e fase de VdS, t respectivamente, e (c) e (d) correspondem a amplitude e fase de VdS, t
Figura 3.14 – Amplitude e fase de cada harmônico considerando os parâmetros $\Delta\lambda LPG = 16.65 \text{ nm}, \text{ m} = 0.84, \text{ Am} = 0.44 \text{ nm} \text{ e Ad} = 0 \text{ nm} (\text{d} = 0) \text{ e } \lambda \text{c} = 1540 \text{ nm}.$
Figura 3.15 - Amplitude dos harmônicos em dB considerando os parâmetros $\Delta\lambda LPG =$ 16.65 nm, m = 0.84, Am = 0.44nm e Ad = 0 nm (d = 0) e λc = 1540 nm77
Figura $3.16 - \text{Amplitude de Hd} = \text{H1d/H2d}$
Figura 3.17 – Amplitude e fase do primeiro e segundo harmônico para diversos valores de Ad
Figura 3.18 - Amplitude do segundo harmônico com distorção
Figura 3.19 – Influência da distorção externa sobre H

Figura 3.20 - Representação das curvas de atenuação da LPG para os diversos valores de ΔλLPG
Figura 3.21 - Amplitude dos harmônico em função da largura de banda da LPG sem influência de distorções do modulador de FBG
Figura 3.22 - Amplitude dos harmônicos em função da largura de banda da LPG $com d = 10\%$
Figura 3.23 - Amplitude dos harmônicos em função da amplitude de modulação 83
Figura 3.24 - Banda de absorção de algumas LPGs e seus parâmetros
Figura 3.25 - Amplitude dos harmônicos em função do parâmetro m
Figura 3.26 – Soluções para a Equação (3.40)
Figura 3.27 - Raízes do polinômio do segundo grau
Figura 3.28 – Simulador90
Figura 4.1 – Configuração experimental para validação da técnica de interrogação de LPG proposta92
Figura 4.2 – Espectro de emissão da Fonte ASE93
Figura 4.3 - Microposicionador de disco duplo modelo P-289.2 [77]93
Figura 4.4 – Deformação longitudinal do microposicionador P-289.2 em função do sinal elétrico aplicado
Figura 4.5 – (a) Comprimento de onda instantâneo provocado pelo modulador de FBG; (b) medida do comprimento de onda instantâneo usando Analisador de Espectro Ótico.
Figura 4.6 - Montagem do modulador de FBG96
Figura 4.7 – Medida do comprimento de onda instantâneo com a minimização da distorção harmônica
Figura 4.8 - Programa desenvolvido em Matlab para análise da distorção harmônica do modulador
Figura 4.9 - Banda de absorção da LPG N0198
Figura 4.10 – Ajuste gaussiano da LPG N 01

Figura 4.11 - Curvas de ajuste gaussiano da LPG N01 para cada solução de Etileno
Glicol em água
Figura 4.12 - Curvas de ajuste gaussiano da LPG N02 para cada solução de Etileno
Glicol em água100
Figura 4.13 - Curvas de ajuste gaussiano da LPG N03 para cada solução de Etileno
Glicol em água101
Figura 4.14 – Curvas de ajuste gaussiano da LPG N04 para cada solução de Etileno
Glicol em água102
Figura 4.15 - Índice de refração em função de λr para cada LPG
Figura 4.16 – Caracterização da FBG utilizada no experimento104
Figura 4.17 - Espectro ótico da FBG após ser fixada no modulador104
Figura 4.18 - Espectro ótico da LPG com a FBG escolhida
Figura 4.19 - Interrogador montado na plataforma LabView
Figura 4.20 - Modulo de aquisição de dados e FFT do LabView
Figura 4.21 - Módulo de extração dos harmônico a partir do sinal no domínio da
frequência108
Figura 4.22 - Modulo de processamento matemático109
Figura 4.23 - Valores encontrados pelo Programa Interrogador em comparação com os
valores obtidos no OSA
Figura 4.24 – Comparação entre os valores de índice de refração obtidos
experimentalmente e calculados através do modelo matemático112
Figura 6.0.1 – Programa Interrogado de LPG 129
Figura 6.0.2 - Diagrama em blocos do Programa Interrogador129

LISTAS DE TABELAS

Tabela 4.1 - Características do modulador de FBG
Tabela 4.2 – Soluções de Etileno Glicol em Água Destilada
Tabela 4.3 – Comprimento de onda λr em função do índice de refração para LPG N01.
Tabela 4.4 - Comprimento de onda λr em função do índice de refração para LPG N02.
Tabela 4.5 - Comprimento de onda λr em função do índice de refração para LPG N03.
Tabela 4.6 - Medidas do índice de refração em função de λr da LPG N04 para diferentes
soluções
Tabela 4.7 – Parâmetros para a expansão da Equação (4.1). 103
Tabela 4.8 – Inclusão da Variável S na Tabela para cada substância105
Tabela 4.9 - Comparação entre valores experimentais lido no OSA e valores calculados
através do modelo matemático

SUMÁRIO

Capítulo 1 - INTRODUÇÃO	
1.1. Contexto Histórico	
1.2 Motivação desta Dissertação.	22
1.3 Organização da Dissertação	25
Capítulo 2 - FUNDAMENTOS DAS REDES EM FIBRAS ÓTICAS	
2.1. Estrutura Básica e Fabricação das Fibras Óticas	
2.1.1 Fabricação das Fibras Óticas	27
2.2 Origem do Índice de Refração	
2.3 Fotossensibilidade em Fibras Óticas	
2.3 Técnicas de Fotossensibilização.	
2.3.1. Codopagem	
2.3.2 Hidrogenação	
2.4 Redes de Bragg e Redes de Período Longo	
2.4.1 Equações de Modos Acoplados para FBGs	43
2.4.2 Acoplamento entre os Modos do Núcleo e da Casca	
2.3.3 Teoria das Fibras de Período Longo, LPGs	
2.4 Sensibilidade das FBGs ao Meio Externo	
2.4.1 Sensibilidade da FBG à Tração	53
2.4.2 Sensibilidade da FBG à Temperatura	53
2.4.3 Sensibilidade da FBG ao Índice de Refração do Meio Externo	54
2.5 Sensibilidade das LPGs ao Meio Externo.	54
2.5.1 Sensibilidade da LPG à Temperatura	55
2.5.2 Sensibilidade da LPG à Tração	
2.5.3 Sensibilidade da LPG ao Índice de Refração	

Capítulo 3 - DESCRIÇÃO DO MODELO 57
3.1 Descrição Qualitativa do Modelo
3.2 Descrição Quantitativa do Modelo60
3.2.1 Modelagem da Banda de Absorção da LPG60
3.3.2 Aproximação em Série de Taylor61
3.2.3 Cálculo dos Harmônicos63
3.2.4 Influência da Distorção Harmônica do Modulador65
3.2.5 Relação entre Harmônicos68
3.3 Simulações69
3.3.1 Validação do Uso da Expansão em Série de Taylor
3.3.2 Amplitude dos Harmônicos em Função Distorções do Modulador75
3.3.3 Amplitude dos Harmônicos em Função da Largura de Banda da LPG.
3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos
 3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos. 3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos. 84
 3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos. 3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos. 84 3.4 Solução da Equação do Modelo.
3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos. 83 3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos. 84 3.4 Solução da Equação do Modelo. 85 3.5 Simulador. 90
3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos. 83 3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos. 84 3.4 Solução da Equação do Modelo. 85 3.5 Simulador. 90 Capítulo 4 - VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO PROPOSTO 92
3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos. 83 3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos. 84 3.4 Solução da Equação do Modelo. 85 3.5 Simulador. 90 Capítulo 4 - VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO PROPOSTO 92 4.1 Configuração do Experimento. 92
3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos. 83 3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos. 84 3.4 Solução da Equação do Modelo. 85 3.5 Simulador. 90 Capítulo 4 - VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO PROPOSTO 92 4.1 Configuração do Experimento. 92 4.2 O Modulador de FBG. 93
3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos. 83 3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos. 84 3.4 Solução da Equação do Modelo. 85 3.5 Simulador. 90 Capítulo 4 - VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO PROPOSTO 92 4.1 Configuração do Experimento. 92 4.2 O Modulador de FBG. 93 4.3 Caracterização da Rede LPG. 97
3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos. 83 3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos. 84 3.4 Solução da Equação do Modelo. 85 3.5 Simulador. 90 Capítulo 4 - VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO PROPOSTO 92 4.1 Configuração do Experimento. 92 4.2 O Modulador de FBG. 93 4.3 Caracterização da Rede LPG. 97 4.4 Escolha e Caracterização da Rede FBG. 103
3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos. 83 3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos. 84 3.4 Solução da Equação do Modelo. 85 3.5 Simulador. 90 Capítulo 4 - VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO PROPOSTO 92 4.1 Configuração do Experimento. 92 4.2 O Modulador de FBG. 93 4.3 Caracterização da Rede LPG. 97 4.4 Escolha e Caracterização da Rede FBG. 103 4.5 Programa Interrogador. 105
3.3.4 Influência do Nível de Modulação Am na Amplitude dos Harmônicos. 83 3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos. 84 3.4 Solução da Equação do Modelo. 85 3.5 Simulador. 90 Capítulo 4 - VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO PROPOSTO 92 4.1 Configuração do Experimento. 92 4.2 O Modulador de FBG. 93 4.3 Caracterização da Rede LPG. 97 4.4 Escolha e Caracterização da Rede FBG. 103 4.5 Programa Interrogador. 105 4.6 Medidas Experimentais e Análise dos Resultados 110

5.1 Trabalhos Futuros	
Anexo 1	
Código em Matlab do Simulador	
Anexo 2	
Diagrama Esquemático do Interrogador em LabView	

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1. Contexto Histórico

O primeiro registro histórico do uso de fibras de vidro como sensor data de 1887, quando Charles Vernon Boys utilizou fibras de vidro de quartzo fiado com uma espessura de aproximadamente um 2,5 µm para produzir um radiomicrômetro [1]. O aparelho não fazia uso das propriedades óticas da fibra, mas das propriedades físicas da mesma tais como resistência, leveza e elasticidade [2]. O aparelho consistia de um termopar e uma bobina de baixa rotação, de uma única volta, ambos suspensos entre os polos de um ímã em forma de ferradura por uma fibra de quartzo. Quando a luz infravermelha é focada no termopar, o aquecimento produz uma leve corrente elétrica através da bobina que interage com o campo magnético permanente do ímã e começa a girar. Pode-se medir a ligeira rotação da bobina observando a alteração na posição da luz refletida. Para fazer essas fibras, Boys fundiu uma extremidade de um pedaço de quartzo a uma flecha, e fixou o outro. Ele então aqueceu o quartzo usando uma chama de óxido nitroso, e disparou a flecha a partir de uma besta. A flecha esticou o quartzo em fios finos, porém fortes. Esta nova fibra permitiu que Boys criasse um radiomicrômetro que fosse capaz de detectar, com a adição de um espelho coletor, a radiação infravermelha de uma vela a três milhas de distância [1] e [3].



Figura 1.1 - Radiomicrômetro de Charles Vernon Boys [2].

Boys não documentou nenhum efeito ótico em suas fibras, embora o professor Daniel Colladon já tivesse demonstrado em 1841, na Universidade de Genebra, que a luz poderia ser guiada [4], e o físico inglês John Tyndall tivesse reproduzido este experimento em 1854 [5] e [6]. O experimento consistia em injetar luz em um jato d'água que fluía através do orifício de um recipiente, verificando que a luz percorria o interior do jato d'água em sua trajetória parabólica, demostrando o fenômeno da reflexão total.

A fibra ótica como um guia de onda para a propagação da luz baseada neste princípio só foi proposta em 1920 [7]. A invenção da fibra ótica quebrou a limitação da propagação da luz em linha reta. Fibras com revestimento foram inventadas mais tarde para reduzir a perda de propagação, causada pelo meio externo de ar, para as fibras anteriores sem revestimento. Esta melhoria resultou em aplicações práticas utilizando fibras óticas, tais como transmissões de imagem em feixes [8].

Em 1966, o efeito fotorrefrativo foi descoberto por ASHKIN et al [9] quando trabalhavam em experimentos de geração do segundo harmônico em cristais de LiNbO3 (Niobato de Lítio), LiTaO3 (Tantalato de Lítio). Ao fazer incidir feixes de laser de alta potência sobre estes cristais, verificaram a ocorrência de variações localizadas no índice de refração. Em 1978 HILL et al. [10] utilizaram o efeito fotorrefrativo em um experimento no qual gravavam redes em fibras óticas de sílica dopadas com germânio expostas a um padrão de interferência produzido por um laser de argônio (luz azulverde). Constataram neste experimento que a intensidade da luz refletida aumentava à medida que as fibras ficavam expostas à radiação de Ar+ (488 nm), chegando a cerca de 100 % de refletividade. Esse efeito não linear fotorrefrativo nas fibras óticas ficou conhecido como fotossensibilidade.

Kapron e Kech da Corning Glass Works, anunciaram em 1970, a fabricação de fibras óticas de sílica do tipo monomodo com atenuação inferior a 20 dB/km [11]. Diversos avanços tecnológicos ocorreram naquela década até que em 1979, no Japão, foi anunciada a produção de uma fibra monomodo operando na região espectral de 1550nm com atenuação inferior a 0,2 dB/km [12], um nível de perda limitado principalmente pelo processo fundamental de espalhamento de Rayleigh.

Em 1981 LAN e GARSIDE [13] demonstraram que a magnitude da modulação fotoinduzida do índice de refração crescia com o quadrado da intensidade de potência da fonte de gravação, que para aqueles experimentos, foi um laser de argônio em 488 nm e fibras com diâmetro reduzido (~2,2 μ m) e com forte concentração de Germânio (> 10% mol). Em 1987 STONE et al [14] comprovaram que, ao contrário do que se

acreditava até então, a fotossensibilidade poderia ocorrer em diferentes tipos de fibras, desde que tivessem uma elevada concentração de germânio (maior que 8% mol).

Até onde é do conhecimento dos autores desta dissertação, o primeiro trabalho que faz uso das redes de Bragg como elemento sensor, é o trabalho de G. Meltz [15] publicado em 1987. Neste trabalho, MELTZ et al testaram três tipos de sensores a fibra ótica para medidas simultâneas de temperatura e distensão, sendo a rede de Bragg um deles. Eles conseguiram um resultado de $\nabla \lambda / \lambda_0 = 0.78 \cdot 10^{-6} \varepsilon$ ($\mu \varepsilon$) + 8,8 · ΔT (°C), provando a viabilidade do uso das redes de Bragg como elemento sensor.

MELTZ et al [16] demonstraram em 1989 uma nova técnica que permitiu, pela primeira vez, a gravação de redes em fibra ótica operando em comprimentos de onda utilizados nos sistemas de comunicações óticas. Eles utilizaram um laser com comprimento de onda no ultravioleta, próximo à 245 nm, possibilitando a formação de redes de reflexão com uma periodicidade tal que permitiu a utilização de dispositivos operando em 647 nm. Como a casca das fibras óticas é transparente à luz ultravioleta, as redes puderam ser impressas diretamente no núcleo da fibra sem a necessidade de remoção de casca. Outra observação importante neste experimento foi que o período da rede dependia do ângulo entre os dois feixes de luz ultravioleta interferente, o que tornou possível o desenvolvimento de redes com período curto. Estes experimentos foram um marco histórico no desenvolvimento de gravação de redes de Bragg em fibra ótica, que possibilitou a gravação de redes com característica adequadas para aplicações na área das comunicações óticas e de sensores óticos baseados em fibras óticas.

KASHYAP et al. reportaram a foto-impressão de redes de Bragg na terceira janela de comunicações em 1990 [17], e em 1993, LEMAIRE et al. [18] desenvolveram uma técnica na qual, ao difundir moléculas de hidrogênio no núcleo da fibra ótica exposta à luz ultravioleta, ocorre o aumento da fotossensibilidade do núcleo da fibra ótica, o que tornou possível fazer a gravação da rede de Bragg com maior variação do índice de refração.

Um novo tipo de rede fotoinduzida conhecida como rede de período longo inscritas em fibras (LPG – *Long-Period Fiber Grating*), foi apresentada em 1996 por VENGSARKAR et al. [19]. No experimento, uma fibra dopada com Germânio e

sensibilizada em uma atmosfera de hidrogênio foi exposta a um laser de KrF (fluoreto de criptônio), com comprimento de onda de 248 nm (ultravioleta), através de uma máscara feita de sílica cromada. As LPGs apresentaram maior sensibilidade às variações externas do que as FBGs. Foram encontrados para as LPGs valores de sensibilidade à deformação longitudinal entre -0,7 e 1,5 pm/µɛ (picometros por microstrain) e de 0,04 a 0,05 nm/°C para a temperatura, valores de sensibilidade maiores do que os esperados para a FBG, que são de aproximadamente 1,2 pm/µɛ para deformação longitudinal e 0,0137 nm/°C para a temperatura, com comprimento de onda de ressonância em 1550 nm.

Porém, as redes LPGs fabricada com a técnica de exposição UV não são adequadas para aplicações em alta temperatura. Entre as diferentes técnicas disponíveis para a fabricação de LPFGs, a técnica de arco elétrico é uma das poucas que permitem a sua fabricação em praticamente qualquer tipo de fibras de vidro [20]. Esta técnica é simples, barata e inofensiva quando comparada àqueles baseados em radiação laser. Além disso, as grades induzidas por arco são adequadas para aplicações de alta temperatura, uma vez que seus mecanismos de formação dependem de efeitos térmicos [21].

Inicialmente, a observação da refratividade foto-induzida em fibras foi apenas uma curiosidade científica, mas com o tempo ela se tornou a base de uma tecnologia que agora tem um papel amplo e importante em sistemas de comunicação ótica e sensores. As redes FBG's estão disponíveis comercialmente e encontraram aplicações chave no roteamento, filtragem, controle, equalização e amplificação de sinais ópticos na evolução das redes de telecomunicações WDM de alta capacidade [22].

Em 1994 CRAWLEY E. F. [23] citou em seu trabalho sobre Estruturas Inteligentes para o Aeroespaço que os sensores a fibras óticas poderiam substituir os sensores de distensão (*Strain Gages*) convencionais. CRAWLEY definiu estruturas inteligentes como estruturas que incorporam atuadores e sensores que estão profundamente integrados e têm funcionalidade estrutural, bem como lógica, controle e condicionamento de sinal altamente integrado. Tal atuação, detecção e controle são incorporados numa estrutura com o objetivo de influenciar os seus estados ou características, sejam eles mecânicos, térmicos, óticos, químicos, elétricos ou magnéticos.

Em 1995 MERZBACHER C. I. et. al. [24] propuseram o uso de redes FBG na monitoração de estruturas de concreto. Ampliando o conceito de Estrutura Inteligente ("*Smart Structures*") para aplicação em edificações.

Desde então a indústria tem investido no desenvolvimento de sensores e interrogadores para os mais diversos fins, como avalição da integridade estrutural de pontes e viadutos, fadiga de materiais e muitos outros como mostrado na Figura 1.2.



Figura 1.2 - A esquerda, redes FBGs comerciais e a direita interrogadores de FBGs e LPGs comercias [23].

1.2 Motivação desta Dissertação.

O sensoriamento de grandezas físicas tem evoluído com a humanidade e na medida em que a ciência avança em cada uma de suas ramificações, torna-se maior a necessidade do conhecimento cada vez mais preciso destas grandezas e cada nova descoberta exige a necessidade de um novo sistema de sensoriamento. Atualmente, existem sensores para medida de várias grandezas e com a sensibilidade, repetibilidade, confiabilidade e largura de faixa, apropriados para cada necessidade. Entretanto, existem algumas aplicações em que os sensores convencionais (eletro-eletrônicos) não atendem, como por exemplo, ambientes inflamáveis, determinados exames médicos, sensoriamento multiplexação, remoto, ambientes com excessiva radiação eletromagnética, ambientes de alta tensão entre outros. Nestes casos, os sistemas sensores em fibra ótica têm se mostrado uma alternativa viável. Os sensores baseados

em FBGs são usados no monitoramento de temperatura, deformação mecânica, pressão, ultrassom, aceleração, força e campos magnéticos de alta intensidade, enquanto que os LPGs, além destas características, também são sensíveis a variações no índice de refração do meio ao qual são expostos. Os sensores baseados LPGs, em especial, têm sido bem documentados para as aplicações na detecção de bioquímica [25], monitoramento de processos industriais e monitoramento da saúde estrutural [23] devido à sua baixa reflexão [26] e elevada sensibilidade [27] e [28].

Contudo, o grande desafio no uso de LPGs como um dispositivo transdutor é o desenvolvimento de técnicas de interrogação que relacionem as alterações na banda de absorção da LPG com a grandeza mensurada.

Em 2005 Frazão *et al* [29] desenvolveram um sistema de interrogação para LPG usando um refletômetro ótico no domínio do tempo (OTDR - *Optical Time Domain Refletometer*) comercial. Com está técnica, Frazão *et al* mostraram que é possível utilizar um OTDR comercial para efetuar medidas de raios de curvaturas, fazendo-se valer de perdas causadas por retro espalhamento na LPG devido às curvaturas. Esse sistema de interrogação mostrou-se também insensível a outros parâmetros externos que alteraram o comprimento de onda de ressonância da LPG, como a temperatura. Entretanto, a potência mínima de retro espalhamento devido à perda por curvatura da LPG, precisa ser superior ao valor mínimo de operação do OTDR.

Em 2008, HONGLEI GUO *et al* desenvolveram uma técnica de interrogação de LPG, usando um AWG (*Arrayed Wavelength Guide*) termicamente ajustável [30]. Eles alcançaram uma precisão de 1 pm para um incremento de temperatura com passos de 0,27°C dentro de uma banda de 25 nm. Porém, a técnica apresenta baixa aplicabilidade devido ao alto custo, pouca robustez e a não portabilidade.

CARVALHO *et al.* desenvolveram, em 2010, uma técnica com a particularidade de associar as mudanças espectrais na banda de absorção da LPG com o parâmetro que está sendo medido, no caso, a curvatura [31]. Esta técnica consiste em duas FBGs sintonizadas na região linear da banda de absorção da LPG que se comporta como uma função de transferência.

Dentre as técnicas de interrogação de LPG já publicadas, e correlacionadas com o trabalho desta dissertação, destaca-se a técnica baseada no princípio conhecido como espectroscopia derivativa [32], em que é feita uma análise harmônica. O princípio consiste em modular o comprimento de onda de uma portadora ótica e transmiti-lo através da banda de absorção da LPG. O resultado é um sinal ótico demodulado contendo distorções harmônicas, cujas amplitudes dependem do comprimento de onda de ressonância da LPG (λ_r), que é alterado pelos parâmetros físicos citados anteriormente. Assim, ao medir a amplitude dos harmônicos, é possível obter o valor do parâmetro físico.

ALLSOP et al. [32] demostram o uso da técnica da espectroscopia derivativa, que associa a amplitude da primeira e segunda harmônicas do sinal resultante com a mudança da inclinação da banda de absorção da LPG, em razão do alargamento espectral de absorção. Contudo, no modelo matemático proposto por ALLSOP et al., não estão explicitados o comprimento de onda de ressonância nem a largura de banda da LPG, separadamente. CARNEIRO et al. [33] e XAVIER et al. [34] e [35] aperfeiçoaram a técnica e apresentaram um novo modelo matemático que considera todos os parâmetros espectrais na equação das amplitudes dos dois primeiros harmônicos. Esse modelo é mais simples, robusto, possui faixa dinâmica superior ao modelo apresentado em [32] e permite com facilidade ser implementado em circuitos embarcados. Porém, em [33] e [34, 35] foi mostrado o desenvolvimento do modelo matemático, com comprovação experimental, mas sem dar à técnica uma aplicação específica. Além disso, foi mostrado no trabalho [34, 35] que a amplitude dos harmônicos depende da potência da fonte ótica utilizada. Logo, a interrogação do sensor e a consequente obtenção do parâmetro de interesse necessitam do conhecimento prévio da potência da fonte ótica utilizada no experimento, a qual normalmente acarreta imprecisões do ponto de vista prático.

O trabalho aqui apresentado mostra a evolução da técnica publicada nos trabalhos anteriores [33, 34, 35], em que é possível realizar a interrogação do sensor baseado em LPG sem o conhecimento prévio da potência da fonte ótica. Desta forma, a técnica mostrada neste trabalho passa a ser denominada de auto-referenciada. Adicionalmente, é apresentada uma aplicação para a técnica aqui proposta, para a medida do índice de refração de uma solução.

1.3 Organização da Dissertação

O Capítulo 1 apresenta a introdução ao tema sobre redes inscritas em fibras óticas, descrevendo o histórico, características e técnicas de interrogação. Propõe um sistema de interrogação auto-referenciada para a medição do índice de refração de uma solução.

O Capítulo 2 explica o princípio de funcionamento das redes em fibras óticas, sua estrutura básica e as características de fotossensibilidade e defeitos. Modela matematicamente o índice de refração e da continuidade com a introdução ao estudo dos sensores a fibras óticas FBG e LPG através das equações de modos acoplados. Investiga as propriedades de sensibilidade à tração, calor e vibração das FBGs e a sensibilidade da LPG ao índice de refração do meio externo.

O Capítulo 3 descreve de forma analítica o modelo da técnica de interrogação proposta nessa dissertação, explora os aspectos teóricos e os componentes do circuito. Além disso, é apresentado o modelo matemático da técnica de interrogação proposta nesse trabalho. Em seguida é feita uma série de simulações com o objetivo de constatar a viabilidade da técnica.

O Capítulo 4 apresenta a análise dos resultados obtidos, assim como os processos para a sua obtenção.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões dessa dissertação e sugestões para trabalhos futuros.

Os Apêndices A, B exibem as rotinas desenvolvidas nos software Matlab e LabVIEW para simulações e para a interrogação propriamente dita.

CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTOS DAS REDES EM FIBRAS ÓTICAS

2.1. Estrutura Básica e Fabricação das Fibras Óticas.

A fibra ótica é um material dielétrico com uma seção transversal circular que faz uso do fenômeno ótico da reflexão interna total para guiar as ondas de luz. A Figura 2.1 (a) esquematiza a estrutura típica de uma fibra de índice-degrau, que consiste num núcleo com índice de refração n_1 e uma camada de revestimento (casca) com índice de refração n_2 ligeiramente inferior a n_1 . A luz que se propaga no interior do núcleo será totalmente refletida na interface entre o núcleo e a camada de revestimento, quando o ângulo de incidência for maior do que o ângulo crítico θ_c e estará bem confinado no núcleo. De acordo com a lei de Snell, o ângulo crítico é determinado pelos índices de refração do núcleo e do revestimento como visto na Figura 2.1:



Figura 2.1 – Ilustração esquemática da fibra ótica: (a) índice degrau, (b) índice gradual e (c) monomodo [36].

$$\theta = \arcsin\left(n_1/n_2\right). \tag{2.1}$$

O raio ótico com o ângulo de incidência máximo θ_1 próximo a $\pi/2$ é chamado de modo fundamental, enquanto que raios com ângulo menor θ_2 , mas ainda maior que θ_c , também podem se propagar na fibra e são chamados de modos de ordem superior, conforme ilustrado na Figura 2.1. (a) [37]. A Figura 2.1 (b) é outro tipo de fibra, chamada fibra de índice de degrau, na qual o índice de refração do núcleo decresce com a distância radial r, expressa como

$$n(r) = \begin{cases} n_{1 [1 - \Delta (r/a)^{p}]} & (for \ r \le a), \\ n_{1 [1 - \Delta]} & (for \ r > a), \end{cases}$$
(2.2)

Onde p é um número real positivo, a é o raio do núcleo e $\Delta = (n_1 - n_2)/n_1$. Na fibra de índice degrau, o raio ótico gira em direção ao eixo, onde o índice maior n_1 está localizado, e toma um trajeto ondulado. Para fibras monomodo, Figura 2.1(c), as aproximações geométricas não são válidas para explicar seu funcionamento, sendo necessário basear-se na teoria ondulatória. Desta forma uma fibra será monomodo quando se caracterizar como um guia de onda cujas dimensões e relação de índices de refração impliquem, para determinados comprimentos de onda incidente, a existência de um único modo de propagação. Uma fibra é caracterizada como monomodo quando seu número V for inferior a 2,405 (2.3) [36].

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2},$$
 (2.3)

onde, *a* é o raio do núcleo da fibra e λ é o comprimento de onda da luz transmitida. Pode-se, então, caracterizar as fibras monomodo por um comprimento de onda de corte a partir do qual a fibra passa a ter um comportamento monomodo (2.4).

$$\lambda_c = \frac{\lambda V}{2,405}.\tag{2.4}$$

2.1.1 Fabricação das Fibras Óticas

A fabricação de fibra de sílica baseia-se principalmente na tecnologia de deposição de vapor químico modificado (*modified chemical vapor deposition*, MCVD) [38, 39, 40]. No processo, a sílica (SiO₂) de pureza extremamente elevada é produzida a partir do tetracloreto de silício (SiCl₄) puro, que é o material básico da indústria microeletrônica, e sinterizado em um pré-forma de sílica fundida a uma temperatura de cerca de 1600 °C. No processamento que se segue, o pré-forma é puxado para dentro de uma fibra com diâmetro ~0,1 mm a alta temperatura. Para obter a diferença de índice entre núcleo e casca, o índice é ajustado dopando algumas impurezas especiais na sílica pura, como o dióxido de germânio (GeO₂) e pentóxido de fósforo (P₂O₅). A Figura 2.2 mostra um diagrama esquemático do

processamento MCVD para a fibra de sílica dopada com Ge. O nível de dopagem é projetado, "a grosso modo", por uma interpolação linear dos índices dos componentes, como $n_{Si/Ge} = (1 - f) n_{SiO_2} + f n_{GeO_2}$ para a sílica dopada com Ge. A fração atômica f do germânio deve ser controlada, geralmente em torno de 3% para obter $\Delta n = n_1 - n_2$ em uma quantidade de ~ 0,003 para fibras monomodo convencionais (*single-mode fibers*, SMF). Outro método útil de fabricação de fibra ótica é chamado de deposição axial em fase de vapor (*vapor-phase axial-deposition*, VAD), método [41] que tem as vantagens de menor custo e maior produtividade. A fibra ótica pode também ser composta por um núcleo de sílica pura e uma casca de sílica dopada com alguns elementos de índice de refração inferior, como trióxido de boro (B₂O₃).



Figura 2.2 - Diagrama esquemático do processo de fabricação MCVD de uma fibra ótica [37].

2.2 Origem do Índice de Refração.

O índice de refração é a relação entre a velocidade da luz no vácuo e sua velocidade no meio, ou seja

$$n = \frac{c}{v'},\tag{2.5}$$

onde, n é o índice de fração do meio, c é a velocidade da luz no vácuo e v é velocidade da luz no meio. É possível constar esse fato através das equações de Maxwell. Na ausência de cargas e correntes, as equações de Maxwell no vácuo são

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0,$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

(2.6)

onde ε_0 e μ_0 são, respectivamente, a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética do vácuo. Como

$$\nabla \times \left(\nabla \times \vec{E}\right) = \nabla \left(\nabla \cdot \vec{E}\right) - \nabla^2 \vec{E}$$
(2.7)

 $e \nabla \cdot \vec{E} = 0$, tem-se

$$\nabla \times \left(\nabla \times \vec{E}\right) = -\nabla^2 \vec{E}$$
(2.8)

mas como, $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, pode-se escrever

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial (\nabla \times \vec{B})}{\partial t}$$
 (2.9)

e como $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, otêm-se

$$\nabla \times \left(\nabla \times \vec{E}\right) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$
 (2.10)

Comparando as equações (2.9) e (2.10) encontra-se

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{2.11}$$

E de maneira análoga pode-se demonstrar que

$$\nabla^2 \vec{B} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \tag{2.12}$$

As equações (2.11) e (2.12) são equações de onda cuja forma geral é

$$\nabla^2 \Psi - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 \overline{\Psi}}{\partial t^2} = 0, \qquad (2.13)$$

onde v é a velocidade de propagação dessa onda. Portanto, as equações (2.11) e (2.12) mostram que campos eletromagnéticos podem propagar-se pelo vácuo na forma de ondas, e que a velocidade dessa propagação é

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}.$$
 (2.14)

Em meios homogêneos e isotrópicos podem-se usar as equações de Maxwell, desde que se utilize a permissividade elétrica ε e permeabilidade magnética μ do meio. A velocidade da luz em um material no meio é, então,

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}.$$
(2.15)

Usando as equações (2.1), (2.14) e (2.15), obtém-se o índice de refração do meio

$$n = \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{\mu_0\varepsilon_0}}.$$
 (2.16)

A permissividade elétrica e a permeabilidade magnética podem ser escritas como

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi_e), \ \mu = \mu_0 (1 + \chi_m),$$
 (2.17)

onde χ_e e χ_m são as susceptibilidades elétrica e magnética, respectivamente. As susceptibilidades descrevem a polarização elétrica e magnética que campos eletromagnéticos (não muito fortes) produzem no meio. A polarização \vec{P} , o momento de dipolo elétrico por unidade de volume do meio, é dada por

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}. \tag{2.18}$$

Em meios dielétricos $\mu \approx \mu_0$, então

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}.$$
 (2.19)

Tanto a permissividade elétrica quanto a permeabilidade magnética dependem da frequência da radiação eletromagnética. Isso significa que o índice de refração também

depende da frequência. Um modelo muito simples, mas que descreve bem a variação do índice de refração com a frequência, foi proposto por Lorentz [7].

Considerando um único átomo ou molécula sujeito à influência da onda eletromagnética, nota-se que a força elétrica sobre as cargas internas do átomo é bem maior que a magnética. Numa onda eletromagnética, a razão entre os módulos dos campos elétrico e magnético é E/B = c. A razão entre as forças magnética e elétrica sobre uma carga q no interior do átomo (um elétron, por exemplo) é, portanto,

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{qvB}{qE} = \frac{v}{c}$$
(2.20)

onde v é a velocidade da carga no plano perpendicular ao campo magnético. Como a velocidade das cargas elétricas no interior do átomo é muito menor que a velocidade da luz, a força magnética é desprezível frente à força elétrica ($F_m \ll F_e$) e pode ser ignorada.

Os elétrons que constituem a nuvem eletrônica de um átomo estão ligados ao núcleo por forças elétricas que mantêm o sistema em uma configuração de equilíbrio. Pode-se considerar que cada elétron está ligado ao átomo por uma força elástica do tipo

$$F = -Kx. (2.21)$$

Em que, K é a 'constante elástica' e x é o deslocamento do elétron em relação à sua 'posição de equilíbrio' no átomo. Cada elétron do átomo comporta-se como um oscilador harmônico cuja frequência natural, ou frequência de ressonância, é dada por

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{m_e}},\tag{2.22}$$

onde m_e é a massa do elétron.

Quando uma onda eletromagnética de frequência ω incide sobre o átomo, a força produzida pelo campo elétrico sobre um elétron é

$$F_e = q_e E(t) = q_e E_0 \cos(\omega t), \qquad (2.23)$$

onde q_e é a carga do elétron. Como dito anteriormente, a força magnética pode ser desprezada, de modo que a equação de movimento do elétron é

$$m_e \frac{d^2 x}{dt^2} = -m_e \omega_0^2 x + q_e E_0 \cos(\omega t)$$
(2.24)

Uma solução dessa equação tem a forma

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t). \tag{2.25}$$

Substituindo essa solução na equação de movimento encontramos

$$-m_e x_0 \omega^2 \cos(\omega t) = q_e E_0 \cos(\omega t) - m_e \omega_0^2 x_0 \cos(\omega t), \qquad (2.26)$$

ou seja,

$$x_0 = \frac{q_e E_0}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$
 (2.27)

Portanto, o movimento do elétron é dado por

$$x(t) = \frac{q_e E_0}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos(\omega t) = \frac{q_e E_0}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)} E(t)$$
(2.28)

A contribuição de um elétron para o momento de dipolo do átomo será $q_e x$. O momento de dipolo p do átomo será a soma das contribuições de seus Z elétrons, dada por

$$p = Zq_e x = \frac{Zq_e^2}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)} E.$$
 (2.29)

Em um meio com N átomos por unidade de volume, a polarização produzida pela onda eletromagnética será

$$P = Np = \frac{NZq_{e}^{2}}{m_{e}(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})}E$$
(2.30)

Com isso pode-se calcular a susceptibilidade elétrica,

$$\chi_e = \frac{P}{\varepsilon_0 E} = \frac{NZq_e^2}{m_e \varepsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)}.$$
(2.31)

e a permissividade,

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) = \varepsilon_0 + \frac{NZq_e^2}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$
(2.32)

Utilizando a relação de Maxwell, eq. (2.19), conclui-se que o índice de refração é dado por

$$n^{2}(\omega) = 1 + \frac{NZq_{e}^{2}}{m_{e}\varepsilon_{0}(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})}.$$
(2.33)

Essa equação pode ser escrita na forma

$$n^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{2.34}$$

onde a frequência de plasma ω_p é definida por

$$\omega_p^2 = \frac{NZq_e^2}{m_e\varepsilon_0} \tag{2.35}$$

O índice de refração descrito pela equação (2.34) tem uma peculiaridade: quando a radiação incidente possui frequência próxima da frequência de ressonância, a diferença $\omega_0^2 - \omega^2$ tende a zero e $n(\omega)$ tende para infinito. Percebe-se que esta singularidade não existe quando se leva em consideração o fato de que o átomo perde parte da energia que absorve da onda. Considerando estas perdas como $\gamma = b/m_e$, sendo b uma constante, tem-se a permissividade elétrica e o índice de refração do meio,

$$\frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0} = n^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}$$
(2.36)

A susceptibilidade elétrica é

$$\chi_e = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \tag{2.37}$$

Como n(ω) = $\sqrt{1 + \chi_e}$, se $|\chi| \ll 1$ podemos usar a série de Taylor e escrever

$$n(\omega) \approx 1 + \frac{\chi_e}{2}, \qquad (2.38)$$

ou seja,

$$n(\omega) \approx 1 + \frac{\omega_p^2}{2} \frac{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} .$$
(2.39)

A qual possui uma parte real e uma imaginária.

$$\operatorname{Re}(n) = 1 + \frac{\omega_p^2}{2} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$
(2.40)

e

$$Im(n) = \frac{\omega_p^2}{2} \frac{\gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$
(2.41)

No modelo que descrevemos acima, todos os elétrons do átomo têm a mesma frequência de vibração ω_0 e constante de amortecimento γ . Essa restrição pode ser facilmente removida, supondo-se que os Z elétrons comportam-se como osciladores harmônicos independentes, cada qual com sua própria frequência de vibração e fator de amortecimento.

Se f_i elétrons têm frequência de ressonância ω_i e amortecimento γ_i , a permissividade elétrica e o índice de refração serão dados por

$$\frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0} = n^2(\omega) = 1 + \omega_p^2 \sum_i \frac{f_i/Z}{\omega_i^2 - \omega^2 + i\gamma_i \omega},$$
(2.42)

Ou como D.Y. SMITH define para o caso específico das fibras óticas [8]

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} = \frac{4\pi}{3} \frac{q_e^2}{m_e \varepsilon_0} \sum_i \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2 + i\gamma_i \omega},\tag{2.43}$$

Onde $q_e e m_e$ são a carga e a massa do elétron respectivamente. Portanto, o índice de refração é uma quantidade complexa, na qual a parte real contribui para a velocidade de fase da luz (a constante de propagação), enquanto o sinal da parte imaginária dá origem à perda ou ganho. Em fibras óticas de sílica, longe das ressonâncias da região de comprimento de onda UV profunda que contribuem para o índice de refração de fundo, a perda é desprezível em comprimentos de onda de telecomunicações. No entanto, a presença de defeitos ou íons de terras raras podem aumentar a absorção, mesmo dentro das janelas de transmissão de 1,3 a 1,6µm em fibra ótica de sílica.

Pode-se desprezar γ_i em fibras óticas na banda de transmissão de telecomunicações, uma vez que a perda é pequena, de modo que a parte real do índice de refração em função do comprimento de onda, é

$$n^{2} = 1 + \sum_{i} \frac{A_{i}\lambda^{2}}{\lambda^{2} - \lambda_{i}^{2}}.$$
 (2.44)

Com i = 3, chega-se à conhecida expressão de Sellmeier para o índice de refração, para a sílica (e para o germânio puro), com λ_i ($i \rightarrow 3$) com as ressonâncias eletrônicas em 0,0684043 (0,0690) e 0,162414 (0,1540) µm e ressonância de rede em 9.896161 (11.8419) µm. As forças, A_i , foram experimentalmente encontradas como sendo 0,6961663 (0,8069), 0,4079426 (0,7182) e 0,8974794 (0,8542) [9,10], onde os dados entre parênteses referem-se a GeO₂. O índice de refração de grupo, N, é definido como

$$N = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda},\tag{2.45}$$

que determina a velocidade em que um pulso se propaga em uma fibra, que é a velocidade de grupo definida como $V_g = c_0/N$. O gráfico da Figura 2.2 foi calculado utilizando as equações (2.44) e (2.45) e os dados fornecidos [11].



Figura 2.3 – Índice de refração n, e índice de grupo N, para sílica pura à 20°C [42].
2.3 Fotossensibilidade em Fibras Óticas

A fotossensibilidade refere-se a uma alteração permanente no índice de refração ou na opacidade induzida pela exposição do vidro à radiação luminosa ultravioleta.

Muitos trabalhos são dedicados a investigar a fotossensibilidade e seus mecanismos [43, 44, 42]. Pode-se encontrar na literatura estudos sobre a fotossensibilidade em quase todos os tipos de fibras óticas, especialmente fibras com diferentes dopantes, como alumínio, boro, estanho, terras raras, etc., e também em fibras com diferentes estruturas, como fibra multimodo, fibra de manutenção de polarização (Polarization Maintaining Fiber, PMF), fibra de cristal fotônico (Photonic Crystal Fiber, PCF), e assim por diante [37]. Vários modelos foram propostos para explicar os fenômenos que acontecem nos materiais sujeitos à irradiação UV. Porém, os resultados experimentais são muito complexos e não é possível explicar todos os fenômenos observados em condições experimentais diversas, e em fibras com composição diferente, e mesmo com processos de fabricação diferentes em um único modelo. Os mecanismos básicos são determinados pelas estruturas moleculares dos materiais [45]. A maioria das redes FBGs e LPGs são feitas em fibras de sílica dopadas com Ge, uma vez que esta é a fibra mais comumente usada em comunicações e sensores à fibra ótica, possui custo reduzido e desempenho otimizado. Para a sílica fundida dopada com Ge, as moléculas de SiO₂ ligam-se entre si para formar uma rede tetraédrica, onde as moléculas de GeO₂ dopantes estão incluídas, como mostrado na Figura 2.4 (a).



Figura 2.4 – Estrutura molecular normal de uma fibra ótica dopada com Ge (a) e alguns tipos de defeitos (b), (c), (d), e (e) [42].

Frequentemente ocorre falta de moléculas de oxigênio nas fibras e nas pré-formas quando são processadas em temperaturas muito altas, em que o GeO é mais estável do que GeO₂, e o oxigênio se desprende formando Ge com centros deficiente em oxigênio (GODC). A Figura 2.4 (b) mostra uma possível ligação errada, em que o átomo de silício se conecta a dois átomos de Ge, causando um defeito na rede tetraédrica, enquanto o átomo de germânio tem um elétron extra como uma ligação pendente. O elétron extra distorce a molécula de germânio. Estes defeitos são denominados centros de cor [46]. Vários defeitos relacionados são então gerados, incluindo GeE', comum em germânio com deficiência de oxigênio, [47] que demostra ser independente do número de vizinhos locais [48]. Encontram-se também, os defeitos paramagnéticos de Ge(n), onde n refere-se ao número de átomos vizinhos próximos Ge/Si que circundam um íon de germânio com um único elétron associado [49]. Os Ge (1) e Ge (2) foram identificados como centros de elétrons aprisionados [50]. Figuras 2.4 (c), (d) e (e).

Na Figura 2.4, o defeito mostrado, tem um átomo de germânio coordenado com outro átomo Si ou Ge. Esta ligação tem o pico de absorção característico de 240 nm que é observado em muitas fibras óticas fotossensíveis dopadas com germânio [48]. A iluminação com UV quebra a ligação, criando o centro GeE'. Acredita-se que o elétron do centro GeE' é liberado e fica livre para se mover dentro da matriz de vidro por salto ou tunelamento, ou por excitação de dois fótons na banda de condução [48, 51, 52] Como na Equação (2.46) [53].



Figura 2.5 - Os estados eletrônicos dos centros de cores serão alterados sob a exposição UV, como a transição de um estado de ligação errada para um GeE' [25].

$$Ge - Si \xrightarrow{hv} GeE' + SiO_3^+ + e^-.$$
 (2.46)

Este elétron pode ser reabsorvido no local original ou em algum outro local de defeito. Acredita-se que a remoção deste elétron, causa uma reconfiguração da forma molecular, possivelmente alterando também a densidade do material, bem como a absorção. Parece que o centro Ge (I) é o equivalente dos defeitos de germânio observados no quartzo, conhecido como Ge (I) e Ge (II), mas bem menos definido [52]. As diferenças entre as absorções dos defeitos Ge (1) e Ge (2) foram discutidas por Poumellec e Niay [54].

Existem também outros mecanismos desempenhando papéis sob diferentes condições de fabricação de redes de fibra. Observou-se que a densificação do material ocorre após maiores doses de exposição aos raios UV, o que é proposto como principal mecanismo de fotossensibilidade do tipo IIA [43]. Outro mecanismo possível é a mudança fotoinduzida no volume de vidro. A alteração no índice de refração da fibra em um comprimento de onda λ pode ser calculada a partir das alterações observadas no espectro de absorção no ultravioleta utilizando as relações de Kramers-Kronig [55, 56],

$$\Delta n(\lambda) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{i} \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} \frac{(\Delta \alpha_i(\lambda') \cdot \lambda^2)}{(\lambda^2 - \lambda'^2)} d\lambda', \qquad (2.47)$$

onde o somatório é sobre intervalos de comprimentos de onda discretos em torno de cada uma das *i* mudanças na absorção α_i . Portanto, uma fonte ótica induz uma alteração na absorção em $\lambda_1 \leq \lambda' \leq \lambda_2$ que irá alterar o índice de refração no comprimento de onda λ . O índice de refração do vidro depende da densidade do material, de modo que uma alteração no volume através do relaxamento térmico conduzirá a uma alteração, Δn , no índice de refração, *n*, como em (2.48)

$$\frac{\Delta n}{n} \approx \frac{\Delta V}{V} \approx \frac{3n}{2}\varepsilon,$$
 (2.48)

onde a variação volumétrica, ΔV , é uma fração do volume original, V, é proporcional à mudança fracionária, e, na dimensão linear do vidro.

2.3 Técnicas de Fotossensibilização.

É de interesse tecnológico aumentar a fotossensibilidade das fibras óticas para gravação das redes de Bragg de forma mais eficiente, uma vez que a alteração do índice de refração nas fibras óticas de germano-silicato é muito baixa. Desta forma, foram desenvolvidas técnicas com o objetivo de tornar o núcleo das fibras óticas mais sensíveis à radiação ultravioleta, como a codopagem e a hidrogenação.

2.3.1. Codopagem

A fotossensibilidade das fibras óticas tem sido correlacionada com a concentração de defeitos de GeO no núcleo [57]. A presença do defeito é indicada pela absorção a 240 nm, observada pela primeira vez por Cohen e Smith [58] e atribuída ao estado de germânio reduzida, Ge (2). O número destes defeitos geralmente aumenta em função da concentração de Ge. O aumento da concentração de defeitos aumenta a fotossensibilidade da fibra.

O pico de absorção de 240 nm é devido à deficiência em oxigênio, (Ge-ODC) [59] e indica a fotossensibilidade intrínseca. Pode ser quantificado como [60] (2.49).

$$k = \frac{\alpha_{242nm}}{c},\tag{2.49}$$

onde α_{242nm} é a absorção a 242 nm e C é a concentração molar de GeO₂. Normalmente C está entre 10 e 40 dB/(mm-mol% GeO2). A absorção a 240 nm segue de perto o perfil da concentração de Ge na fibra [61], e *k* foi estimado ser da ordem de, ~120 dB /(mm-mol% GeO2).

A variação do índice de refração induzido por UV aumenta linearmente com a concentração de Ge após exposição à radiação UV. Com uso de fontes de laser pulsadas, a fibra com alta adição de germânio (8%) mostra uma taxa de crescimento inicial da variação do índice de refração induzida por UV, proporcional à densidade de energia do pulso. Para baixo teor de germânio, como na fibra de telecomunicações padrão, a variação é proporcional ao quadrado da densidade de energia. Outro fenômeno mais complexo ocorre em fibras de germânio não tratadas com tempo de exposição prolongado, em conjunto com radiação CW e pulsada, facilmente observável em fibras com alto teor de germânio [62]. Na fibra com alto teor de germânio, a longa exposição apaga a rede de primeira ordem completamente, enquanto uma rede de segunda ordem se forma.

2.3.2 Hidrogenação

Uma técnica relativamente simples para se aumentar a fotossensibilidade das fibras óticas é a hidrogenação. Nessa técnica a fibra é mantida sob uma temperatura determinada (20

°C ~ 70 °C) e a uma alta pressão de hidrogênio (20 atm ~ 750 atm) durante alguns dias (LEMAIRE et al., 1993) [18]. Desta forma, as moléculas de hidrogênio difundem para o núcleo da fibra, permitindo a escrita de redes de Bragg com grande profundidade de modulação ($\Delta n \approx 10^{-3}$ a 10^{-2}) em fibras óticas, com menores potências óticas de escrita e menor tempo de exposição luminosa. A difusão a alta pressão e a temperatura ambiente, em fibras óticas, tem como resultado mudanças de índice maiores que 0.01 [63]. As fibras sensibilizadas através desta técnica permanecem fotossensíveis somente enquanto o hidrogênio está presente, devendo ser guardadas a baixas temperaturas e altas pressões em uma atmosfera hidrogenada, com o objetivo de impedir a difusão do hidrogênio para fora da fibra.

O fato do sistema para hidrogenação das fibras por alta pressão demorar alguns dias para alcançar a saturação torna necessário um sistema capaz de hidrogenar várias fibras simultaneamente. Medidas da resposta espectral no infravermelho das amostras hidrogenadas e irradiadas por luz UV indicam a formação de espécies OH. Entretanto amostras não hidrogenadas e irradiadas por luz UV não apresentam a formação de OH [18], indicando que as moléculas de hidrogênio reagem no vidro nos sítios de Si-O-Ge, formando espécies de OH e dando origem ao efeito de branqueamento com luz UV de centros deficientes de germânio-oxigênio, os quais são responsáveis pelo aumento da fotossensibilidade. Na Figura 2.6 é mostrado o espectro de absorção ótica da pré-forma de Ge-Si aquecida em atmosfera de hidrogênio a 500 °C durante diferentes intervalos de tempo [63].



Figura 2.6 - Absorção ótica da pré-forma de Ge-Si aquecida em atmosfera de hidrogênio a 500 °C durante diferentes intervalos de tempo [62]

Na Figura 2.6 são mostradas as perdas óticas no infravermelho para fibras de Ge-Si, hidrogenadas a pressão de 1 atm e temperatura de 100 °C [33].



Figura 2.7 - Fibras de Ge-Si, hidrogenadas a pressão de 1 atm e temperatura de 100 °C [63].

Observando-se a Figura 2.6 - e a Figura 2.7, verifica-se que os centros de deficiência Ge-O e as espécies de OH são formados pelas reações térmicas, durante a irradiação, que ocorrem entre o hidrogênio e o vidro de Ge-Si. A inscrição das redes de Bragg em fibras hidrogenadas envolve mecanismos térmicos e fotolíticos.

Na Figura 2.8 é mostrado o espectro de absorção de UV, no qual aparece o crescimento da banda dos centros de deficiência Ge-O perto de 240 nm.



Figura 2.8 - Espectro de absorção de UV [9].

Analisando-se a Figura 2.8 observa-se que há uma banda de centros absorvedores ligados ao carregamento de hidrogênio, devido à presença da banda em 240 nm. O aquecimento com o laser de CO2 (cujo comprimento de onda é no infravermelho e não na região de absorção da banda de 240 nm) provocou a redução desta banda, ou seja, o branqueamento.

2.4 Redes de Bragg e Redes de Período Longo.

Uma rede fotoinduzida é uma secção de fibra com o seu índice de núcleo modulado periodicamente na direção axial, como mostrado na Figura 2.9. É uma rede unidimensional com dois parâmetros principais: incremento de índice Δn e período de passo Λ . Quando o período é igual a metade do comprimento de onda da luz, a rede acoplará o modo fundamental propagante ao modo fundamental contra-propagante, mostrando uma função de reflexão seletiva de comprimento de onda. Tal rede é chamada *Fiber Bragg Grating* (FBG) porque o mecanismo é apenas a difração de Bragg em cristal. Aplicando a equação de Bragg para a difração de raios X à rede de fibra, a equação básica para a FBG é

$$\lambda = 2n_{co}\Lambda,\tag{2.50}$$

onde λ é o comprimento de onda, e n_{co} é o índice de refração efetivo núcleo. Na banda de 1550 nm, o período Λ está em torno de 500 nm.



Figura 2.9 - Representação de uma fibra FBG [37].

Quando o período de rede é grande na faixa de centenas de micrometros, a rede acopla o modo de núcleo fundamental com os modos de casca, sendo classificada como fibra período longo, *Long-period Fiber Grating* (LPFG) [19, 26]. O comprimento de onda ressonante é

$$\beta_{co} - \beta_{cl} = 2\pi (n_{co} - n_{cl})/\lambda = 2\pi/\Lambda,$$

$$\lambda = (n_{co} - n_{cl})\Lambda,$$
 (2.51)

onde, n_{cl} é o índice de refração efetivo do modo de casca correspondente.

O funcionamento e as características teóricas das redes FBGs e LPGs com período uniforme, serão analisados com base na teoria de modos acoplados (CMT).

2.4.1 Equações de Modos Acoplados para FBGs

Uma vez que a teoria das FBGs baseia-se na teoria de modos acoplados [64], pode-se ter como partida as equação de Helmholtz:

$$\nabla^2 E + n^2(z)k_0^2 E = 0. (2.52)$$

O índice de refracção n, é considerado uma função periódica no eixo z descrita como

$$n(z) = n_0 + \delta n(z) = n_0 + \sum_{m=0}^{\infty} \tilde{n}_m \cos[2\pi m z/\Lambda + \theta_m(z)]$$

$$\approx n_0 + \tilde{n}_0(z) + \tilde{n}_1 \cos(k_B z + \theta) \to \tilde{n}_1 \cos(k_B z).$$
(2.53)

Na expansão, os termos de ordem superior maiores que m > 1 são omitidos porque os componentes de ordem superior são pequenos e seus efeitos normalmente não estão na faixa de comprimento de onda em questão. \tilde{n}_0 é o índice de refração alterado devido a radiação UV, que é uma função que varia lentamente no eixo z. O vector de onda de Bragg é definido como $K_B = 2\pi/\Lambda$. O fator de fase θ , está relacionado com o ajuste das coordenadas do ponto de partida, que é um parâmetro a ser considerado nas redes de superestrutura. Como estrutura básica, é considerada aqui uma rede que tenha um período de modulação Λ e amplitude de modulação \tilde{n}_1 uniformes.

A profundidade do índice de modulação é muito menor do que o índice médio, $\tilde{n}_1 \ll \tilde{n}$, de modo que seu efeito pode ser considerado como uma perturbação, enquanto o modo fundamental de uma fibra monomodo é tido como solução de ordem zero. A teoria de modos acoplados é utilizada para analisar as características de transmissão da FBG. É necessário envolver tanto as ondas propagantes quanto as contra-propagantes, a solução experimental da Equação (2.51) é expressa como

$$E(r) = F(r, \varphi) \Big[A(z) e^{(j\beta z)} + B(z) e^{(-j\beta z)} \Big],$$
(2.54)

onde $F(r, \varphi)$ é a distribuição transversal de campo que satisfaz a equação

$$\nabla_{xy}^2 F + (n_0^2 k_0^2 - \beta^2) F = 0.$$
(2.55)

Substituindo-a em (2.52) e normalizando a equação, isto é, integrando a equação, multiplicada por $F(r, \phi)$, sobre a seção transversal, obtemos

$$\begin{bmatrix} A'' + j2\beta A' + \tilde{n}\tilde{n}_1 (e^{(jk_B z)} + e^{(-jk_B z)})k_0^2 A \end{bmatrix} e^{(j\beta z)} + \begin{bmatrix} B'' - j2\beta B' + \tilde{n}\tilde{n}_1 (e^{(jk_B z)} + e^{(-jk_B z)})k_0^2 B \end{bmatrix} e^{(-j\beta z)} = 0$$
(2.56)

onde $n_0^2 - n_1^2$ é aproximado a

$$2\tilde{n}\tilde{n}_{1}\cos(k_{B}z) = \tilde{n}\tilde{n}_{1}\left(e^{(jk_{B}z)} + e^{(-jk_{B}z)}\right).$$
(2.57)

Os termos com $e^{j(k_B+\beta)z}$ e $e^{-j(k_B+\beta)z}$ são omitidos porque estão muito além da banda de ondas em questão. Fazendo

$$\delta = \beta - \frac{k_B}{2} = \beta - \beta_B, \qquad (2.58)$$

a equação é simplificada para

$$(A'' + j2\beta A' + \tilde{n}\tilde{n}_1 k_0^2 B e^{(-j2\delta z)}) e^{(j\beta z)} + (B'' - j2\beta B' + \tilde{n}\tilde{n}_1 k_0^2 A e^{(j2\delta z)}) e^{(-j\beta z)} = 0.$$
 (2.59)

Os dois diferenciais de segunda ordem são considerados muito menores do que outros termos; Assim, um grupo de equações de modos acoplados (CME) é deduzido como

$$A' = jkBe^{-j2\delta z},$$

$$B' = -jkAe^{j2\delta z},$$
(2.60)

onde o coeficiente de acoplamento é

$$k = \tilde{n}\tilde{n}_1 \frac{k_0^2}{2\beta} = \pi \frac{\tilde{n}\tilde{n}_1}{n_{eff\lambda}} \approx n_1 \frac{k_0}{2}$$
(2.61)

Combinando as duas equações, as equações são transformadas em

$$A'' + j2\delta A' - k^2 A = 0, B'' - j2\delta B' - k^2 A = 0.$$
(2.62)

As soluções gerais são

$$A = [A_1 e^{(jsz)} + A_2 e^{(-jsz)}] e^{(-j\delta z)},$$

$$B = [B_1 e^{(jsz)} + B_2 e^{(-jsz)}] e^{(j\delta z)},$$
(2.63)

 $\operatorname{com} s = \sqrt{\delta^2 - k^2}$. E usando as relações de

$$B_1 = A_1 \frac{(s-\delta)}{k},$$

$$B_2 = -A_2 \frac{(s-\delta)}{k},$$
(2.64)

derivadas de (2.60), os modos propagantes e contra-propagantes são expressos como

$$E_{+} = [A_{1}e^{(jsz)} + A_{2}e^{(-jsz)}]e^{(j\beta_{B}z)},$$

$$E_{-} = [B_{1}e^{(jsz)} + B_{2}e^{(-jsz)}]e^{(-j\beta_{B}z)}.$$
(2.65)

Considerando que uma onda se propaga na direção +z e as entradas na rede com comprimento de L, as constantes devem satisfazer as condições de contorno em z = 0 e z =L:

$$A_{1}+A_{2}=1, B_{1}+B_{2}=r,$$

$$(A_{1}e^{jSL}+A_{2}e^{-jSL})e^{j\beta}B^{L}=t,$$

$$(B_{1}e^{jSL}+B_{2}e^{-jSL})=0.$$
(2.66)

onde, r é a refletância e t é a transmitância da amplitude de campo. As variações axiais do campo são então deduzidas para serem

$$A = A(0) \frac{s \cos s (L-z) - j\delta \operatorname{sen} s (L-z)}{s \cos s L - j\delta \operatorname{sen} s L} e^{-j\delta z},$$

$$B = A(0) \frac{-jk \operatorname{sen} s (L-z)}{s \cos s L - j\delta \operatorname{sen} s L} e^{j\delta z},$$
(2.67)

para $\delta^2 \ge k^2$, e

$$A = A(0) \frac{\sigma \cos \sigma (L-z) - j\delta \operatorname{sen} \sigma (L-z)}{\sigma \cos \sigma L - j\delta \operatorname{sen} \sigma L} e^{-j\delta z},$$

$$B = A(0) \frac{-jk \operatorname{sen} \sigma (L-z)}{\sigma \cos \sigma L - j\delta \operatorname{sen} \sigma L} e^{j\delta z},$$
(2.68)

Para $\delta^2 \le k^2 \mod \sigma = \sqrt{k^2 - \delta^2}$. A refletância *r* e a transmitância *t* da amplitude de campo são obtidas:

$$r = \frac{E_{-}(0)}{E_{+}(0)} = \frac{-jk \operatorname{sen} sL}{s \cos sL - j\delta \operatorname{sen} sL} \left(\delta^{2} \ge k^{2}, \quad s = \sqrt{\delta^{2} - k^{2}}\right),$$

$$= \frac{-jk \operatorname{sen} \sigma L}{\sigma \cosh \sigma L - j\delta \operatorname{senh} \sigma L} \left(\delta^{2} \le k^{2}, \quad \sigma = \sqrt{k^{2} - \delta^{2}}\right),$$

$$t = \frac{E_{+}(L)}{E_{+}(0)} = \frac{se^{j\beta_{B}L}}{s \cos sL - j\delta \operatorname{sen} sL} \left(\delta^{2} \ge k^{2}, \quad s = \sqrt{\delta^{2} - k^{2}}\right),$$

$$= \frac{\sigma e^{j\beta_{B}L}}{\sigma \cosh \sigma L - j\delta \operatorname{senh} \sigma L} \left(\delta^{2} \le k^{2}, \quad \sigma = \sqrt{k^{2} - \delta^{2}}\right). \quad (2.69)$$

Para a intensidade de refletância e transmissão, temos

$$R = |r|^{2} = \frac{k^{2} \operatorname{sen}^{2} \operatorname{sL}}{\delta^{2} - k^{2} \cos^{2} \operatorname{sL}} \left(\delta^{2} \ge k^{2}, s = \sqrt{\delta^{2} - k^{2}}\right),$$

$$= \frac{k^{2} \operatorname{senh}^{2} \sigma L}{k^{2} \cosh^{2} \sigma L - \delta^{2}} \left(\delta^{2} \le k^{2}, \sigma = \sqrt{k^{2} - \delta^{2}}\right),$$

$$T = |t|^{2} = \frac{s^{2}}{\delta^{2} - k^{2} \cos^{2} \operatorname{sL}} \left(\delta^{2} \ge k^{2}, s = \sqrt{\delta^{2} - k^{2}}\right),$$

$$= \frac{\sigma^{2}}{k^{2} \cosh^{2} \sigma L - \delta^{2}} \left(\delta^{2} \le k^{2}, \sigma = \sqrt{k^{2} - \delta^{2}}\right).$$
(2.70a)
$$(2.70a)$$

$$(2.70b)$$

Vê-se de (2.70a) e (2.70b) que R + T = 1, satisfazendo a exigência de conservação de energia. A reflexão máxima no espectro aparece em $\delta = 0$, isto é, $\beta = \beta_B = k_B / 2$, o que satisfaz a condição de Bragg:

$$R_p = tanh^2(kL), \tag{2.71}$$

e uma série de lóbulos laterais existe em:

$$\tan(sL) = sL,\tag{2.72}$$

Com amplitudes de $R_m = k^2 L^2 / [1 + (\beta_m \beta_B)^2 L^2]$, mostrando um envelope tipo Lorentziano. Também é deduzido que uma série de zeros ocorre em $sL = m\pi$, onde $m = \pm 1, \pm 2...$ Os dois primeiros zeros em $\delta_{\pm 1} \sqrt{k^2 + \pi^2/L^2}$ dá a largura total da gaussiana, que diminui com um aumento do comprimento L da rede, mas aumenta com o coeficiente de acoplamento κ .

A largura de banda do pico de reflexão é um parâmetro importante. Dado que a refletividade no ponto de junção de $s = \sigma = 0$, $R_j = k^2 L^2 / (1 + k^2 L^2)$ é sempre maior do

que a largura de banda à meia altura 0.5 $tanh^2$ (κL), indicada por δ_h , é determinada pela equação

$$\frac{k^2 sen^2(s_{hL})}{[\delta_h^2 - k^2 cos^2 s_h L]} = \frac{tanh^2(kL)}{2},$$
(2.73)

 $\operatorname{com} sh = \sqrt{\delta_h^2 - \kappa^2}$, que pode ser reduzido a

$$\frac{sen(s_{hL})}{(s_{hL})} = \frac{\tanh(kL)}{[L\sqrt{2-\tanh^2(kL)}]}.$$
(2.74)

Para um FBG com uma maior refletividade de $Rp \cong 1$, a equação é expressa aproximadamente como

$$senc(s_h L) = \frac{1}{kL}.$$
 (2.75)

Para um FBG muito fraca com $\kappa L \ll 1$, é

$$sinc(s_h L) = \sqrt{2/2}.$$
 (2.76)

Conclui-se que uma rede com acoplamento fraco e comprimento grande é melhor para reflexão de pico alta e largura de banda mais estreita.

A nitidez de pico é um parâmetro relacionado. Uma aproximação parabólica no pico do espectro de reflexão é expressa para descrever a nitidez do pico:

$$R = R_p - C^2 L^2 \delta^2, (2.77)$$

onde a curvatura superior é deduzida para ser

$$C = \sqrt{\frac{[kL-tanh (kL)] tanh (kL)}{[(kL) cosh (kL)]}}.$$
(2.78)

A refletância da amplitude do campo pode ser escrita como $r = |r| exp(i\varphi_r)$ com o fator de fase de

$$= \arctan\left[\frac{-\sigma}{\delta \tanh(\sigma L)}\right] \qquad \left(s = \sqrt{k^2 - \delta^2}\right). \tag{2.79}$$

Mostra-se que a refletância do campo no pico é um imaginário puro; Isto é, com atraso de fase de $\pi/2$. O atraso de grupo (GD) $\partial \varphi_r / \partial \omega$ pode ser deduzido de (2.79)

$$\tau_g = \frac{L}{v_g} \frac{\delta^2 - k^2 \operatorname{sen} 2sL/(2sL)}{\delta^2 - k^2 \cosh^2 sL} \ (|\delta| \ge k).$$
$$\frac{L}{v_g} \frac{\delta^2 - k^2 \operatorname{sen} 2\sigma L/(2\sigma L)}{\delta^2 - k^2 \cosh^2 \sigma L} \ (|\delta| \le k).$$
(2.80)

No pico, $\tau_g = tanh(\kappa L)/(\kappa v_g)$ corresponde a um retardo de tempo em um caminho com comprimento $tanh(\kappa L)/\kappa$, é uma parte curta de todo o comprimento da rede para grande κL e alta refletância.

2.4.2 Acoplamento entre os Modos do Núcleo e da Casca.

As fórmulas deduzidas explicam muito bem as características da FBG perto do seu pico principal, mas uma série de picos menores no lado mais curto do comprimento do lobo principal é observada em experimentos [35], como mostra a Figura 2.10. Estes picos desaparecem e transformam-se numa banda de perda mais larga quando a rede é embebida em gel casador de índice, indicando que estes picos estão relacionados com modos de revestimento.



Figura 2.10 - Espectro de uma FBG onde se pode ver os modos de casca [37].

O acoplamento entre o modo de núcleo e os modos de casca é omitido na dedução acima devido à consideração da ortogonalidade de modo, expressa como $\int_{\infty} n_0 (r, \varphi) F_{co} F_{cl}^m r dr d\varphi = 0$, que é a propriedade básica dos guias de ondas regulares. No entanto, isto não é exato quando a perturbação do índice é considerada. O incremento do índice induzido por UV ocorre principalmente no núcleo, resultando no acoplamento entre o modo de núcleo e os modos de casca contra-propagante, expressos como

$$\int_{\infty} (n - n_0) F_{co} F_{cl}^m r \, dr d\varphi = \tilde{n}_1 \int_{core} F_{co} F_{cl}^m r \, dr d\varphi.$$
(2.81)

O que pode dar resultados não nulos uma vez que a integral é limitada no núcleo, não no espaço transversal inteiro.



Figura 2.11 - Acoplamento entre modos do núcleo e modos contra-propagantes na casca [42].

O acoplamento entre o modo no núcleo e os modos de casca obedece à relação vetorial da onda

$$k_B = 2\beta_B = \beta_{co} + \beta_{cl}^m = \frac{2\pi n_{co}}{\lambda} + \frac{2\pi n_{cl}^m}{\lambda}.$$
 (2.82)

Como ilustrado na Figura 2.11 para dois exemplos. O comprimento de onda de ressonância é agora escrito como

$$\lambda^{(m)} = [n_{co} + n_{cl}^{(m)}]\Lambda.$$
(2.83)

Os lobos laterais geralmente não são desejados porque causam *crosstalk* em aplicações de comunicação de fibra (DWDM).

2.3.3 Teoria das Fibras de Período Longo, LPGs.

Como dito anteriormente, a LPFG acopla o modo fundamental do núcleo com os modos de casca, quando o vetor de onda da rede é igual à diferença do vetor de onda entre o modo do núcleo e o modo da casca correspondente. A Figura 4.15 mostra um diagrama conceitual do acoplamento.



Figura 2.12 - Acoplamento dos modos do núcleo e de casca na LPG.

Pelo mesmo conceito da FBG, da equação de Helmholtz (2.52) com uma modulação de índice diferente, descrita como

$$n = \begin{cases} n_1 + \tilde{n}_1 \cos(k_L z) & (r < a), \\ n_2 & (r > a), \end{cases}$$
(2.84)

Onde $k_L = 2\pi / \Lambda$ é o vetor de onda da LPG. Com base na teoria de modos acoplados, o modo de núcleo e os modos de casca relacionados estão fazem parte da solução trivial da equação de Helmholtz como

$$E(r) = F_{co}(r,\varphi)A(z)e^{(j\beta_{co}z)} + \sum_{m} F_{cl}^{m}(r,\varphi)B_{m}(z)e^{(j\beta_{m}z)},$$
(2.85)

onde a função transversal dos modos satisfaz as equações de ordem zero

$$\nabla_{xy}^2 F_{co} + (\bar{n}^2 k_0^2 - \beta_{co}^2) F_{co} = 0,$$

$$\nabla_{xy}^2 F_{co}^m + (\bar{n}^2 k_0^2 - \beta_m^2) F_{cl}^2 = 0.$$
(2.86)

Substituindo (2.84) e (2.85) na equação de Helmholtz (2.52), tem-se

$$F_{co}(A'' + j2\beta_{co}A')e^{j\beta_{co}z} + (n^2 - \bar{n}^2)k_0^2F_{co}Ae^{j\beta_{co}z} + F_{cl}^m(B_m'' + j2\beta_m B_m')e^{j\beta_m z} + (n^2 - \bar{n}^2)k_0^2F_{cl}^m B_m e^{j\beta_m z}) = 0.$$
(2.87)

Multiplicando as funções dos modos de núcleo e de casca, e integrando sobre o espaço x-y, respectivamente, é transformado em

$$A'' + j2\beta_{co}A' + \bar{n}\tilde{n}_1k_0^2 I_m B_m e^{j(\beta_m + k_L - \beta_{co})z} = 0, \qquad (2.88a)$$

$$B'' + j2\beta_m B' + \bar{n}\tilde{n}_1 k_0^2 I_m^* A e^{j(\beta_{co} + k_L - \beta_m)z} = 0, \qquad (2.88b)$$

onde a propriedade ortogonal entre os dois modos é usada em termos com $exp[j(\beta_m - k_L - \beta_{co})]$ em (2.88a) e que com $exp[j(k_L + \beta_{co} - \beta_m)]$ em (2.88b) é omitido. A integral de sobreposição é

$$I_m = \int_{co} F_{co}^* \cdot F_{cl}^m r \, dr \, d\varphi. \tag{2.89}$$

Os modos F_{co} e F_{cl}^m são normalizados em todo o espaço transversal. A modulação de índice é limitada no núcleo, e a integral de I_m é transportada no núcleo, dando um resultado diferente de zero. Ao omitir os diferenciais de segunda ordem e fazendo $2\delta_m = \beta_{co} - \beta_m - k_L$, a equação de modos acoplados é deduzida como sendo

$$A' = jk_{co}B_m e^{-j2\delta_m z},$$

$$B'_m = jk_m A e^{-j2\delta_m z},$$
(2.90)

com coeficientes de acoplamento de

$$\kappa_{co} = \frac{\bar{n}\tilde{n}_1 k_0^2 l_m}{2\beta_{co}} \qquad e \qquad \kappa_m = \frac{\bar{n}\tilde{n}_1 k_0^2 l_m^*}{2\beta_m}.$$
(2.91)

Os dois coeficientes têm valores quase iguais. Como a FBG, as equações são transformadas em

$$A'' + j2\delta_m A' - k^2 A = 0,$$

$$B_m'' - j2\delta_m B' - k^2 A = 0.$$
(2.92)

Com $k^2 = k_{co}k_m$. Sua solução geral é

$$A = (e^{(js_m z)} + A_2 e^{(-js_m z)})e^{(-j\delta_m z)},$$

$$B_m = (B_{1m}e^{(js_m z)} + B_{2m}e^{(-js_m z)})e^{(j\delta_m z)},$$
(2.93)

Com $s_m = \sqrt{\delta_m^2 - k^2}$. As condições de contorno são agora $A_1 + A_2 = 1$ e $B_{1m} + B_{2m} = 0$. As amplitudes dos modos são então deduzidas para serem

$$A(z) = \left(\cos(s_m z) + j \frac{\delta_m}{s} sen(s_m z)\right) e^{-j\delta_m z},$$
(2.94)

A intensidade do modo de núcleo e do modo de casca correspondentes é expressa como

$$I_{A}(z) = I_{0} \left(\cos^{2}(s_{m}z) + j \frac{\delta_{m}^{2}}{\delta_{m}^{2} + k^{2}} sen^{2}(s_{m}z) \right),$$

$$I_{Bm}(z) = I_{0} \frac{k_{m}^{2}}{\delta_{m}^{2} + k^{2}} sen^{2}(s_{m}z).$$
(2.95)

Fica claro que a energia ótica é transferida entre o modo de núcleo e o modo de casca, propagante e contra-propagante. Para a maioria das aplicações práticas, o modo de casca será acoplado fora da fibra, resultando numa perda do modo de núcleo. Para uma LPG com comprimento L, a banda de absorção do modo de núcleo expresso como

$$I_A(z) = I_0 \left[1 + \frac{k^2}{\delta_m^2 + k^2} sen^2(s_m L) \right],$$
(2.96)

Com um pico de perda ressonante de $cos^2\kappa L$ em $\delta = 0$, ou seja, $\beta_{co} = \beta_m + k_L$. Note-se que a amplitude do pico é uma função periódica de κ_L , diferente do comportamento da FBG. A perda aumenta com k_L e atinge o máximo em $k_L = \pi/2$ e, em seguida, diminui com k_L crescente, onde o acoplamento do modo de casca ao modo de núcleo torna-se dominante.

A largura de banda a 3 dB δ_H é determinada pela equação de

$$\frac{\operatorname{sen}\sqrt{\delta_h^2 + k^2 L}}{\sqrt{\delta_h^2 + k^2 L}} = \frac{\sqrt{2} \cos kL}{2kL},\tag{2.97}$$

Implicando que a largura da banda diminui com o aumento do comprimento da rede, e varia também com a amplitude do pico.

2.4 Sensibilidade das FBGs ao Meio Externo

O comprimento de onda de reflexão da FBG pode variar de acordo com os parâmetros externos que alterem o índice de refração efetivo do núcleo, ou o período da rede ou ambos, como mostra a Equação (2.98), onde $\Delta\lambda_c$ representa a variação do comprimento de onda de reflexão da FBG [15, 42, 65].

$$\Delta\lambda_c = \lambda_c \left(\frac{\Delta n_{eff_co}}{n_{eff_co}} + \frac{\Delta\Lambda}{\Lambda}\right)$$
(2.98)

Analisando a Equação (2.98) percebe-se que, na ausência de mudanças no índice de refração do núcleo ou no período da rede, o comprimento de onda de reflexão da rede de Bragg permanecerá constante. Temperatura, tração e índice de refração são alguns dos

parâmetros externos que podem afetar o valor do comprimento de onda de reflexão de uma rede de Bragg.

2.4.1 Sensibilidade da FBG à Tração

Ao tencionar uma rede de Bragg, o espectro de reflexão se desloca devido ao aumento do período da rede [66] e por efeito fotoelástico que altera o índice de refração efetivo do núcleo. A Equação (2.99) mostra a dependência do comprimento de onda de reflexão da rede de Bragg $\Delta \lambda_c$, para uma tração aplicada $\Delta \varepsilon$.

$$\Delta\lambda_c = \lambda_{FBG} (1 - \rho_a) \Delta\varepsilon \tag{2.99}$$

onde $\Delta \lambda_c$ é a variação do comprimento de onda de reflexão, λ_c é o comprimento de onda de reflexão da FBG e ρ_a é o coeficiente efetivo para o efeito fotoelástico da fibra.

Em 2008, YIN *et al* [64] mostraram que a variação de comprimento de onda de reflexão da FBG se dá de forma linear.

2.4.2 Sensibilidade da FBG à Temperatura

A temperatura é outro fator que provoca mudanças no comprimento de onda de reflexão da rede de Bragg, deslocando linearmente o comprimento de onda, à medida que a temperatura aumenta. Isto acontece porque o aumento da temperatura causa mudanças no índice de refração efetivo do núcleo por efeito termo ótico e, em menor escala, na expansão do período da rede. Essa dependência do comprimento de onda de ressonância com a temperatura é expressa pela Equação (2.100) [64].

$$\Delta\lambda_c = \lambda_c (\alpha - \varsigma) \Delta T \tag{2.100}$$

onde $\alpha = \left(\frac{1}{\Lambda}\right) \left(\frac{d\Lambda}{dT}\right)$ é o coeficiente de expansão térmica para a fibra e $\varsigma = \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{dn}{dT}\right)$ é o coeficiente termo ótico.

Percebe-se através da Equação (2.100) que a variação do comprimento de onda de ressonância $\Delta\lambda_c$ ocorre de forma linear assim como a tração, vista anteriormente.

2.4.3 Sensibilidade da FBG ao Índice de Refração do Meio Externo

As FBGs são, por natureza, pouco ou nada sensíveis ao índice de refração do meio externo. Dado o seu princípio de ressonância se basear no índice de refração efetivo que por sua vez depende do índice de refração do núcleo e da casca de uma fibra padrão com 125 µm de casca. Não é esperado que o índice de refração do meio externo interfira no comprimento de onda de reflexão de uma rede de Bragg. No entanto, alguns trabalhos já foram desenvolvidos visando tornar as FBGs sensíveis ao índice de refração do meio externo. A técnica consiste em diminuir o diâmetro da casca ao redor da região onde se encontra escrita a rede de Bragg. Este processo torna o índice de refração efetivo do núcleo dependente do índice de refração do meio externo, tornando assim a FBG sensível ao índice de refração do meio externo [67, 68]. O comprimento de onda de reflexão da rede de Bragg passa a ter uma dependência não linear com o índice de refração do meio externo. Convém salientar que, ao contrário dos parâmetros como a temperatura e tração que alteram tanto o período da rede quanto o índice de refração efetivo do núcleo, neste processo de diminuição do diâmetro da casca da fibra para torná-la mais sensíveis a índice de refração do meio externo, apenas o índice de refração efetivo do núcleo é alterado.

2.5 Sensibilidade das LPGs ao Meio Externo.

De acordo com a condição de casamento de fase denotada pela Equação (2.51), podese justificar o desvio do comprimento de onda de ressonância da LPG quando o meio externo induz mudanças nos parâmetros que alterem o índice de refração efetivo do núcleo, da casca, o período da rede, ou ainda todos os parâmetros citados simultaneamente. Além do deslocamento do comprimento de onda de ressonância de uma LPG, os vales das bandas de atenuação de uma LPG também variam de acordo com a intensidade do acoplamento entre o modo guiado e os enésimos modos de casca. A Equação (2.101) relaciona o coeficiente de transmissão de potência do modo guiado do núcleo para um determinado modo de casca.

$$T^{n}(L) = sen^{2}(k^{n}L) = \frac{2\pi\Delta n_{co}I}{\lambda_{r}},$$
(2.101)

onde L é o comprimento da rede, k^n é o coeficiente de acoplamento para o enésimo modo de casca, Δn_{co} é a alteração induzida no índice de refração do núcleo e I é a integral de sobreposição entre os modos do núcleo e da casca [69, 70]. Quando $k^n L = \pi/2$, toda a

potência do modo guiado é transmitida para a casca. A transmissão espectral mínima entre o modo guiado e os enésimos modos de casca é governada pela Equação (2.102) [71].

$$T^{n}(L) = 1 - sen^{2}(k^{n}L)$$
(2.102)

O coeficiente de acoplamento aumenta com a ordem dos modos de casca. Dessa forma, os vales das bandas de atenuação da banda de absorção das LPGs se tornam mais profundos à medida que aumenta a ordem de acoplamento entre o modo guiado e os modos de casca.

2.5.1 Sensibilidade da LPG à Temperatura

A temperatura é um dos fatores externos que podem alterar o comprimento de onda de ressonância da LPG, à medida que altera o índice de refração efetivo do núcleo e da casca por efeito termo ótico. Além disso, em menor escala, o período da rede também é alterado mediante a variação da temperatura devido à expansão ou contração do material da fibra, contribuindo para mudanças no comprimento de onda de ressonância da LPG. A Equação (2.103) mostra a dependência do comprimento de ressonância da LPG como a temperatura [72].

$$\frac{d\lambda_{res}}{dT} = \frac{d\lambda_{res}}{d(\delta n_{eff})} \left(\frac{dn_{eff_co}}{dT} - \frac{dn_{eff_cl}}{dT} \right) + \Lambda \frac{d\lambda_r}{d\Lambda} \frac{1}{L} \frac{dL}{dT}$$
(2.103)

onde $\delta n_{eff} = n_{eff_co} - n_{eff_cl}$ é o índice de refração efetivo diferencial, *L* é o comprimento da rede e *T* é a temperatura. O primeiro termo do lado direito denotado por $\frac{d\lambda_r}{d(\delta n_{eff})} \left(\frac{dn_{eff_co}}{dT} - \frac{dn_{eff_cl}}{dT}\right)$ representa a contribuição matemática relacionada às mudanças no diferencial do índice de refração do núcleo e da casca decorrente do efeito termo ótico do material que compõe a fibra. Portanto, esta contribuição é dependente da composição da fibra e é fortemente dependente da ordem do modo de casca. Para acoplamento de modos de cascas de mais baixa ordem acessados usando longos períodos (Λ > 100 µm), o efeito termo ótico material é dominante. Para acoplamentos de modos de cascas de alta ordem acessados usando períodos curtos (Λ < 100 µm), o efeito termo ótico para uma fibra ótica padrão composta de sílica dopada com germânio pode ser desprezado [73]. O segundo termo denotado por $\Lambda \frac{d\lambda_r}{d\Lambda} \frac{1}{L} \frac{dL}{dT}$ é a contribuição relacionada às mudanças no período da LPG devido à expansão ou compressão do material que compõe a fibra ótica em função do efeito térmico. Assim, a sensibilidade da LPG à temperatura fica dependente do período da LPG, o qual é governado pela ordem do modo de casca [26] e pela composição da fibra ótica [74]. Uma escolha apropriada do período da LPG torna possível balancear as duas contribuições de forma a produzir uma LPG cuja banda de absorção seja muita ou pouco sensível à temperatura. Por outro lado, alterando a composição material da fibra, pode-se aumentar ou diminuir a sensibilidade da LPG à temperatura em função dos efeitos termo ótico e termo elástico.

2.5.2 Sensibilidade da LPG à Tração

A tração, ou tensão axial, é outro fator externo que pode influenciar no comprimento de onda de ressonância de uma LPG. Este comportamento pode ser analisado pela Equação (2.104), que está dividida em duas contribuições conforme mostrado por BHATIA em 1999 [73].

$$\frac{d\lambda_r}{d\varepsilon} = \frac{d\lambda_r}{d(\delta n_{eff})} \left(\frac{dn_{eff_co}}{d\varepsilon} - \frac{dn_{eff_cl}}{d\varepsilon} \right) + \Lambda \frac{d\lambda_r}{d\Lambda}$$
(2.104)

O primeiro termo do lado direito denotado por $\frac{d\lambda_r}{d(\delta n_{eff})} \left(\frac{dn_{eff_co}}{d\varepsilon} - \frac{dn_{eff_cl}}{d\varepsilon}\right)$ representa a alteração induzida no índice de refração efetivo da fibra devido ao efeito fotoelástico do material que compõe a fibra. O segundo termo do lado direito denotado por $\Lambda \frac{d\lambda_r}{d\Lambda}$, corresponde ao aumento do período da LPG quando esta se encontra tracionada. Portanto, a sensibilidade da LPG à tração é dependente de dois fatores, do mesmo modo que a na rede FBG, como citado anteriormente.

2.5.3 Sensibilidade da LPG ao Índice de Refração

O índice de refração do meio externo é outro fator que altera o comprimento de onda de ressonância da LPG, uma vez que este depende diretamente do índice de refração efetivo da casca, que por sua vez depende do índice de refração da casca e do meio externo. Portanto, a influência da variação do índice de refração n_3 em volta da casca na região onde se encontra escrita a rede de período longo pode ser explicada pela Equação (2.105) [73].

$$\frac{d\lambda}{dn_3} = \frac{d\lambda}{dn_{cl}} \frac{dn_{cl}}{dn_3} \tag{2.105}$$

Para cada modo de casca, o termo dn_{cl}/dn_3 é distinto e, portanto, é esperado que a rede de período longo possua uma forte dependência com a ordem de acoplamento do modo de casca.

A LPG, quando exposta a ambientes com índice de refração diferentes, sofre mudanças tanto no comprimento de onda de ressonância quanto na amplitude do vale de atenuação. Isto acontece devido à condição de casamento de fase entre o índice de refração efetivo do modo guiado no núcleo com os modos de casca. As variações de amplitudes de ressonância são resultantes da mudança do coeficiente de acoplamento descrita pela Equação (2.102) [75]. ERDOGAN mostrou que o coeficiente de acoplamento é diretamente proporcional à modulação do índice de refração da fibra e da integral de sobreposição dos modos. Portanto, qualquer mudança no meio externo que altere a distribuição do campo elétrico inicial, seja ele do núcleo ou da casca, resulta em alterações nos vales de ressonância da LPG.

CAPÍTULO 3 - DESCRIÇÃO DO MODELO

Neste capítulo será descrito o modelo de interrogação proposto. Primeiro é feito uma descrição qualitativa com o objetivo de descrever de forma clara e simples toda a teoria, a fim de que se possa entender em linhas gerais como o modelo funciona. Em seguida é feita a modelagem matemática, onde a banda de absorção da LPG será aproximada a uma curva gaussiana e, a partir dos parâmetros da aproximação, é feita a expansão em série de Taylor desta curva. Será estudada a influência de distorções externas e a relação entre harmônicos. Segue-se então, uma série de simulações com o objetivo de constatar a viabilidade e a funcionalidade do modelo.

3.1 Descrição Qualitativa do Modelo.

O modelo de interrogação proposto utiliza uma técnica de modulação do comprimento de onda no tempo, que ao ser demodulado por uma rede LPG, gera harmônicos cuja relação de amplitude é proporcional ao comprimento de onda de ressonância da LPG. Como este comprimento de onda de ressonância está diretamente associado aos fenômenos físicos a que a LPG é submetida, como discutido no tópico 2.5 do capítulo 2, é possível encontrar a

grandeza física em questão, por correlação ao comprimento de onda. A Figura 3.1 mostra o diagrama esquemático do modelo.



Figura 3.1 - Configuração experimental para validação da técnica de interrogação de LPG proposta.

Como pode ser visto na Figura 3.1, uma fonte ASE (Amplified Spontaneous Emission), com largura de banda entre 1530 nm a 1610 nm, é acoplada ao circuito ótico através da porta 1 do circulador ótico. O sinal ótico é transmitido para a porta 2 do circulador onde o modulador de comprimento de onda de FBG está ligado. O modulador é constituído de um microposicionador PZT de disco duplo, no qual uma rede FBG foi fixada. Ao aplicar o sinal elétrico, proveniente do gerador de sinais, aos terminais do modulador, este produz um movimento axial, afastando os discos do PZT e distendendo a rede FBG. Esta distensão causa uma variação instantânea no comprimento de onda refletido pela rede, como descrito no item 2.4.1 de Capítulo 2. O sinal elétrico aplicado ao modulador de FBG gera um deslocamento de A_m em torno do comprimento de onda central (λ_c) da FBG. Ou seja, W(t) é uma porta ótica modulada em comprimento de onda. A portadora ótica modulada é refletida e transmitida através da porta 3 do circulador ótico. A portadora ótica modulada em comprimento de onda é, então, transmitida através da LPG antes de ser detectada pelo fotodetector. Ao atravessar a banda de absorção da LPG, o sinal modulado W(t) sofre uma demodulação/distorção que é funcão comprimento de onda de ressonância da LPG (λ_r). Esse do sinal demodulado/distorcido na saída da LPG é chamado na Figura 3.1 de $P_{out}(t)$. A LPG atua como um demodulador ótico passivo, convertendo as variações de comprimento de onda da

portadora ótica modulada em um sinal ótico modulado em amplitude. Em seguida, o sinal ótico modulado em amplitude é detectado pelo fotodetector, que o converte em um sinal elétrico V(t), cuja amplitude é proporcional à potência ótica $P_{out}(t)$. A Figura 3.2 mostra o espectro ótico que chega ao fotodetector.



Figura 3.2 - Espectro ótico no fotodetector .

Na Figura 3.2, deve-se notar a forma não linear da banda de absorção da LPG, o comprimento de onda de ressonância da LPG (λ_r) e o comprimento de onda central da FBG (λ_c) usada no modulador. É importante notar que o sinal elétrico detectado pelo fotodetector da Figura (3.1), apresenta uma distorção harmônica em razão da não linearidade da banda de absorção da LPG.

Dessa forma, a distorção harmônica do sinal elétrico detectado é função da posição relativa entre $\lambda_r e \lambda_c$. É notório que este sinal é composto por um somatório de harmônicos cujas amplitudes terão relação direta com o nível de distorção, ou seja, a amplitude destes harmônicos têm relação direta com comprimento de onda de ressonância da LPG (λ_r). Uma vez que λ_c é fixo e conhecido, tendo-se uma equação que calcule a amplitude dos harmônicos a partir dos parâmetros da gaussiana pode-se encontrar (λ_r).

O sinal elétrico proveniente do fotodetector é convertido em sinal digital pelo DAQ e entregue a um computado PC, onde é processado em ambiente computacional que através da equação dos harmônicos encontra (λ_r) e por correlação o fenômeno físico ao qual a LPG é submetida.

O analisador de espectro ótico OSA visto na Figura 3.1 tem a função de caracterizar todos os componentes e serve de referência padrão para validação do experimento.

3.2 Descrição Quantitativa do Modelo

Nesta seção é feita a análise matemática do modelo proposto. A banda de absorção da LPG será aproximada a uma curva gaussiana para que se possa extrair suas informações constitutivas como largura de banda a 3dB e amplitude. Em seguida é feita a expansão em serie de Taylor da curva gaussiana em torno do comprimento de onda da FBG λ_c , a fim de encontrar a expressão matemática que representa a amplitude de cada harmônico, considerando todas as características da banda de absorção da LPG. É feita então, uma análise do sinal modulante e da influência de distorções externas, para em seguida realizar um estudo das relações entre os harmônicos. Após diversas simulações que validam o modelo, é feita a análise das equações que encontram o comprimento de onda de ressonância da LPG.

3.2.1 Modelagem da Banda de Absorção da LPG.

A Figura 3.3, mostra a banda de absorção da LPG com comprimento de onda de ressonância (λ_r) em 1561 nm, ao ar livre que possui índice de refração em torno de 1, em condições de temperatura e pressão estáveis (\approx 1 atm e 25°).



Figura 3.3 - Espectro ótico da banda de absorção da LPG.

A LPG atua como um filtro corta faixa cujo comprimento de onda central, é dependente do valor do índice de refração da solução à qual a LPG está submersa. O espectro de atenuação da LPG pode ser aproximado a uma distribuição normal gaussiana. A

abordagem matemática da técnica de interrogação é aproximada/ajustada por uma curva gaussiana [76, 77] como na equação (3.1).

$$P_{out}(\lambda) = P_0 \left[1 - m \cdot e^{\left[-4\ln(2) \left(\frac{\lambda - \lambda_r}{\Delta \lambda_{LPG}} \right)^2 \right]} \right], \tag{3.1}$$

onde, $\Delta\lambda_{LPG}$ é a largura de banda espectral de 3 dB da LPG ou FWHM, em volta do comprimento de onda de ressonância (λ_r), tal que $P_{out}(\Delta\lambda_{LPG}/2) = 2P_{out}(\lambda_r)$. Ainda, em (3.1), $m = 1 - (y_c/y_0)$ é a profundidade normalizada da perda da LPG na frequência de ressonância (λ_r), $y_0 = P_0$ é o nível de potência ótica de entrada aplicada a LPG e y_c é o nível de potência ótica no comprimento de onda de ressonância da LPG.

A Figura 3.4 mostra o gráfico da curva de aproximação gaussiana plotado a partir dos valores extraídos da LPG da Figura 3.3.



Figura 3.4 - Curva de aproximação gaussiana e os valores de referência.

Fazendo $a = 4 \cdot \ln(2) / \Delta \lambda_{LPG}^2$, chega-se em

$$P_{out}(\lambda) = P_0(1 - m \cdot e^{-a(\lambda - \lambda_r)^2}).$$
(3.2)

3.3.2 Aproximação em Série de Taylor

Para obter a expressão matemática para a enésima harmônica em (3.2), é realizada uma expansão em série de Taylor em (3.2) para λ em torno de λ_c .

A expansão em série de Taylor foi escolhida para explicitar de forma fácil a decomposição harmônica do sinal elétrico de saída V(t) da Figura 3.1. É importante lembrar o leitor que a série de Taylor é uma técnica que permite realizar um ajuste de uma função conhecida f(x) em torno de um determinado ponto $f(x_0)$. Ou seja, a função ajustada $\tilde{f}(x)$, se aproxima de f(x), para um determinado intervalo em volta x_0 . A função ajustada $\tilde{f}(x)$ através da série de Taylor para a função f(x) em volta de x_0 será

$$\tilde{f}(x) = \sum_{n=0}^{N} \frac{f(x)^{(n)}|_{x=x_0} (x-x_0)^n}{n!}$$
(3.3)

Desta forma, tendo em vista a Equação (3.2) será feita a expansão em série de Taylor do termo exponencial

$$f(\lambda) = e^{-a(\lambda - \lambda_r)^2},\tag{3.4}$$

em volta de λ_c . Então aplicando (3.4) em (3.3) tem-se

$$\tilde{f}(\lambda) = \sum_{n=0}^{N} \frac{f(\lambda)^{(n)}|_{\lambda=\lambda_{c}}(\lambda-\lambda_{c})^{n}}{n!},$$
(3.5)

onde, novamente, $f(\lambda)^{(n)}|_{\lambda=\lambda_c}$ é a enésima derivada da função $f(\lambda)$ calculada em volta de λ_c . Assim, desenvolvendo a Equação (3.5), considerando que somente são relevantes até os termos polinomiais de terceiro grau, obtém-se para N=3

$$\tilde{f}(\lambda) = e^{-a(\lambda_c - \lambda_r)^2} - ae^{-a(\lambda_c - \lambda_r)^2} (\lambda - \lambda_c) (2\lambda_c - 2\lambda_r)$$

$$-e^{-a(\lambda_c - \lambda_r)^2} \{a - \left[a^2 \frac{1}{2} (2\lambda_c - 2\lambda_r)^2\right] (\lambda - \lambda_c)^2$$

$$+e^{-a(\lambda_c - \lambda_r)^2} (\lambda - \lambda_c)^3 (a^2 (2\lambda_c - 2\lambda_r)^2 \frac{1}{2}$$

$$+a \left[\frac{a}{2} - (a^2 (2\lambda_c - 2\lambda_r)^2) \frac{1}{6}\right] (2\lambda_c - 2\lambda_r)\}.$$
(3.6)

Então a Equação (3.2) para potência ótica na saída da LPG $P_{out}(\lambda)$, pode ser reescrita usando a Equação (3.6) como sendo

$$P_{out}(\lambda) = P_0 (1 - m \cdot e^{-a(\lambda - \lambda_r)^2})$$

$$\approx \tilde{P}_{out}(\lambda) = P_0 (1 - m \cdot \tilde{f}(\lambda)) =$$

$$\tilde{P}_{out}(\lambda) = P_0 \{1 - m \cdot e^{-a(\lambda_c - \lambda_r)^2} [-ae^{-a(\lambda_c - \lambda_r)^2} (\lambda - \lambda_c)(2\lambda_c - 2\lambda_r) - e^{-a(\lambda_c - \lambda_r)^2} (a - (a^2 \frac{1}{2}(2\lambda_c - 2\lambda_r)^2)(\lambda - \lambda_c)^2 + e^{-a(\lambda_c - \lambda_r)^2} (\lambda - \lambda_c)^3 [a^2(2\lambda_c - 2\lambda_r)^2] \frac{1}{2}) + a \left(\frac{a}{2} - (a^2(2\lambda_c - 2\lambda_r)^2 \frac{1}{6})(2\lambda_c - 2\lambda_r))\right]\}.$$
(3.7)

Perceber da Figura 3.1 que o modulador de FBG introduz uma modulação harmônica do comprimento de onda no tempo, ou seja, na Equação (3.7) o comprimento de onda λ será modulado harmonicamente no tempo. Para introduzir esta informação no nosso modelo, após o ajuste em série de Taylor feito na Equação (3.7), se introduz a modulação harmônica do comprimento de onda feito pelo modulador de FBG.

3.2.3 Cálculo dos Harmônicos.

A modulação temporal do comprimento de onda λ consiste na variação harmônica do comprimento de onda central em volta de λ_c da FBG, como mostrado na Figura 3.1, ou seja

$$W(t) = \lambda_{\rm c} + A_m \cos(\omega_0 t), \qquad (3.8)$$

é o comprimento de onda instantâneo na saída do modulador. Na equação (3.8), $\omega_0 = 2\pi f$, fé a frequência de modulação do modulador de FBG e t é o tempo. Ainda, A_m é o desvio do comprimento de onda central da FBG provocado pelo sinal elétrico do gerador de sinais.

Conforme representado na Figura 3.2, a amplitude da portadora ótica com comprimento de onda instantâneo W(t), após atravessar a banda de absorção da LPG, ou seja, na saída desta, converte-se no sinal ótico demodulado $P_{out}(\lambda_c, t)$ [34, 35]. Para obter a expressão $\tilde{P}_{out}(\lambda_c, t)$, que representa o sinal ótico demodulado com aproximação em série de Taylor, substitui-se o comprimento de onda λ na Equação (3.2) pela Equação (3.7), obtendose a equação

$$\tilde{P}_{out}(\lambda_c, t) = P_0 \{1 - m \cdot e^{-a(\lambda_c - \lambda_r)^2} [-ae^{-a(\lambda_c - \lambda_r)^2} (\lambda_c + A_m \cos(\omega_0 t) - \lambda_c)(2\lambda_c - 2\lambda_r) \}$$

$$-e^{-a(\lambda_{c}-\lambda_{r})^{2}}[a - \left(a^{2}\frac{1}{2}(2\lambda_{c}-2\lambda_{r})^{2}\right)(\lambda_{c}+A_{m}\cos(\omega_{0}t)-\lambda_{c})^{2} +e^{-a(\lambda_{c}-\lambda_{r})^{2}}(\lambda_{c}+A_{m}\cos(\omega_{0}t)-\lambda_{c})^{3}(a^{2}(2\lambda_{c}-2\lambda_{r})^{2})\frac{1}{2}] +a\left(\frac{a}{2} - \left(a^{2}(2\lambda_{c}-2\lambda_{r})^{2}\frac{1}{6}\right)(2\lambda_{c}-2\lambda_{r})\right)]\}.$$
(3.9)

Perceber que a dependência da Equação (3.9) não é somente em λ_c , mas sim na diferença $S = \lambda_c - \lambda_r$. Ainda, a substituição que levou a Equação (3.9) foi feita sem nenhuma simplificação com o objetivo de tornar didáticos os procedimentos aqui descritos.

Como se percebe na Figura 3.1, a potência $\tilde{P}_{out}(\lambda_c, t)$, após ser detectada pelo fotodetector, é convertida no sinal elétrico $V(\lambda_c, t)$ proporcional à potência ótica detectada.

Assim,

$$V(\lambda_{c},t) \propto P_{0}\{1 - m \cdot e^{-a(\lambda_{c} - \lambda_{r})^{2}} [-ae^{-a(\lambda_{c} - \lambda_{r})^{2}} (\lambda_{c} + A_{m} \cos(\omega_{0}t) - \lambda_{c})(2\lambda_{c} - 2\lambda_{r}) -e^{-a(\lambda_{c} - \lambda_{r})^{2}} [a - (a^{2}\frac{1}{2}(2\lambda_{c} - 2\lambda_{r})^{2})(\lambda_{c} + A_{m} \cos(\omega_{0}t) - \lambda_{c})^{2} +e^{-a(\lambda_{c} - \lambda_{r})^{2}} (\lambda_{c} + A_{m} \cos(\omega_{0}t) - \lambda_{c})^{3} (a^{2}(2\lambda_{c} - 2\lambda_{r})^{2})\frac{1}{2}] +a(\frac{a}{2} - (a^{2}(2\lambda_{c} - 2\lambda_{r})^{2}\frac{1}{6})(2\lambda_{c} - 2\lambda_{r}))]\},$$
(3.10)

que simplificando, chega-se à equação

$$V(S,t) \propto P_0 \{1 - m \cdot e^{-a \cdot S^2} [-2ae^{-aS^2} (A_m \cos(\omega_0 t))S - e^{-aS^2} [a - (a^2 S^2) (A_m \cos(\omega_0 t))^2 + e^{-aS^2} (A_m \cos(\omega_0 t))^3 (2a^2 S^2)] + a \left(a - \left(4a^2 S^2 \frac{1}{3}\right)S\right)]\}, \qquad (3.11)$$

em que foi feita a substituição da variáveis $S = \lambda_c - \lambda_r$, e evidenciada a dependência de V com S. Expandindo as potências dos cossenos da Equação (3.11), tal que

$$\cos^{2}(w_{0}t) = \frac{1}{2}\cos(2w_{0}) + \frac{1}{2}$$
(3.12)

$$\cos^{3}(w_{0}t) = \frac{1}{4}\cos(3w_{0}t) + \frac{3}{4}\cos(w_{0}t)$$
(3.13)

e substituindo na Equação (3.11), obtêm-se

$$V(S,t) \propto \frac{1}{2} e^{-aS^{2}} \Big[2e^{aS^{2}} + (-2 + aA_{m}^{2} - 2a^{2}A_{m}^{2}S^{2})m \Big] P_{0} + \frac{1}{2} aA_{m}e^{-aS^{2}}(4 - 3aA_{m}^{2} + 2a^{2}A_{m}^{2}S^{2})SmP_{0}\cos(\omega_{0}t) - \frac{1}{2}aA_{m}^{2}e^{-aS^{2}}(-1 + 2aS^{2})mP_{0}\cos(2\omega_{0}t) + \frac{1}{6}a^{2}A_{m}^{3}e^{-aS^{2}}(-3 + 2aS^{2})SmP_{0}\cos(3\omega_{0}t)$$
(3.15)

Percebe-se que cada termo da Equação (3.15) corresponde a um harmônico. Os termos do segundo membro correspondem, respectivamente, aos termos de nível DC, primeiro, segundo e terceiro harmônicos. Desta forma, pode-se reescrever a Equação (3.15) como

$$V(S,t) \propto DC(S) + H_1(S,t)cos(\omega_0 t) + H_2(S,t)cos(2\omega_0 t) + H_3(S,t)cos(3\omega_0 t), \quad (3.16)$$

onde,

$$DC(S) = \frac{1}{2}e^{-aS^2} \left[2e^{aS^2} + (-2 + aA_m^2 - 2a^2A_m^2S^2)m \right] P_0$$
(3.17)

$$H_1(S,t) = +\frac{1}{2}aA_m e^{-aS^2} (4 - 3aA_m^2 + 2a^2 A_m^2 S^2) S m P_0$$
(3.18)

$$H_2(S,t) = -\frac{1}{2}aA_m^2 e^{-aS^2}(-1+2aS^2)mP_0$$
(3.19)

$$H_3(S,t) = +\frac{1}{6}a^2 A_m^3 e^{-aS^2} (-3 + 2aS^2) S m P_0$$
(3.20)

Devido às características mecânicas do modulador de FBG, este provoca uma distorção harmônica na modulação do comprimento de onda, mesmo quando a excitação elétrica provocada pelo gerador de sinais seja supostamente um sinal harmônico de distorção desprezível.

3.2.4 Influência da Distorção Harmônica do Modulador

Esta seção realiza o estudo da influência da distorção harmônica do modulador de FBG nas componentes harmônicas do sinal de saída. No modulador foram observadas distorções harmônicas relevantes somente de segunda ordem, levando a considerar apenas a geração de um segundo harmônico, uma vez que as amplitudes dos demais harmônicos observados serem experimentalmente desprezíveis e não possuem influência significativa sobre o resultado final. Desta forma o comprimento de onda instantâneo provocado pelo modulador de FBG na presença da distorção harmônica é dado por

$$W_d(t) = \lambda_c + A_m \cdot \cos(\omega_0 t) + A_d \cdot \cos(2\omega_0 t).$$
(3.21)

Na Equação (3.21) A_d representa a amplitude da distorção harmônica no modulador de FBG. Novamente, conforme representado na Figura 3.2, a amplitude da portadora ótica com comprimento de onda instantâneo $W_d(t)$, após atravessar a banda de absorção da LPG, converte-se no sinal ótico demodulado $P_{out}^d(\lambda_c, t)$, na presença das distorções harmônicas provocadas pelo modulador de FBG. Conforme procedimentos de manipulação simbólica aplicados anteriormente, substitui-se o comprimento de onda λ na Equação (3.2) pela Equação (3.21), obtendo-se a equação

$$P_{out}^{d}(\lambda_{c}, t) = P_{0} \Big[1 - m \cdot e^{-a(\lambda_{c} + A_{m} \cos(\omega_{0} t) + A_{d} \cos(2\omega_{0} t) - \lambda_{r})^{2}} \Big],$$
(3.22)

e usando $S = \lambda_c - \lambda_r$ tem-se que

$$P_{out}^{d}(S,t) = P_0 \Big[1 - m \cdot e^{-a(S + A_m \cos(\omega_0 t) + A_d \cos(2\omega_0 t))^2} \Big].$$
(3.23)

Esse sinal ótico demodulado após ser detectado pelo fotodetector é convertido em um sinal de tensão elétrica tal que

$$V_d(S,t) \propto P_0 \Big[1 - m \cdot e^{-a(S + A_m \cos(\omega_0 t) + A_d \cos(2\omega_0 t))^2} \Big].$$
(3.23)

Seguindo-se os mesmos procedimentos para o desenvolvimento das Equações (3.9), (3.10) e (3.11), em que foi usada a aproximação em série de Taylor, então a tensão medida no fotodetector da Figura 3.1 na presença das distorções harmônicas provocadas pelo modulador de FBG, pode ser representada como

$$\begin{split} \tilde{V}_{d}(S,t) &\propto P_{0}\{1 - m \cdot e^{-a \cdot S^{2}}[-2ae^{-aS^{2}}(A_{m}\cos(\omega_{0}t) + A_{d}\cos(2\omega_{0}t))S \\ &-e^{-aS^{2}}[a - (a^{2}S^{2})(A_{m}\cos(\omega_{0}t) + A_{d}\cos(2\omega_{0}t))^{2} \\ &+e^{-aS^{2}}(A_{m}\cos(\omega_{0}t) + A_{d}\cos(2\omega_{0}t))^{3}(2a^{2}S^{2})] \\ &+a\left(a - \left(4a^{2}S^{2}\frac{1}{3}\right)S\right)]\}, \end{split}$$
(3.24)

Seguindo os mesmos procedimentos de expansão das potências dos cossenos das Equações (3.12) e (3.13), obtém-se

$$\tilde{V}_d(\mathbf{S},t) \propto DC^d(S) + H_1^d(\mathbf{S},t)\cos(\omega_0 t) + H_2^d(\mathbf{S},t)\cos(2\omega_0 t)$$
66

$$+H_{3}^{d}(S,t)\cos(3\omega_{0}t) + H_{4}^{d}(S,t)\cos(4\omega_{0}t) + H_{5}^{d}(S,t)\cos(5\omega_{0}t) + H_{6}^{d}(S,t)\cos(6\omega_{0}t)$$
(3.25)

Onde

$$DC^{d}(S) = \frac{1}{2}e^{-aS^{2}}\{2e^{aS^{2}} + [-2 + a(A_{d}^{2} + A_{m}^{2}) - a^{2}(3A_{d}A_{m}^{2} + 2A_{d}^{2}S + 2A_{m}^{2}S)S + 2a^{3}A_{d}A_{m}^{2}S^{3}]m\}P_{0} \quad (3.26)$$

$$H_1^d(S,t) = \frac{1}{2} a A_m e^{-aS^2} [A_d(2 - 4aS^2) + 2aA_d^2(-3 + 2aS^2)S + (4 - 3aA_m^2 + 2a^2A_m^2S^2)S]mP_0$$
(3.27)

$$H_{2}^{d}(S,t) = \frac{1}{2}ae^{-aS^{2}} \{A_{m}^{2}[1 + 4a^{2}A_{d}S^{3} - 2aS(3A_{d} + S)] + A_{d}(4 - 3aA_{d}^{2} + 2a^{2}A_{d}^{2}S^{2})S\} m P_{0}$$
(3.28)

$$H_{3}^{d}(S,t) = \frac{1}{6}aA_{m}e^{-aS^{2}}[-6A_{d}(-1+2aS^{2})+3aA_{d}^{2}(-3+2aS^{2})S +aA_{m}^{2}(-3+2aS^{2})S]mP_{0}$$
(3.29)

$$H_4^d(S,t) = \frac{1}{2} a A_d e^{-aS^2} [A_d(1-2aS^2) + a A_m^2(-3+2aS^2)S] m P_0$$
(3.30)

$$H_5^d(S,t) = \frac{1}{2}a^2 A_d^2 A_m e^{-aS^2} (-3 + 2 a S^2) S m P_0$$
(3.31)

$$H_6^d(S,t) = \frac{1}{6}a^2 A_d^3 e^{-aS^2} (-3 + 2 a S^2) S m P_0$$
(3.32)

Note que a Equação (3.22) e (3.25), são equivalentes e se referem à tensão medida no fotodetector da Figura 3.1. Porém, a principal diferença entre as duas é que o termo gaussiano presente na Equação (3.22) foi expandido em Série de Taylor, para mostrar a presença de diversos harmônicos gerados pelo processo de modulação em comprimento de onda, e que estes são explicitados na Equação (3.25). Este é o núcleo central do nosso modelo.

3.2.5 Relação entre Harmônicos.

As Equações (3.26) a (3.32) demostram que as amplitudes dos harmônicos dependem de todos os parâmetros envolvidos, tais como a potência da fonte ótica e todas as perdas de inserção apresentadas no experimento como P_0 , o parâmetro m que é a profundidade normalizada da perda da LPG na frequência de ressonância, a amplitude de modulação A_m , a amplitude das distorções do modulador de FBG A_d , o parâmetro a que está relacionado com a largura de banda espectral de 3 dB da LPG $\Delta \lambda_{LPG}$ e o deslocamento S. Perceber que a relação entre as amplitudes de quaisquer destes harmônicos produz uma equação independente de P_0 e m. Ainda verificou-se na prática que a relação sinal-ruído presente no experimento permitiu somente a medida do primeiro e do segundo harmônicos. Adicionalmente, as Equações de (3.26) a (3.32) mostram que as amplitudes destes harmônicos dependem fortemente dos parâmetros A_m e A_d , que em nosso experimento, como será mostrado nos resultados experimentais, são pequenos. Assim sendo, neste trabalho foi explorada somente a relação das amplitudes dos dois primeiros harmônicos, deixando para trabalhos futuros explorar outras possibilidades em que o uso de valores maiores para A_m sejam viáveis.

Assim, a relação entre o primeiro e segundo harmônicos, dados pelas Equações (3.27) e (3.28) é dada por

$$H^{d}(S,t) = \frac{H_{1}^{d}(S,t)}{H_{2}^{d}(S,t)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}aA_{m}e^{-aS^{2}}[A_{d}(2-4aS^{2})+2aA_{d}^{2}(-3+2aS^{2})S+(4-3aA_{m}^{2}+2a^{2}A_{m}^{2}S^{2})S]mP_{0}}{\frac{1}{2}ae^{-aS^{2}}\{A_{m}^{2}[1+4a^{2}A_{d}S^{3}-2aS(3A_{d}+S)]+A_{d}(4-3aA_{d}^{2}+2a^{2}A_{d}^{2}S^{2})S\}mP_{0}}$$
(3.33)

Simplificando a Equação (3.33), tem-se que

$$H^{d}(S,t) = \frac{A_{m}[A_{d}(2-4aS^{2})+2aA_{d}^{2}(-3+2aS^{2})S+(4-3aA_{m}^{2}+2a^{2}A_{m}^{2}S^{2})S]}{A_{m}^{2}[1+4a^{2}A_{d}S^{3}-2aS(3A_{d}+S)]+A_{d}(4-3aA_{d}^{2}+2a^{2}A_{d}^{2}S^{2})S}$$
(3.34)

Percebe-se que a Equação (3.34) independe da potência P_0 e, portanto pode ser denominada de autoreferenciável. Notar que esta equação depende da largura de banda da LPG $\Delta\lambda_{LPG}$, da amplitude da modulação A_m e das distorções do modulador A_d e do deslocamento $S = \lambda_c - \lambda_r$. Perceber que esta equação deixou de depender de m, que é a profundidade normalizada da perda da LPG na frequência de ressonância. Isto significa que o modelo de interrogação aqui apresentado pode ser aplicado mesmo para LPGs de baixo custo, uma vez que a profundidade da banda de absorção da LPG é um fator que encarece e torna mais crítica a produção destes dispositivos.

3.3 Simulações

Para a validação do modelo matemático apresentado na seção anterior, serão feitas diversas simulações. Iniciaremos na seção 3.3.1 mostrando que as Equações (3.23) e (3.25) para o sinal elétrico detectado no fotodetector da Figura 3.1 são equivalentes. A seguir na seção 3.3.2 mostraremos o comportamento dos harmônicos das Equações (3.26) a (3.32) em função das distorções do modulador de FBG. Na seção 3.3.3 mostraremos a influência da largura de banda da LPG na amplitude dos harmônicos. Já na seção 3.3.4 mostraremos a dependência dos harmônicos com a amplitude de modulação A_m , e na seção 3.3.5 sua dependência com m, que é a profundidade normalizada da perda da LPG na frequência de ressonância.

3.3.1 Validação do Uso da Expansão em Série de Taylor.

Primeiro, a fim de comprovar que as equações extraídas a partir da Série de Taylor para os harmônicos representam fielmente a demodulação que ocorre na LPG, pode-se comparar o sinal elétrico gerado no fotodetector através da equação da Equação (3.23) com a Equação (3.25).

Para esta simulação foram utilizados como parâmetros de cálculo, a = 0.01, que equivale a um $\Delta\lambda_{LPG} = 16.65 nm$, m = 0.84, $A_d = 0$ nm, ou seja, sem distorção no modulador, $A_m = 0.44 nm$, $\lambda_r = 1539.8 nm$, $\lambda_c = 1540 nm$, $P_0 = 0.31257$, e a frequência de modulação f = 1800Hz.

A Figura 3.5 representa o sinal de modulação $W_d(t)$ da Equação (3.21), que é o comprimento de onda instantâneo obtido através do modulador de FBG, onde se percebe que com $A_m = 0.44 \ nm$ é gerado um desvio no comprimento de onda em torno de $\lambda_c = 1540 \ nm$ entre 1539.56 e 1540.44 nm com frequência de 1800 Hz.



Figura 3.5 – Comprimento de onda instantâne
o $W_d(t)$ com $A_d = 0, A_m = 0.44$ nm, $\lambda_c = 1540$ nm,
ef = 1800Hz.

O sinal representado no gráfico na Figura 3.5 é o comprimento de onda do sinal esperado na porta 3 do circulador ótico da Figura 3.1.



Figura 3.6 – Representação da demodulação do sinal $W_d(t)$ pela LPG.

O sinal $W_d(t)$ representado na Figura 3.5 atravessará a banda de absorção da LPG e será demodulado, como dito anteriormente. Este sinal demodulado sofre uma distorção que é função da não linearidade da banda de absorção da LPG e, portanto, depende da posição relativa entre λ_r e λ_c , como pode ser visto na Figura 3.6. Este é o sinal $P_{out}^d(S,t)$ da Equação (3.21) esperado na saída da LPG, como visto na Figura 3.1. Como visto na Figura 3.1 o sinal ótico $P_{out}^d(S,t)$ da Equação 3.22, após ser detectado pelo fotodetector converte-se no sinal $V^d(S,t)$ da Equação 3.23, e que por sua vez foi aproximado usando expansão em série de Taylor pelo sinal $\tilde{V}^d(S,t)$. Pode-se então simular o sinal elétrico $V^d(S,t)$ no fotodetector a partir da Equação (3.23) com os parâmetros citados acima e compará-lo com o sinal elétrico $\tilde{V}^d(S,t)$ simulado a partir da Equação (3.25), e desta forma atestar a assertividade desta ultima equação. Os gráficos da Figura 3.7 mostram a comparação de um sinal gerado a partir da Equação (3.23) à esquerda e outro sinal gerado a partir da Equação (3.25) à direita.



Percebe-se que os dois gráficos são semelhantes tanto em amplitude como em fase. Verifica-se que a fase tem relação direta com a posição de λ_c em relação à λ_r , ou seja, com o sinal do deslocamento $S = \lambda_c - \lambda_r$. Na simulação da Figura 3.7, como $\lambda_r = 1539.8 nm$ e $\lambda_c = 1540 nm$, S = 0.2 nm, ou seja, S > 0 em fase com o sinal $W_d(t)$.

Ainda, para efeito de análise comparativa, pode-se calcular o erro relativo $\Delta V_{\%}$ entre os cálculos feitos usando as Equações (3.23) e (3.25) tal que

$$\Delta V_{\%} = \left| \frac{V^{d}(S,t) - \tilde{V}^{d}(S,t)}{V^{d}(S,t)} \right|.$$
(3.35)

A Figura 3.8 mostra o erro relativo entre os gráficos da Figura 3.7a e 3.7b onde se percebe um erro máximo de $9.8 \cdot 10^{-4}$ %. Este erro $\Delta V_{\%} \ll 1\%$ indica que a validade da aproximação por série de Taylor para valores em torno de λ_c , uma vez que A_m é pequeno quando comparado com λ_c e, portanto o desvio percentual em volta de λ_c é também pequeno, mantendo a validade da aproximação.


Figura 3.8 - Erro relativo entre os sinais elétricos gerados pelas equações com e sem expansão em série de Taylor.

É importante perceber que com o aumento da intensidade de modulação A_m é esperado que o erro $\Delta V_{\%}$ aumente também. Então o limite de validade do modelo apresentado neste trabalho está relacionado à intensidade de modulação. Perceber que o erro relativo $\Delta V_{\%}$ da Figura 3.8 foi calculado em uma condição muito particular em que S = 0.2 nm e $A_m = 0.44 nm$, e que na Equação (3.25) foi considerada a expansão em série de Taylor de 4^a ordem limitando o número de harmônicos. A Figura 3.9 mostra a evolução do erro $\Delta V_{\%}$ em função de A_m dando sustentação à afirmativa acima.



Figura 3.9 - Evolução do erro $\Delta V_{\%}$ em função de A_m

Para constatar a mudança de fase do sinal elétrico pode-se fazer outra simulação com $\lambda_r = 1541 \text{ nm}$, ou seja, S = -1 nm, S < 0 como pode ser visto na Figura 3.10.



Figura 3.10 - Representação da demodulação do sinal $W_d(t) \operatorname{com} \lambda_r = 1541 \, nm$

As Figuras 3.11a e Figura 3.11b mostram os gráficos do sinal elétrico gerado a partir das equações (3.23) e (3.25) respectivamente, com $\lambda_r = 1541 nm$. Pode-se perceber que os dois sinais são qualitativamente semelhantes e possuem a mesma amplitude e fase. O cálculo do erro relativo neste caso leva a valores semelhantes aos calculados e apresentados na Figura 3.8.



Equação (3.25) com aproximação em série de Taylor para λ_r em 1541nm.

Através de uma simples análise qualitativa entre as Figuras 3.7 e 3.11, percebe-se que a distorção causada pela banda de absorção da LPG é menor na Figura 3.11 que na Figura 3.7 em razão do valor do deslocamento S. Constata-se também que no gráfico da Figura 3.11 o sinal elétrico detectado sofreu inversão de fase em relação à fase do sinal $W_d(t)$ mostrado na Figura 3.6. Assim, como citado anteriormente, sempre que S > 0 o sinal elétrico detectado

 $\tilde{V}^{d}(S,t)$ estará em fase com o sinal $W_{d}(t)$, e sempre que S < 0 o sinal elétrico detectado $\tilde{V}^{d}(S,t)$ estará em contra fase com o sinal $W_{d}(t)$.

Pode-se ainda fazer uma análise mais detalhada dos sinais elétricos gerados pelas Equações (3.22) e (3.24) comparando a amplitude e fase de cada harmônico através da transformada de Fourier destes sinais. A Figura 3.12a e 3.12b mostram os gráficos obtidos pela FFT para amplitude e fase do sinal elétrico obtido pela Equação (3.23), para $\lambda_r =$ 1539.8 nm e $\lambda_c = 1540$ nm, ou seja, S > 0. Já na Figura 3.12c e 3.12d são mostrados os gráficos obtidos pela FFT para amplitude e fase do sinal elétrico obtido pela Equação (3.25), respectivamente. Observa-se que o nível de todos os harmônicos nas Figuras 3.12a/b e Figura 3.12c/d possuem mesma amplitude e fase com exceção do harmônico em 4 ω_0 que não foi incluído na expansão em série de Taylor que gerou a Equação (3.25). Pode-se ver claramente que os diversos harmônicos estão em fase com o sinal $W_d(t)$.



Figura 3.12 – FFT dos sinais elétricos gerados no fotodetector para S = 0.2 nm: (a) e (b) correspondem a amplitude e fase de $V^d(S, t)$ respectivamente, e (c) e (d) correspondem a amplitude e fase de $\tilde{V}^d(S, t)$.

Novamente é feita a FFT do elétrico gerado pelas Equações (3.23) e (3.25) para $\lambda_r = 1541 nm$ e $\lambda_c = 1540 nm$, ou seja, S < 0 como pode ser visto na Figura 3.13, onde se pode constatar que o nível de todos os harmônicos nas Figuras 3.13a/b e Figura 3.13c/d também possuem a mesma amplitude e fase porem, os diversos harmônicos estão em contra fase com o sinal $W_d(t)$.



Figura 3.13 - FFT dos sinais elétricos gerados no fotodetector para S = -1 nm: (a) e (b) correspondem a amplitude e fase de $V^d(S, t)$ respectivamente, e (c) e (d) correspondem a amplitude e fase de $\tilde{V}^d(S, t)$.

Outra informação importante que se observa é a amplitude de cada harmônico em relação à *S*, ou seja, a distorção que se havia observado por inspeção dos sinais nas Figuras 3.7 e 3.9 pode ser agora ser calculada. A formula geral para o cálculo da distorção harmônica total THD é [78]

$$THD\% = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_{Hn}^2}}{V_{H1}} \cdot 100, \qquad (3.36)$$

onde, V_{Hn} é o nível de cada harmônico medido a partir do segundo harmônico e V_{H1} é a amplitude do primeiro harmônico.

Desta forma convertendo os valores dos harmônicos da Figura 3.12 para milivolts e efetuando o cálculo da distorção harmônica através da Equação (3.36) obtém-se que para S = 0.2 nm, e $A_m = 0.44 nm$, THD = 52,7% ou -5.56dB e para S = -1 nm, THD = 10,72% ou -19.4dB, mostrando que o valor do deslocamento S influência na distorção harmônica.

3.3.2 Amplitude dos Harmônicos em Função Distorções do Modulador.

Nesta seção será feito o estudo da amplitude dos harmônicos em função do deslocamento *S*, inicialmente considerando $A_d = 0 nm$, ou seja, considerando o modulador de FBG perfeitamente linear. Em seguida, será feito uma análise da amplitude dos harmônicos com diversos níveis de distorção do modulador de FBG a fim de investigar a influência que a distorção tem sobre a amplitude dos harmônicos.

É importante salientar que o parâmetro A_d , é função da distorção do modulador FBG d, e que é diretamente proporcional a A_m que é o desvio do comprimento de onda central da FBG provocado pelo sinal elétrico do gerador de sinais. De outro modo pode-se definir A_d como $A_d = d \cdot A_m nm$.

Os valores para as estas simulações foram $a = 0.01 nm^{-2}$ que equivale a um $\Delta \lambda_{LPG} = 16.65 nm$, m = 0.84, $A_m = 0.44 nm$ e $A_d = 0 nm$ (d = 0). O valor de λ_c foi fixado em 1540 nm, e os valores para λ_r variaram entre 1520 e 1560 nm, como $S = \lambda_r - \lambda_c$, então $S = \pm 20 nm$.

A Figura 3.14 mostra a amplitude linear em mV e fase em π rad, para cada harmônico calculado a partir da Equação (3.25) em função da variação do comprimento de onda de ressonância da LPG λ_r .



Figura 3.14 – Amplitude e fase de cada harmônico considerando os parâmetros $\Delta \lambda_{LPG} = 16.65 nm, m = 0.84,$ $A_m = 0.44nm \text{ e } A_d = 0 nm (d = 0) \text{ e } \lambda_c = 1540 \text{ nm.}$

Na Figura 3.15 mostra amplitude em decibéis de cada harmônico em função da variação do comprimento de onda de ressonância da LPG $\lambda_r \mod A_d = 0 nm (d = 0)$. Foi constatado que o nível DC não tem contribuição para este modelo e que o terceiro harmônico apresenta amplitude muito pequena e, portanto, estes parâmetros não serão considerados. Este estudo terá foco no primeiro e segundo harmônicos e na relação entre estes.



Figura 3.15 - Amplitude dos harmônicos em dB considerando os parâmetros $\Delta \lambda_{LPG} = 16.65 nm, m = 0.84, A_m = 0.44nm$ e $A_d = 0 nm (d = 0)$ e $\lambda_c = 1540$ nm.

Pode-se observar que o primeiro harmônico tende à zero em 1540 nm, que neste caso, corresponde ao comprimento de ressonância da FBG λ_r , e neste ponto S = 0, ou seja, $\lambda_r = \lambda_c$, onde observa-se a inversão de fase do sinal. De fato, é esperado que a amplitude fosse mínima neste ponto, pois a LPG funciona como um filtro corta faixa. Já o segundo harmônico existe devido à distorção causada pela não linearidade da banda de absorção da LPG e nos pontos de maior linearidade da banda de absorção a distorção é pequena e H_2^d tende a zero. Devido a este fato, ao realizar a relação entre os harmônicos H_1^d e H_2^d , haverá três pontos de singularidade. Percebe-se que com os valores adotados na simulação H_2^d tende à zero em 1533 nm e 1547 nm, onde há inversão de fase do sinal, Figura 3.14c, e como $H^d = H_1^d/H_2^d$, H^d tende ao infinito nestes pontos. Outro ponto singular ocorre em 1540 nm onde H_1^d tende a zero, e por consequência H^d segue esta tendência. Ainda na Figura 3.15 observa-se que a amplitude de H_3^d é menor que -100 *dB* o torna sua leitura na prática muito difícil . A Figura 3.16 mostra o comportamento da variável H^d onde podem ser visto os pontos singulares mencionados.



Como citado anteriormente, o modulador de FBG apresenta uma distorção harmônica que é característica própria do seu funcionamento e que pode influenciar significativamente o comportamento das componentes harmônicas. A fim de simular a influência desta distorção, foram traçadas curvas da amplitude dos harmônicos com d = 3, 4, 5, 6, 9 e 12% de distorção no segundo harmônico, que para valores de $A_m = 0.44nm$ equivalem a valores de $A_d =$ 0.0132, 0.0176, 0.022, 0.0264, 0.0396, 0.0528 nm. Os valores de todos os outros parâmetros foram mantidos, tais como $\Delta\lambda_{LPG} = 16.65 nm, m = 0.84$ e $\lambda_c = 1540$ nm.

A Figura 3.18 mostra a amplitude de H_1^d com distorção do modulador de FBG. Como pode ser verificado a partir da Equação (3.26), percebe-se que a influência da distorção do modulador de FBG no primeiro harmônico não é relevante e que a fase permanece constante.



Figura 3.17 – Amplitude e fase do primeiro e segundo harmônico para diversos valores de A_d.

A Figura 3.19 mostra as amplitudes em decibéis do segundo harmônico H_2^d sob a influência da distorção do modulador de FBG.



Comparando a Figura 3.15 com as Figuras 3.17 e 3.18, percebe-se que a distorção do modulador tem grande influência sobre o segundo harmônico H_2^d , tanto sobre a amplitude quanto sobre a fase. Como é esperado, quanto maior a distorção do modulador de FBG, maior a amplitude do segundo harmônico, porém, mais abrupta é a variação da amplitude, principalmente quando λ_r se aproxima de λ_c , ou seja, *S* tende a zero. Outra característica importante é que a partir de 4% de distorção, passa a existir apenas um ponto em que a amplitude do segundo harmônico tende a zero onde há a inversão de fase e que quanto maior a distorção, mais este ponto se aproxima de $\lambda_r = \lambda_c$, onde S = 0. A Figura 3.18 mostra esta tendência em que, com 3% de distorção, H_2^d tende a zero e há inversão de fase em 1543 nm (S = 3) e com 12%, em 1541 nm (S = 1).

O resultado sobre a relação dos harmônicos pode ser observado na Figura 3.19 na qual se observa que haverá dois pontos singulares, um onde H_1^d tende a zero, em que H^d também tende a zero, e outro em que H^d tende ao infinito onde H_2^d tende a zero e que depende do nível da distorção. Fica claro que os valores compreendidos entre estes pontos são de variação abrupta, o que torna a leitura, na prática, de valores confiáveis neste intervalo muito difícil.



Outra observação importante é que o nível de distorção afeta a linearidade dos valores de H^d . Pode-se ver na Figura 3.19 que com uma distorção no modulador FBG de 4%, H^d tem uma variação maior que 40 dB entre 1520 e 1540 nm, enquanto que com uma distorção no modulador FBG de 12%, H^d tende a se tornar plana na maior parte deste intervalo. Pode-se concluir que com uma distorção externa a partir de 6%, a variação de H^d em função de variação de λ_r se torna cada vez menor, consequentemente o cálculo do comprimento de onda de ressonância da LPG λ_r , a partir da equação de H^d , torna-se menos preciso.

3.3.3 Amplitude dos Harmônicos em Função da Largura de Banda da LPG.

A largura de banda a 3 dB da LPG, $\Delta\lambda_{LPG}$, é um fator importante a ser considerado, pois cada LPG tem uma largura de banda que depende de seu projeto de fabricação e dos índices de refração da casca e do núcleo. Além do mais, a largura de banda de uma LPG $\Delta\lambda_{LPG}$, pode sofrer variação em função do índice de refração do meio externo.

Para esta simulação, foi considerada duas hipóteses, uma com distorção d = 0%, ou seja, Ad = 0 nm, e outra com d = 10%, Ad = 0,044 nm a fim de facilitar a visualização dos gráficos. Para a largura de banda da LPG $\Delta\lambda_{\rm LPG}$ foram adotados valores de 13.6, 15.2, 16.6, 18.6, 21.5 *e* 26.3 *nm* que correspondem a valores de *a* = 0.015, 0.012, 0.01, 0.008, 0.006 *e* 0.004 nm^{-2} , respectivamente. Os demais parâmetros foram mantidos os mesmos das outras simulações $A_m = 0.44nm$, m = 0.84 e $\lambda_c = 1540$ nm.

A Figura 3.20 mostra a representação das banda de absorção da LPG para os diversos valores de $\Delta\lambda_{LPG}$ aqui considerados. Notar que neste gráfico o comprimento de onda λ variou entre 1510 e 1570 nm para uma melhor visualização.



Figura 3.20 - Representação das curvas de atenuação da LPG para os diversos valores de $\Delta \lambda_{LPG}$.

Na Figura 3.21 pode ser visto como $\Delta\lambda_{LPG}$ influencia a amplitude dos harmônicos sem considerar a distorção do modulador de FBG, ou seja, com d = 0%. O nível DC visto no gráfico da Figura 3.21a segue a forma da banda de absorção. A variação de $\Delta\lambda_{LPG}$ altera não só a amplitude dos harmônicos, como também o comportamento destes dentro da banda. É importante perceber que H_1^d próximo ao ponto de inflexão da curva ($\lambda = \lambda_r \pm \Delta\lambda_{LPG}/(2\sqrt{\ln(4)})$, inverte sua tendência, e tem variação de amplitude mais abrupta nos extremos da banda de absorção para LPGs com largura de banda mais estreita, como pode ser visto na Figura 3.22b. Quanto ao segundo harmônico H_2^d , visto na Figura 3.21c, percebe-se que a largura de banda afeta diversos fatores como os pontos de singularidade em que H_2^d tende a zero, a variação de amplitude nos extremos e no centro da banda de absorção. Como esperado estes fatores interferem diretamente na relação entre os harmônicos como visto na Figura 3.21d e por consequência, afeta a faixa dinâmica da medida do método.



modulador de FBG

Como dito anteriormente o modulador de FBG utilizado introduz uma distorção harmônica de segunda ordem na modulação, devido a este fato as simulações foram refeitas considerando uma distorção d = 10%, como mostra a Figura 3.22.



Figura 3.22 - Amplitude dos harmônicos em função da largura de banda da LPG com d = 10%.

Como visto no tópico anterior a distorção do modulador de FBG sobre H_1^d é desprezível, desta forma para H_1^d não há alteração, porém H_2^d passa a ser muito semelhante a H_1^d e quando a relação entre os harmônicos H_1^d e H_2^d é calculada, como pode ser visto na Figura 3.22d percebe-se que a variação de $\Delta\lambda_{LPG}$ terá maior influência quando *S* aumenta, ou seja nos extremos da banda de absorção e que uma LPG com menor largura de banda $\Delta\lambda_{LPG}$ terá uma variação de H^d maior, pois quando a banda de absorção da LPG é mais estreita, a demodulação passa a ocorrer em uma região mais inclinada da banda de absorção da LPG o que gera mais distorção, aumentando o valor de H_2^d .

3.3.4 Influência do Nível de Modulação A_m na Amplitude dos Harmônicos.

A amplitude de modulação da FBG, A_m , é diretamente proporcional à amplitude do sinal elétrico aplicado ao modulador de FBG e terá influência direta sobre a amplitude dos harmônicos, como pode ser visto na Figura (3.23).



Figura 3.23 - Amplitude dos harmônicos em função da amplitude de modulação.

Variando o valor de A_m entre 0.2 a 0.6 nm percebe-se que a amplitude de H_1^d aumenta proporcionalmente a A_m mas H_2^d tem comportamento distinto para cada valor. Verifica-se que

o ponto em que H_2 tende a zero varia com o valor de A_m . Com $A_m = 0.2 nm$, por exemplo, H_2^d tende a zero quando $\lambda_r = \lambda_c$, mas à medida que A_m aumenta, este ponto se afasta proporcionalmente. Isto influência o ponto em que H^d tende ao infinito, assim, quanto maior o valor de A_m maior o intervalo de inversão de polaridade de H^d . Por outro lado, quando A_m é muito pequeno H^d se torna muito plana, porém reduzindo a sensibilidade.

3.3.5 Influência da Profundidade da LPG na Amplitude dos Harmônicos.

Como dito anteriormente ao se fazer a relação entre os harmônicos a relação de dependência de λ_r com a profundidade da LPG deixa de existir. Assim, este tópico estuda como a profundidade de atenuação da LPG influencia na amplitude dos harmônicos e na relação entre estes.



Figura 3.24 - Banda de absorção de algumas LPGs e seus parâmetros.

O gráfico da Figura 3.24 foi construído a partir dos parâmetros extraídos das LPGs estudadas, onde pode ser visto como o parâmetro *m*, descrito na seção 3.2.1 influencia a profundidade de atenuação da LPG. A Figura 3.25 mostra curvas com $m = 0.84, 0.92, 0.96 \ e$ 0.98 que equivalem a amplitudes de 8, 11, 14 e 17 dB de atenuação respectivamente, mantendo constantes os parâmetros como largura de banda de 3dB, $\Delta\lambda_{LPG} = 16.65 \ nm$, $A_m = 0.44 \ nm$, $m = 0.84, Ad = 0 \ nm \ e \ \lambda_c = 1540 \ nm$.



Figura 3.25 - Amplitude dos harmônicos em função do parâmetro m.

Na Figura 3.21 mostra como o parâmetro *m* afeta cada um dos harmônicos. Percebe-se que o nível *DC* é diretamente proporcional à amplitude da gaussiana e que os harmônicos H_1^d e H_2^d sofrem atenuações muito pequenas < 0,5*dB* para cada 3*dBs* de atenuação da curva gaussiana. Constata-se, ainda, na Figura 3.21, que a relação entre os harmônicos H^d , não sofre qualquer tipo de influência da amplitude de atenuação da LPG como esperado.

3.4 Solução da Equação do Modelo.

As equações (3.26) e (3.27) demostram que as amplitudes do primeiro e segundo harmônicos dependem de todos os parâmetros envolvidos, tais como a potência da fonte ótica e todas as perdas de inserção apresentadas no experimento P_0 , o parâmetro *m* relacionado com a amplitude de atenuação no comprimento de onda de ressonância, a amplitude de modulação A_m , a amplitude das distorções do modulador de FBG A_d , o parâmetro *a* que está relacionado com a largura de banda espectral de 3 dB da LPG $\Delta \lambda_{LPG}$ e o deslocamento *S*.

Como citado anteriormente, é importante notar que a distorção harmônica do sinal elétrico detectado V(t), ou seja, a amplitude dos harmônicos em (3.26) e (3.27) é função do deslocamento $S = \lambda_r - \lambda_c$ e que esse deslocamento depende do índice de refração da solução em que a LPG está imersa. Então, fica evidente que medindo as amplitudes dos dois primeiros harmônicos de V(t) e comparando-os com as expressões (3.26) e (3.27), é possível obter o índice de refração em que a LPG está imersa. Nota-se, também, que as expressões (3.26) e (3.27) dependem de P₀ e m, e que estes valores podem variar ao longo do

experimento, resultando num erro para o cálculo do índice de refração. No entanto, percebe-se que a **relação** entre as amplitudes dos harmônicos (3.26) e (3.27) independe de P_0 e m, uma vez que estes termos são eliminados na divisão (3.35). As equações (3.35) e (3.36) são reproduzidas aqui como (i) e (ii).

$$H^{d}(S,t) = \frac{H_{1}^{d}(S,t)}{H_{2}^{d}(S,t)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}aA_{m}e^{-aS^{2}}[A_{d}(2-4aS^{2})+2aA_{d}^{2}(-3+2aS^{2})S+(4-3aA_{m}^{2}+2a^{2}A_{m}^{2}S^{2})S]mP_{0}}{\frac{1}{2}ae^{-aS^{2}}\{A_{m}^{2}[1+4a^{2}A_{d}S^{3}-2aS(3A_{d}+S)]+A_{d}(4-3aA_{d}^{2}+2a^{2}A_{d}^{2}S^{2})S\}mP_{0}}.$$
 (i)

Considerando constantes os parâmetros A_m , A_d e a, chamando de $H^d = H_1^d/H_2^d$ a relação entre as expressões (3.26) e (3.27), tem-se que

$$H^{d}(S,t) = \frac{A_{m}[A_{d}(2-4aS^{2})+2aA_{d}^{2}(-3+2aS^{2})S+(4-3aA_{m}^{2}+2a^{2}A_{m}^{2}S^{2})S]}{A_{m}^{2}[1+4a^{2}A_{d}S^{3}-2aS(3A_{d}+S)]+A_{d}(4-3aA_{d}^{2}+2a^{2}A_{d}^{2}S^{2})S}$$
(ii)

Em uma breve manipulação algébrica, pode-se expandir as equações e agrupar os termos semelhantes em função de *S*, chegando a

$$=\frac{\left(4a^{2}A_{d}^{2}A_{m}+2a^{2}A_{m}^{3}\right)S^{3}+\left(-4aA_{d}A_{m}\right)S^{2}+\left(4A_{m}-6aA_{d}^{2}A_{m}-3aA_{m}^{3}\right)S+2A_{d}A_{m}}{\left(2aA_{d}^{3}+4a^{2}A_{d}A_{m}^{2}\right)S^{3}+\left(-2aA_{m}^{2}\right)S^{2}+\left(4A_{d}-3aA_{d}^{3}-6aA_{d}A_{m}^{2}\right)S+A_{m}^{2}},$$
(3.37)

Denominando $k_{04} = 4a^2 A_d^2 A_m + 2a^2 A_m^3$, $k_{03} = -4aA_d A_m$, $k_{02} = 4A_m - 6aA_d^2 A_m - 3aA_m^3$, $k_{01} = 2A_d A_m$ e $k_{24} = 2aA_d^3 + 4a^2A_d A_m^2$, $k_{23} = -2aA_m^2$, $k_{22} = 4A_d - 3aA_d^3 - 6aA_d A_m^2$, $k_{21} = A_m^2$, chega-se a uma relação entre dois polinômios de 3º grau

$$H^{d}(S) = \frac{K_{04} \cdot S^{3} + K_{03} \cdot S^{2} + K_{02} \cdot S + K_{01}}{K_{24} \cdot S^{3} + K_{23} \cdot S^{2} + K_{22} \cdot S + K_{21}}.$$
(3.38)

Por uma questão didática será desenvolvida aqui uma solução analítica da Equação (3.38). Porém, esta equação pode ser facilmente resolvida por um algoritmo de cálculo numérico, o qual não é mostrado neste trabalho. Então passaremos a apresentar a solução analítica da Equação (3.38).

Para encontrar a solução da Equação (3.38), λ_c será mantido constante em 1540 nm e λ_r será variado entre 1520 e 1560 nm. Como $S = \lambda_c - \lambda_r$, $-20 \text{ nm} \le S \le 20 \text{ nm}$. Para a simulação e para um determinado valor de S dentro do intervalo $-20 nm \le S \le 20 nm$, serão calculados o primeiro e segundo harmônicos H_1 e H_2 através das Equações (3.26) e (3.27), e desta forma calcula-se

$$H = \frac{H_1}{H_2}.$$
 (3.39)

Em um caso experimental os valores dos harmônicos H_1 e H_2 são lidos diretamente do espectro do sinal elétrico detectado V(t) da Figura (3.1), como será visto na Seção 4.5. O valor obtido a partir da Equação (3.39) é então confrontado com a Equação (3.38) tal que

$$\frac{K_{04} \cdot S^3 + K_{03} \cdot S^2 + K_{02} \cdot S + K_{01}}{K_{24} \cdot S^3 + K_{23} \cdot S^2 + K_{22} \cdot S + K_{21}} = H.$$
(3.40)

Desta forma, as soluções para *S* (três soluções) são calculadas pela Equação (3.40) para o valor de *H* obtido em (3.39). Perceber que como $S = \lambda_c - \lambda_r$, as soluções para *S* apontam para as possíveis soluções de λ_r . O procedimento acima descrito será repetido para diversos valores de *S* no intervalo $-20 nm \le S \le 20 nm$, obtendo-se os respectivos valores de *H*, através da Equação (3.39) e que por sua vez geram diversas soluções para *S* da Equação (3.40) para cada valor de *H* calculdo. Perceber que, uma vez que a Equação (3.40) é uma equação de 3° grau, para cada valor de *H* serão obtidas três soluções para *S*. A Figura 3.26 mostra, no eixo vertical, as soluções de *S* calculadas através da Equação (3.40) para os valores de *H* obtidos pela Equação (3.39). Já no eixo horizontal da Figura 3.26 são mostrados os valores de $-20 nm \le S \le 20 nm$ usados para o calculo de *H* da Equação (3.40) é um reta de 45°, uma vez que se espera que o mesmo valor de *S* usado para gerar um determinado valor de *H* pela Equação (3.39) gere como solução da Equação (3.40) o mesmo valor de *S*.



Na Figura 3.26 os valores das soluções da Equação (3.40) são denominados como $S_1, S_2 \, e \, S_3$. Percebe-se na Figura 3.26 que S_1 (em azul) possui valores que estão dentro e fora do lugar geométrico mencionado, ou seja, os valores de S_1 que realmente representam a solução esperada estão na faixa entre $-8 \le S_1 \le 8$. De igual modo S_2 (em vermelho) só possui valores que representam a solução esperada na faixa de valores entre $-20 \ge S_2 \le -8$ e $8 \ge S_2 \le 20$ e S_3 não possui valores que contribuam para solução. Então, o lugar geométrico das soluções está divido em três partes com valores em $S_1 \, e \, S_2$, o que torna necessário o uso de um algoritmo de decisão para a escolha do valor correto em cada ponto do lugar geométrico mencionado.

Por outro lado, se os termos de terceiro grau da Equação (3.40) forem desprezados e se optarmos por uma simples solução de segundo grau, haverá a redução da quantidade de soluções de três para dois e uma simplificação dos procedimentos de decisão da escolha da solução correta. Então, reduzindo a Equação (3.40) a um único polinômio de 2º grau, chegase a

$$\frac{K_{03} \cdot S^2 + K_{02} \cdot S + K_{01}}{K_{23} \cdot S^2 + K_{22} \cdot S + K_{21}} = H,$$
(3.41)

que desenvolvendo obtem-se

$$aS^2 + bS + c = 0, (3.42)$$

onde,

$$\begin{array}{l}
(a = k_{23}H - k_{03}, \\
b = k_{22}H - k_{02}, \\
c = k_{21}H - k_{01},
\end{array}$$
(3.43)

em que a solução pode ser obtida por

$$S_{1} = \frac{-b + \sqrt{b^{2} - 4ac}}{2a},$$

$$S_{2} = \frac{-b - \sqrt{b^{2} - 4ac}}{2a}.$$
(3.44)

Desta forma, e mostrando as soluções da Equação (3.42) na Figura 3.27, percebe-se que o lugar geométrico das soluções estará dividido apenas em duas partes, ou seja, S_1 corresponderá ao intervalo entre $-2 \le S_1 \le 20$ e S_2 ao intervalo $-20 \ge S_2 \le -2$.



Ainda na Figura 3.27 pode ser visto no eixo vertical à direita a variação de fase de H_2 . Nota-se que a variação de fase do harmônico corresponde justamente ao ponto em que os valores para a solução de S passa da raiz S_1 para S_2 e, portanto, a fase de H_2 pode ser utilizada como referência para decisão na escolha da raiz que corresponde ao resultado esperado. Como visto na Seção 3.3.2 do Capítulo 3, a fase de H_2 é influenciada pela distorção harmônica do modulador e ocorrerá em pontos diferentes do intervalo $-20 nm \le S \le 20 nm$, tendendo a S = 0 nm quanto maior for a distorção harmônica do modulador. De igual modo, ocorre uma influência desta distorção sobre as raízes S_1 e S_2 , alterando o intervalo que cada solução ocupa no lugar geométrico. Desta forma, a inversão de fase de H_2 sempre corresponde ao ponto em que o valor esperado das raízes comuta entre S_1 e S_2 . Pode ser visto também na Figura 3.27 um insert que corresponde a uma ampliação da região de decisão mencionada e que esta região apresenta uma largura espectral de aproximadamente 0,0001 *nm*.

Desta forma, nesta Seção mostrou-se que a Equação (3.41) é uma expressão autoreferenciada, uma vez que independe de P_0 e m. Tem-se ainda que a Equação (3.41) é uma expressão simples em função de S, de cujas raízes são obtidos os possíveis valores de λ_r , uma vez que λ_c é conhecido.



3.5 Simulador.



Com base nas simulações citadas, foi possível desenvolver um programa em Matlab® capaz de calcular os harmônicos a partir das Equações (3.26) e (3.27) considerando os parâmetros extraídos pela aproximação gaussiana da LPG e também simular, em tempo real, como cada um destes parâmetros influencia a interrogação. O programa calcula a relação entre os harmônicos e encontra λ_r através da Equação (3.41) e o índice de refração por correlação a $n(\lambda)$, como será detalhado no capítulo 4. Na Figura 3.28 pode-se ver que é possível visualizar o desvio do comprimento de onda provocado por A_m . A amplitude e a forma de onda do sinal demodulado, a FFT do sinal e a curva gaussiana plotada como um *fit* da banda de absorção da LPG. Também é possível verificar como os parâmetros $\Delta\lambda_{LPG}$ e a distorção do modulador influenciam os valores calculados e a assertividade dos valores de λ_r e *n*.

O código completo do simulador encontra-se no Anexo 1.

CAPÍTULO 4 - VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO PROPOSTO

Neste capítulo serão descritos os procedimentos para a realização do experimento de validação do modelo proposto. Na Seção 4.1 é feita a descrição geral da configuração do experimento descrevendo cada componente. A Seção 4.2 descreve a montagem e o funcionamento do modulador de FBG (modulador de comprimento de onda), as distorções inerentes ao seu funcionamento e a metodologia para a medição e a redução destas distorções. Em seguida, na Seção 4.3 é feita a descrição da metodologia para caracterização e escolha da rede LPG que é utilizada como elemento sensor de índice de refração no experimento. A escolha da rede FBG que compõe o modulador é detalhada na Seção 4.4 e na Seção 4.5 é mostrado o Programa Interrogador desenvolvido em LabView responsável pela interrogação da LPG. Por fim, na Seção 4.6 são mostrados os resultados dos experimentos.

4.1 Configuração do Experimento.

A Figura 3.1 é aqui reapresentada como a Figura 4.1 por questões didáticas para facilitar o entendimento da configuração experimental.



Figura 4.1 - Configuração experimental para validação da técnica de interrogação de LPG proposta.

Na Figura 4.1 a fonte ASE utilizada foi o modelo ASE –FL7006-15, com largura de banda entre 1530 e 1610 nm. O espectro ótico típico da fonte ASE utilizada pode ser visto na Figura

4.2. Um Analisador de Espectro Ótico (OSA – *Optical Spectrum Analyzer*) YOKOGAWA modelo AQ6370B com faixa dinâmica de 600 a 1700 nm e resolução de 0.02 nm foi utilizado para caracterizar as redes FBG e LPGs e também como referência em todos os experimentos. O fotodetector utilizado foi o modelo InGaAs PDA10CS com sensibilidade espectral entre 700 a 1800 nm. Este detector possui uma escala de ganho de 0 a 60 dB. Todas as medidas aqui apresentadas utilizando este detector foram feitas com o ganho ajustado em 30 dB.



O sinal elétrico presente na saída do fotodetctor PDA10CS é convertido em sinal digital através do conversor analógico-digital DAQ NI USB-6210 e entregue a um computador PC através da porta USB, onde os dados são processados em ambiente computacional Matlab[®] e LabView[®].

4.2 O Modulador de FBG.

Para o modulador foi utilizado um microposicionador PZT de disco duplo da Physik Instrumente[©] modelo P-289.2 que pode ser visto na Figura 4.3.



Figura 4.3 - Microposicionador de disco duplo modelo P-289.2 [79].

Quando uma tensão elétrica é aplicada a um componente piezocerâmico, esta provoca uma deformação geométrica. O movimento obtido é função da polaridade da tensão aplicada e da direção da polarização da cerâmica piezoelétrica. A deformação do microposicionador P-289.2 para a tensão elétrica aplicada é esquematizada na Figura 4.4.



Figura 4.4 – Deformação longitudinal do microposicionador P-289.2 em função do sinal elétrico aplicado.

Para a montagem do modulador de FBG (modulador de comprimento de onda), uma rede FBG foi fixada entre as duas placas de cerâmicas piezoelétricas do dispositivo. Desta forma, quando um sinal de tensão elétrica é aplicado ao dispositivo, este distende a rede FBG fixada entre os discos do microposicionador, alterando a periodicidade da rede e, portanto, o comprimento de onda refletido. Então ao aplicar um sinal de tensão elétrico com variação harmônica. é produzida uma deformação periódica do microposicionador e. consequentemente, uma modulação harmônica do comprimento de onda refletido pela rede FBG. Este é sinal ótico refletido pela rede FBG, é uma portadora ótica com comprimento de onda modulado, cujo comprimento de onda instantâneo é representado por $W_d(t)$, mostrado na Equação (3.20) estudado no Capítulo 3. A Figura 4.5a mostra o comprimento de onda instantâneo $W_d(t)$ a partir da Equação (3.20) com os de $\lambda_c = 1540 nm$, $A_m = 0.44 nm$, f = 1800Hz e $A_d = 0.052 nm$. Já a Figura 4.5b mostra o mesmo sinal no domínio do comprimento de onda através da medida feita no analisador de espectro ótico, na qual foi utilizada um rede FBG com largura de banda de 0.25 nm.



Figura 4.5 – (a) Comprimento de onda instantâneo provocado pelo modulador de FBG; (b) medida do comprimento de onda instantâneo usando Analisador de Espectro Ótico.

Um fator a ser discutido é a origem da distorção do modulador de FBG. Uma hipótese é que a fibra ótica fixada entre as placas do modulador atuará como uma carga não linear, que se oporá ao movimento de distensão, armazenando energia cinética que será liberada no momento em que as placas do modulador inverter seu movimento. Como pode ser visto na Figura 4.5, o comprimento de onda instantâneo segue uma composição harmônica, que é melhor representada por $W_d(t)$, mostrado na Equação (3.20). Este comportamento se traduz em uma distorção na modulação.

Com o objetivo de reduzir este efeito, o modulador de FBG foi montado em um anel *Dove Tail* fixado em uma plataforma com ajuste lateral sobre um trilho como mostrado na Figura 4.6. Uma extremidade da fibra foi presa a um suporte fixo e a outra extremidade foi presa a um suporte em uma plataforma de deslocamento manual com precisão de ajuste 0.02 mm.



Figura 4.6 - Montagem do modulador de FBG.

O modulador de FBG foi ligado a um Gerador de Sinais ajustado para gerar um sinal harmônico de 1800 Hz com 4 Vpp e nível DC de 2V. Utilizando a configuração da Figura 4.1, mas ainda sem a LPG, o espectro da FBG modulada foi observado no analisador de espectro ótico OSA, enquanto a plataforma de deslocamento foi cuidadosamente ajustada até que o espetro da FBG modulada apresentasse a menor distorção harmônica possível. A Figura 4.7 mostra o espectro da FBG modulada com minimização da distorção harmônica.



Figura 4.7 – Medida do comprimento de onda instantâneo com a minimização da distorção harmônica.

Ao mesmo tempo, e para a medida da distorção harmônica presente no sinal elétrico detectado, o sinal modulado em comprimento de onda foi submetido à região linear de uma LPG. Através de análise espectral, como pode ser visto na Figura 4.8, uma distorção harmônica de 3,5% foi medida.



Figura 4.8 - Programa desenvolvido em Matlab para análise da distorção harmônica do modulador.

Percebe-se na captura de tela mostrada na Figura 4.8 que há uma distorção no segundo harmônico com amplitude muito maior que das componentes de ordem superior. Esta observação permitiu modelar a distorção harmônica conforme a Equação (3.20).

Assim, tendo em vista a FBG escolhida para nosso experimento de validação do modelo, e as características de resposta em frequência do microposicionador P-289.2 podemos resumir as principais características do modulador de FBG na Tabela 4.1.

Frequência de Ressonância do PZT's	1800 Hz
Largura de Banda Espectral da FBG a 3 dB ($\Delta \lambda_{FBG}$)	0,25 nm
Comprimento de Onda Central da FBG (λ_c)	1541.12 nm
Tensão de alimentação AC/DC	4Vpp/2V
Amplitude de Modulação em Comprimento de Onda (A_m)	0.44 nm
Amplitude da distorção harmônica (A_d)	0.015 nm (3.5%)

Tabela 4.1 - Características do modulador de FBG

4.3 Caracterização da Rede LPG.

Para a realização dos ensaios em laboratório, para a validação do modelo aqui desenvolvido, é necessário inicialmente que a LPG tenha seus parâmetros caracterizados. A LPG será o elemento sensor de índice de refração e, portanto, as substâncias que serão referências também necessitam ser caracterizadas. Desta forma, foram utilizadas soluções de Etileno Glicol em água em diversas concentrações, de 0 a 100%, e os índices de refração

destas substâncias foram aferidos em Refratômetro de Abbe, cujos valores são mostrados na Tabela 4.2.

Solução	Concentração de Etileno Glicol (%)	Índice de refração (n)
Ar	-	≈ 1
Água Destilada	0	1.333
Solução 1	25	1.359
Solução 2	50	1.384
Solução 3	60	1.394
Solução 4	66.6	1.400
Solução 5	71.4	1.405
Solução 6	80	1.414
Etileno Glicol	100	1.429

Tabela 4.2 – Soluções de Etileno Glicol em Água Destilada.

Diversas LPGs foram caracterizadas e tiveram suas características comparadas. As LPGs foram submersas em cada uma das soluções de Etileno Glicol em água mostradas na Tabela 4.2. Seus espectros óticos foram lidos no OSA e posteriormente analisados, onde foi feita o ajuste da banda de absorção da LPG a uma curva gaussiana. Desta aproximação foram obtidas as informações de largura de banda de 3 db $\Delta\lambda_{FBG}$, e profundidade normalizada da perda da LPG *m*, em função do comprimento de onda de ressonância λ_r para cada substância da Tabela 4.2. A Figura 4.9 mostra a banda de absorção da LPG, aqui denominada de N01.



Figura 4.9 - Banda de absorção da LPG N01

Na Figura 4.10 é mostrado o ajuste gaussiano da banda de absorção da LPG N01 quando esta exposta ao ar livre (índice de refração externo \approx 1). Os valores obtidos através do ajuste para esta LPG foram: comprimento de onda de ressonância ao ar livre $\lambda_r = 1573,75 nm$, largura de banda de 3db $\Delta \lambda_{FBG} = 19.95 nm$, portanto a = 0,008 nm, e o valor da profundidade normalizada da perda da LPG m = 0,824.



A Figura 4.11 mostra o ajuste gaussiano da LPG N01 para cada solução de Etileno Glicol em água destilada, conforme Tabela 4.2.



Figura 4.11 - Curvas de ajuste gaussiano da LPG N01 para cada solução de Etileno Glicol em água

O comprimento de onda de ressonância λ_r para cada substância foi lido no OSA e seus valores foram anotados na Tabela 4.3.

Solução	Concentração de Etileno Glicol (%)	Índice de refração (n)	λ_{r} (nm)
Ar	-	≈ 1	1573,35
Água Destilada	0	1.333	1567,82
Solução 1	25	1.359	1567,05
Solução 2	50	1.384	1564,23
Solução 3	60	1.394	1563,19
Solução 4	66.6	1.400	1562,52
Solução 5	71.4	1.405	1561,94
Solução 6	80	1.414	1560,496
Etileno Glicol	100	1.429	1558,25

Tabela 4.3 – Comprimento de onda λ_r em função do índice de refração para LPG N01.

Da mesma forma, mais três LPGs foram caracterizadas e suas curvas são vistas nas Figuras 4.12, 4.13 e 4.14 para LPG N02, LPG N03 e LPG N04, respectivamente.



Figura 4.12 - Curvas de ajuste gaussiano da LPG N02 para cada solução de Etileno Glicol em água.

A Tabela 4.4 mostra os valores de λ_r da LPG N02 para cada substância. Os valores extraídos pelo ajuste gaussiano para esta a LPG N02 foram: $\overline{\Delta\lambda_{FBG}} \approx 22.087 nm$ e m = 0.789.

Solução	Concentração de Etileno Glicol (%)	Índice de refração (<i>n</i>)	λ_{r} (nm)
Ar	-	≈ 1	1582,47
Água Destilada	0	1.333	1576,49
Solução 1	25	1.359	1575,89
Solução 2	50	1.384	1573,44
Solução 3	60	1.394	1572,71
Solução 4	66.6	1.400	1571,94
Solução 5	71.4	1.405	1571,25
Solução 6	80	1.414	1570,7
Etileno Glicol	100	1.429	1566,47

Tabela 4.4 - Comprimento de onda λ_r em função do índice de refração para LPG N02.



Figura 4.13 - Curvas de ajuste gaussiano da LPG N03 para cada solução de Etileno Glicol em água.

A Tabela 4.5 mostra os valores de λ_r da LPG N03 para cada substância e os valores extraídos pelo ajuste gaussiano para a LPG N03 foram: $\overline{\Delta\lambda_{FBG}} \approx 17.37 \text{ nm e } m = 0.767.$

Solução	Concentração de Etileno Glicol (%)	Índice de refração (n)	λ_{r} (nm)
Ar	-	≈ 1	1570,69
Água Destilada	0	1.333	1564,25
Solução 1	25	1.359	1563,12
Solução 2	50	1.384	1560,18
Solução 3	60	1.394	1559,17
Solução 4	66.6	1.400	1558,3
Solução 5	71.4	1.405	1557,73
Solução 6	80	1.414	1556,65
Etileno Glicol	100	1.429	1551,91

Tabela 4.5 - Comprimento de onda λ_r em função do índice de refração para LPG N03.

E finalmente a Figura 4.14 mostra as curvas de ajuste gaussiano da LPG N04 para cada solução de Etileno Glicol em água.



Figura 4.14 – Curvas de ajuste gaussiano da LPG N04 para cada solução de Etileno Glicol em água.

A Tabela 4.6 mostra os valores de λ_r para a LPG N04 e os valores extraídos pelo ajuste gaussiano para a LPG N04 foram: $\Delta\lambda_{FBG} \approx 16.65 nm$ e m = 0.84.

Solução	o Concentração de Índice de Etileno Glicol (%) refração (<i>n</i>)		λ_r (nm)
Ar	-	≈ 1	1560.1
Água Destilada	0	1.333	1554.3
Solução 1	25	1.359	1553.12
Solução 2	50	1.384	1551.17
Solução 3	60	1.394	1550
Solução 4	66.6	1.400	1549.34
Solução 5	71.4	1.405	1548.8
Solução 6	80	1.414	1548.3
Etileno Glicol	100	1.429	1542.7

Tabela 4.6 - Medidas do índice de refração em função de λ_r da LPG N04 para diferentes soluções.

Em seguida, foi feita a comparação entre os parâmetros de cada LPG. Na Figura 4.15 é visto a comparação do comportamento do comprimento de onda de ressonância λ_r com índice de refração externo para cada LPG caracterizada. Note que a Figura 4.15 mostra, por conveniência, o índice de refração externo em função do comprimento de onda de ressonância. Esta função inversa é importante para o obtenção do índice de refração pelo sensor que utiliza a técnica de interrogação apresentada neste trabalho. Perceber que a solução da Equação (3.41) apresentada no Capítulo 3 aponta para o comprimento de onda de ressonância da LPG, e é necessário relacionar este comprimento de onda de ressonância com o índice de refração externo no qual a LPG está imersa.



Percebe-se que em todas as LPGs experimentadas, a função inversa $n(\lambda_r)$ apresenta o mesmo comportamento. Então $n(\lambda_r)$ será modelada através de uma função genérica, tal que

$$n(\lambda_r) = A_0 + \sum_{k=1}^4 A_k e^{\frac{(\lambda_r - \lambda_k)}{t_k}}, \qquad (4.1)$$

que através da substituição de dos parâmetros livres A_k , t_k e λ_k poderá ser utilizada para qualquer das LPGs caracterizadas. Para a LPG N04, que será a rede utilizada nos próximos experimentos, os valores dos parâmetros livre para a Equação (4.1) são apresentadas na Tabela 4.7.

k	A _k	t _k	λ_k
0	1.451	-	-
1	0,0125	45,00	1543,54
2	0,0135	4,80	1547,00
3	0,0115	5,70	1554,35
4	0,0034	1,64	1555,00

Tabela 4.7 – Parâmetros para a expansão da Equação (4.1).

4.4 Escolha e Caracterização da Rede FBG.

A escolha da FBG para o experimento levou em consideração o comprimento de onda central da FBG em relação ao comprimento de onda de ressonância da LPG quando esta estivesse exposta ao ar livre. Para isto, foi observado qual deveria ser o comprimento de onda central da FBG para que esta permanecesse totalmente dentro da banda de absorção da LPG N04 para todas as substâncias da Tabela (4.6) que seriam utilizadas no experimento. Desta forma, como a LPG N04 escolhida possui comprimento de ressonância λ_r , em torno de

1560.8 nm, ao ar livre na temperatura ambiente e 1542.7 nm para 100% de Etileno Glicol, foi escolhida uma FBG com comprimento de onda de ressonância λ_c em torno de 1540 nm. O espectro da FBG escolhida podem ser visualizados na Figura 4.16.



Figura 4.16 - Caracterização da FBG utilizada no experimento.

A FBG foi levemente distendida ao ser fixada no modulador de FBG. Desta forma, seu comprimento de onda sofreu uma pequena alteração, passando a ser de 1541.12 nm, como visto na Figura 4.17.



Por fim, é visto na Figura 4.18 o espectro ótico da LPG N04 com a FBG escolhida. Nota-se a posição estratégica da FBG para o máximo aproveitamento da banda de absorção.



Uma vez que o comprimento de onda de ressonância da FBG foi definido e, nas condições experimentais acima mencionadas $\lambda_c = 1541.12$ nm, então é mostrado na Tabela 4.8 o valor de *S*, sendo $S = \lambda_c - \lambda_r$, para cada valor de λ_r presente na Tabela 4.6.

Solução	Concentração de Etileno Glicol (%)	Índice de refração (<i>n</i>)	λ_r (nm)	$S = \lambda_c - \lambda_r (\mathrm{nm})$
Ar	-	≈ 1	1560.8	-19.68
Água Destilada	0	1.333	1554.3	-13.18
Solução 1	25	1.359	1553.12	-12
Solução 2	50	1.384	1551.17	-10.05
Solução 3	60	1.394	1550	-8.88
Solução 4	66.6	1.400	1549.34	-8.22
Solução 5	71.4	1.405	1548.8	-7.68
Solução 6	80	1.414	1548.3	-7.17
Etileno Glicol	100	1.429	1542.7	-1.58

Tabela 4.8 – Inclusão da Variável S na Tabela para cada substância.

Com todos os elementos caracterizados e o *setup* montado, pode-se passar a aquisição e processamento dos dados.

4.5 Programa Interrogador.

Para realizar a interrogação da LPG utilizando a técnica de interrogação apresentada neste trabalho e encontrar o índice de refração da substância à qual a LPG está imersa, foi desenvolvida uma interface de usuário na plataforma LabView como mostrado na Figura 4.21.

Como citado na Seção 3.1, o sinal ótico demodulado $P_{out}^d(S,t)$, conforme a Equação (3.21), é detectado pelo fotodetector que o converte em um sinal elétrico $V_d(S,t)$. Este sinal é então convertido em sinal digital através da placa de aquisição de dados DAQ da *National Instruments* para ser processado em um microcomputador PC.



Figura 4.19 - Interrogador montado na plataforma LabView.

O sinal digital proveniente do DAQ é lido pelo programa LabView através do módulo DAQ *Assistant*. Neste modulo a taxa de amostragem e o número de amostras são variáveis de entrada introduzidas pelo usuário do programa. O sinal modulado no domínio do tempo $V_d(S, t)$, pode ser visualizado na interface do Programa Interrogador em tempo real através do Modulo de Propriedades Gráficas (*Graph Properties*) configurado como osciloscópio, como pode ser visto na Figura 4.21.



Figura 4.20 - Modulo de aquisição de dados e FFT do LabView.

Este sinal então é processado no módulo *Spectral Measurements* que realiza a FFT (*Fast Fourier Transform* – Transformada Rápida de Fourier) como visto na Figura 4.22. O sinal de saída deste módulo, já no domínio da frequência, pode ser visualizado através do Modulo de Propriedades Gráficas configurado como Analisador de Espectro. A leitura dos primeiro e segundo harmônicos H_1 e H_2 , necessários para o cálculo de $H = H_1/H_2$ conforme Equação (3.39) é feita pelo módulo *Extraction Portion of Signal*, mostrado na Figura 4.23. Nesta mesma figura um módulo matemático realiza a relação entre H_1 e H_2 e o resultado é encaminhado ao módulo de processamento matemático, denominado no Labview de *MathScript Node* mostrado na Figura 4.24, para ser utilizado na solução da Equação (3.41).


Figura 4.21 - Módulo de extração dos harmônico a partir do sinal no domínio da frequência.

O *MathScript Node* visto na Figura 4.24 é uma interface com o MatLab que permite aqui resolver a Equação (3.41), e neste caso usando a Equação (3.44). As variáveis de entrada a, que está relacionada à $\Delta\lambda_{LPG}$, A_m que é a amplitude de modulação do modulador de FBG, d que está relacionada com a amplitude da distorção $A_d = d \cdot A_m$, e a frequência de modulação f, são introduzida pelo usuário através da interface gráfica uma vez que são necessárias para a solução da Equação (3.41) e que nos leva às possíveis soluções para o comprimento de onda de ressonância da LPG.



Figura 4.22 - Modulo de processamento matemático.

É também através do módulo de processamento matemático mostrado na Figura 4.24 que o índice de refração ao qual a LPG está imersa é calculado. A equação inversa $n(\lambda_r)$ apresentada na Equação (4.1) está inserida no módulo de processamento matemático juntamente com seus respectivos parâmetros mostrados na Tabela 4.7.

O programa completo encontra-se no Anexo 2.

4.6 Medidas Experimentais e Análise dos Resultados

Durante o experimento, a LPG N04 escolhida como elemento sensor para a validação do modelo matemático da técnica de interrogação aqui mostrada foi submersa em cada substância da Tabela 4.2. Para validar o comprimento de ressonância λ_r calculado pelo Programa Interrogador mostrado na seção anterior, este foi comparado com o valor lido diretamente no OSA. Na primeira coluna da Tabela 4.9 são mostradas as diversas substâncias nas quais a LPG N04 foi submersa para os diversos experimentos de validação, e seus respectivos índices de refração apresentados na segunda coluna. Os valores experimentais do comprimento de onda de ressonância da LPG N04 para as diversas substâncias foram lidos diretamente no OSA e anotados na terceira coluna da Tabela 4.9, e o valor de $S = \lambda_c - \lambda_r$ anotados na quarta coluna. Usando o Programa Interrogador, o valor de S como solução para a Equação (3.41) foi calculado e anotado na quinta coluna da Tabela 4.9. Através de $S = \lambda_c - \lambda_c$ λ_r os valores calculados pelo Programa Interrogador para o comprimento de onda λ_r foram anotados na sexta coluna. Finalmente, os índices de refração calculados pelo Programa Interrogador para as diversas substâncias experimentadas foram anotados na sétima coluna. As variáveis de entrada utilizadas no Programa Interrogador foram Taxa de amostragem = 20000 /s, N° de amostras = 1000, tempo de amostragem de 5 ms, a = 0.01, $A_m =$ 0.44 nm, d = 3.35% para o calculo de $A_d = d \cdot A_m$, e $\lambda_c = 1541.12$ nm.

Valores Experimentais				Valores Calculados		
Substâncias usadas	n	λ_r	S	Solução de (3.41)	λ_r	n
Ar	1	1560,8	-19.68	-21,92	1562,04	≈1
Água	1,333	1554,3	-13.18	-13,31	1554,43	1,335
25%	1,359	1553,12	-12	-12,06	1553,18	1,357
50%	1,384	1551,17	-10.05	-9.89	1551,01	1,384
60%	1,394	1550,04	-8.88	-9,23	1550,35	1,395
66,6%	1,4	1549,34	-8.22	-8,23	1549,35	1,401
71,40%	1,405	1548,8	-7.68	-7,54	1548,66	1,405
80%	1,414	1548,3	-7.17	-7,13	1548,25	1,408
100%	1,429	1542,7	-1.58	-1,49	1542,61	1,430

Tabela 4.9 - Comparação entre valores experimentais lido no OSA e valores calculados através do modelo matemático.

Como dito anteriormente na LPG N04 escolhida para este experimento, os índices de refração das substâncias utilizadas fazem com que o λ_r seja sempre maior que λ_c , ou seja, S < 0 como verificado na quarta coluna da Tabela 4.9. A terceira e sexta colunas desta tabela mostram, respectivamente, os valores experimentais e os valores obtidos pelo Programa Interrogador para o comprimento de onda de ressonância da LPG N04 quando imersa nas diversas substâncias utilizadas. Note que o maior erro percentual no calculo do comprimento de onda de ressonância mostrado na sexta coluna foi de 0,08% e que corresponde ao experimento em que a LPG N04 estava imersa no ar. Já para os outros experimentos em que a LPG N04 estava imersa em soluções aquosas o erro percentual no calculo do comprimento de onda de ressonância variou entre 0,0006% e 0,02%. Isto ocorreu porque o $\Delta \lambda_{LPG}$ foi considerado constante para todas as soluções usadas e apresentadas na Tabela 4.9, inclusive no ar. Como foi visto na Figura 4.14 quando foi feita a caracterização da LPG N04 o $\Delta \lambda_{LPG}$ é sensivelmente maior para o caso em que o dispositivo está imerso no ar, enquanto que para as demais substâncias é visivelmente semelhante. Para o experimento realizado e apresentado na forma da Tabela 4.9 foi usado um valor constante de $a = 0.01 nm^{-2}$, tal que a = $4\ln(2)/(\Delta \lambda_{LPG}^2)$ para a largura espectral da LPG em qualquer condição do experimento, sendo esta a causa do maior erro apresentado para o caso em que a LPG estava imersa no ar. É importante perceber que, para a LPG N04 usada, o modelo apresentou uma faixa dinâmica de aproximadamente 36nm. Note que, conforme a Tabela 4.9, foi somente explorada um lado da banda de atenuação da LPG, em que o comprimento de onda de ressonância foi medido no intervalo 1542,7nm $\geq \lambda_r \geq 1560,8nm$, ou seja, uma faixa dinâmica de 18.1*nm* Isso foi feito simplesmente por limitações experimentais pois o modelo pode medir com a mesma precisão o outro lado da banda de atenuação, resultando numa faixa dinâmica total estimada de aproximadamente 36nm.

Além disso, os valores dos índices de refração calculados através da equação (4.1) diferem dos valores experimentais lidos diretamente do refratômetro de Abbe em no máximo 0,42%. Contudo esta precisão depende da expansão feita para obtenção de Equação 4.1.

A Figura 4.23 mostra no eixo horizontal os valores de λ_r lidos diretamente no OSA e no eixo vertical os valores calculados como solução da Equação (3.41) pelo Programa Interrogador. Como esperado, a lugar geométrico das soluções é uma reta com inclinação de 45°.



Figura 4.23 - Valores encontrados pelo Programa Interrogador em comparação com os valores obtidos no OSA.

Na Figura 4.24 é feita a comparação gráfica dos valores dos índices de refração medidos através do refratômetro de Abbe com os valores calculados a partir dos valores obtidos pelo Programa Interrogador para λ_r e inseridos na Equação (4.1).



Figura 4.24 – Comparação entre os valores de índice de refração obtidos experimentalmente e calculados através do modelo matemático.

É importante ressaltar que não foi levada em consideração possível influência causada pela variação da temperatura ambiente, sendo esta considerada constante.

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho demonstrou o aperfeiçoamento da técnica de interrogação apresentada em [33, 34, 35] para sensores baseados em LPG, usando o princípio de espectroscopia derivativa. O aperfeiçoamento aqui demonstrado permitiu que a solução matemática do problema independesse da potência ótica da fonte, tornando a técnica auto-referenciada. Foi demonstrado que o modelo matemático apresentado é mais simples e robusto quando comparado com o previamente publicado [32]. A razão disso é que a expressão matemática da amplitude dos harmônicos é obtida por funções simples, usando os parâmetros da LPG envolvidos, facilitando sua integração em sistemas eletrônicos embarcados. A amplitude dos componentes do primeiro e segundo harmônicos depende das características não lineares da banda de absorção da LPG, bem como das distorções introduzidas no segundo harmônico pelo modulador de FBG. Houve ainda uma contribuição importante ao minimizar a distorção do modulador de FBG de 11.8% para 3.5%.

Apresentou-se neste trabalho uma aplicação para a técnica aqui desenvolvida em que o índice de refração de uma mistura de Etileno Glicol com água destilada foi medido. Um erro máximo de 0,42% foi observado quando comparados os valores dos índices de refração medidos diretamente com aqueles calculados com a técnica aqui apresentada. A medição direta foi feita usando um refratômetro de Abbe, e o cálculo usando sequencialmente as Equações (3.41) e (4.1). O cálculo do comprimento de onda de ressonância da LPG, usada como elemento sensor, apresentou um erro inferior a 0,08% quando comparada com a medida direta usando um analisador de espectro ótico OSA. O erro de 0,08% no cálculo do comprimento de onda de ressonância pode ser atribuído, dentre outros motivos, à modelagem da banda de absorção da LPG como uma curva gaussiana com características independentes em todo o deslocamento espectral. Por outro lado, o erro de 0,42% observado no cálculo do índice de refração da mistura pode ser atribuído à modelagem matemática feita para representar a equação do índice de refração da mistura em função do comprimento de onda de ressonância da LPG. Adicionalmente, foi observado experimentalmente que este modelo, e para a LPG usada no experimento, possui faixa dinâmica de aproximadamente 36nm no cálculo do comprimento de onda da LPG. Este fato já havia sido observado em [34], mesmo usando uma LPG diferente daquela usada neste trabalho.

5.1 Trabalhos Futuros

Constatou-se que o componente mais crítico deste modelo é o modulador de FBG, demonstrando que este dispositivo necessita de maiores estudos para seu aperfeiçoamento e que outras técnicas de modulação devem ser experimentadas. Um modulador com maior linearidade poderá ser modulado com valores de A_m maiores que, como visto no Capítulo 3, produzirá harmônicos com amplitudes maiores e, portanto, com uma melhor relação sinal ruído, melhorando a precisão e confiabilidade do modelo. Um filtro ótico sintonizável provavelmente possa ser utilizado como modulador, alcançando taxas de A_m bem maiores e com o benefício de substituir a rede FBG usada no dispositivo de modulação de comprimento de onda. Como o valor de λ_c deste componente pode ser ajustado, o comprimento de onda instantâneo de modulação pode ser escolhido de modo a manter a modulação sempre no melhor ponto da curva de absorção da LPG, otimizando a interrogação.

Outro ponto a ser estudado é a influência da variação de $\Delta \lambda_{LPG}$ sobre o modelo. Para maior assertividade no cálculo de λ_r nos pontos em que λ_r se afasta de λ_c , ou seja, nos extremos da banda de atenuação da LPG, é necessário que a variável *a* relacionada à largura espectral da LPG $\Delta \lambda_{LPG}$ seja substituída na Equação (3.37) por uma expressão em função de *H* que a represente.

Outra questão que necessita de maiores estudos é a influência da temperatura. Constatou-se que a modulação da FBG gera perda de calor e que uma variação no comprimento de onda instantâneo da FBG é observada depois de algum tempo de funcionamento do modulador, tal que $\Delta\lambda/\lambda_0 \approx (8\mu m/m)$ °C. Também é notório que a temperatura ambiente altera o comprimento de onda de ressonância da LPG λ_r e que o próprio índice de refração apresenta variação com a temperatura $\Delta n(t)$. Portanto, uma segunda LPG, ou até mesmo uma segunda banda de absorção, poderia ser utilizada como elemento sensor de temperatura a fim de realizar uma compensação da temperatura na leitura de λ_r .

BIBLIOGRAFIA

- [1] J. Hecht, City of Light, New York: Oxford University Press, 1999.
- [2] C. V. Boys, "Quartz fibres," *Nature*, p. 247–251, 1889.
- [3] K. Lyall, "Eletrical and Magnétic Instruments," in *The Science Museum*, London, 1998.
- [4] D. Colladon, On the reflections of a ray of light inside a parabolic liquid stream, Compt Rend, 1842, p. 800.
- [5] Dictionary of Scientific Biography, "John Tyndall," pp. 521-524.
- [6] J. Tyndall, Personal Notebook preserved at Royal Institution, London, 1854.
- [7] J. L. Baird, "British Patent 285,738 285,738," British Patent 285,738, London, 1928.
- [8] A. C. S. V. Heel, "A New Method of Transporting Optical Iimage," *Nature*, no. 173, p. 39, 1954.
- [9] A. Ashkin, G. D. Boyd, J. Dziezik, R. G. Smith, A. A. Ballman and K. Nassan, "Optically Induced Refrative Index Inhomogenities in LiTaO3," *Appl. Phys. Lett*, vol. 9, no. 72, 1966.
- [10] K. O. HILL, Y. FUJII, D. C. JOHNSON and B. S. KAWASAKI, "Photosensitivity in Optical Fiber Waveguide: Aplication Filter Fabrication," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 32, no. 10, pp. 647-649, 1978.
- [11] F. P. Kapron and D. B.Keck, "Radiation Loss in Glass Optical Waveguide," *Appl. Phys*, vol. 17, no. V, pp. 423-425, 1970.
- [12] T. Mia and e. al, "Ultimate Low-Loss Single-Mode Fiber at 1.55micro meter," *Electron. Lett.*, vol. V.15, no. Fev., pp. 106-108, 1979.
- [13] D. K. W. LAM and B. K. GARSIDE, "Characterization of Single-mode Optical Fiber Filter," *Appl. Opt.*, vol. 20, pp. 440-445, 1981.
- [14] J. STONE, "Photorefractivty in GeO2-doped silica fibers," *Appl. Phys.*, vol. 62, pp. 4371-4374, 1987.
- [15] G. Meltz, J. R. Duphy, W. H. Glen, j. D. Farina and F. J. Leonberger, "Fiber Optic

Temperature and Strain Sensors," SPIE, vol. 798, pp. 104-114, 1987.

- [16] G. MELTZ, W. W. GLENN and W. H. MOREY, "Formation of Bragg gratings," Optics Letters, vol. 14, pp. 823-825, 1989.
- [17] R. KASHYAP, J. R. ARMITAGE, R. WYATT, S. T. DAVEY and D. WILLIAMS, "All-fibre narrowband reflection gratings at 1500 nm," *Electronics Letters*, vol. 26, no. 11, p. 730, 1990.
- [18] P. J. LEMAIRE, R. M. ATKINS, V. MIZRAHI and W. A. REED, "High pressure H2 loading as a technique for achieving ultrahigh sensitivity in GeO2 doped optical fibres," *Electronics Letters*, vol. 29, no. 13, pp. 1191-1193, 1993.
- [19] A. M. VENGSARKAR, P. J. LEMAIRE, J. B. JUDKINS and V. BATHIA, "Long-Period Fiber Gratings as Band-Rejection," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 14, no. 1, pp. 58-65, 1996.
- [20] R. I. M.-C. J. C. H.-G. a. R. R.-L. Julián M. Estudillo-Ayala, "Long Period Fiber Grating Produced by Arc Discharges," 22 February 2012. [Online]. Available: www.intechopen.com/books/fiber-optic-sensors/log-period-fiber-grating-producedby-arc-discharges. [Accessed fev 2017].
- [21] R. G, "Fiber optic devices produced by arc discharges," *J.Opt.*, vol. 12, p. 113002, 2010.
- [22] K. O. Hill and G. Meltz, "Fiber Bragg Grating Technology," JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY,, vol. 15, no. 8, pp. 1263-1273, August 1997.
- [23] E. F. Crawley, "Inteligent Strutures for Aerospace: A Technology Overview and Assessment," *AIAA Jornal*, vol. 32, no. 8, 1994.
- [24] C. I. Merzbacher, A. D. Kersey and E. J. Friebele, "Fiber optic sensors in concrete structures: a review," *Smart Materials and Structures*, no. 5, p. 196, 1995.
- [25] A. A. Badmos, Q. Sun, Z. Sun, J. Zhang, Z. Yan, P. Lutsyk, A. Rozhin and L. Zhang, "Enzyme-functionalized thin-cladding long-period fiber grating in transition mode at dispersion turning point for sugar-level and glucose detection," *Journal of Biomedical Optics*, vol. 22, no. 2, 2017.
- [26] Vengsarkar and V. Bhatia, "Optical fiber long-period Grating sensors," *Opt. Lett,* vol. 21, p. 692–694, 1996.
- [27] B. H. Lee and J. Nishii, "Temperature sensor using the self-interference of a," *Proc. SPIE*, vol. 3746, p. 418–421, 1999.

- [28] Tatam and W. S. James, "Optical fibre long-period grating sensors:," *Meas. Sci. Technol*, vol. 14, p. R49–R61, 2003.
- [29] O. FRAZÃO, R. FALATE, J. M. BAPTISTA, J. L. FABRIS and J. L. SANTOS, "Optical bend sensor based on a long-period fiber grating monitored by an OTDR," *Optical Engineering Letters*, vol. 44, no. 11, pp. 1105021-1105023, 2005.
- [30] G. Honglei, X. G. and Y. Jianping, "Interrogation of a Long Period Grating Fiber Sensor With an Arrayed-Waveguide-Grating-Based Demultiplexer Through Curve Fittingl," *EEE Sensors Journa*, vol. 8, no. 11, 2008.
- [31] J. P. CARVALHO, L. COELHO, O. FRAZÃO and J. L. SANTOS, "Electrical Dynamic I nterrogation System for Long Period Gratings," in *Proceedings of the 3rd WSEAS International Conference on Advances in Sensors, Signals and Materials*, 2010.
- [32] T. Allsop, T. Earthrowl, R. Reeves, D. JWebb and I. Bennion, "The interrogation and multiplexing of long period grating curvature sensors using a Bragg grating based, derivative spectroscopy technique,," *INSTITUTE OF PHYSICS PUBLISHING*, vol. 15, p. 44–48, 2004.
- [33] A. Carneiro, A. P. Lopes- Barbero, V. N. H. Silva, R. M. Ribero and S. Bragantine, "Técnica Auto-Referenciável de Interrogação de Rede de Bragg," in MOMAG 2014 16° SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica, Curitiba., 2014.
- [34] P. S. Xavier, A. Carneiro, A. P. Lopez-Barbero, V. Silva and B. Ribeiro, "Técnica Auto-referenciável de Interrogação de LPG com," in *Encontro Anual do IECOM em Comunicações, Redes e Criptografia*, Campina Grande, 2015.
- [35] P. S. Xavier, "Técnica Auto-referenciável de Interrogação de Sensores Óticos Baseados em LPG Atravéz e Análise dos Harmônicos," in *Dissertação de Mestrado*, *Universidade Federal Fluminense*, Niteroi, 2015.
- [36] G. P. AGRAWAL, Fiber-Optic Communication Systems, New York: John Wiley & Sons, 1997, 2 nd.
- [37] F. Zujie and K. Ken, Fundamentals of Optical Fiber Sensors, New Jersey: John Wiley & Sons, 2012.
- [38] T. Akamatsu, Okamura K and U. Y., "Fabrication of long fibers by an improved," *Applied Physics Letters*, no. 31, p. 174–176, 1977.
- [39] M. Okada, M. Kawachi and A. Kawana, "Improved chemical vapor-deposition method," *Electronics Letters*, vol. 14, p. 89–90, 1978.

- [40] T. Miya, Y. Terunuma, T. Hosaka and T. Miyashita, "Ultimate low-loss singlemode fiber at 1.55 μm.," *Electronics Letters*, vol. 15, p. 106–108., 1979.
- [41] K. Imoto and M. Sumi, "Modified VAD method for optical-fiber fabrication.," *Electronics Letters*, vol. 17, p. 525–526, 1981.
- [42] R. Kashyap, Fiber Btragg Gratings, San Diego, California: Elsevier Inc., 2010.
- [43] D. P. Hand and P. J. S. Russel, "Photoinduced refractive index changes in germanosilicate optical fibers," *Opt. Lett.*, vol. 15, no. 2, p. 102–104, 1990.
- [44] D. Griscom, "Optical properties and structure of defects and structure of defects in silica," *Ceramic Soc.*, vol. 99, no. 10, p. 923–942, 1991.
- [45] F. Bilodeau, B. Malo, J. Albert, C. J. D., K. O. Hill, Y. Hibino and M. Abe, "Photosensitizing of optical fiber and silica-on-silicon/silica," *Optics Letters*, vol. 18, p. 953–955, 1993.
- [46] P. Russell, D. Hand, Y. Chow and L. Poyntz-Wright, "Optically-induced creation, transformation and organization of defects and color-centers in optical fibers," *Proceedings of SPIE*, no. 1516, p. 47–54, 1991.
- [47] T. Tsai, D. Griscom, E. Fribele and J. Fleming, "Radiation induced defect centers in high purity GeO2 glass," J. Appl. Phys., no. 62, p. 2262–2268, 1987.
- [48] H. Honso, Y. Abe, D. Kinser, R. Weeks, K. Muta and H. Kawazoe, "Nature and origin of the 5 eV band in SiO2:GeO2 glasses," *Phys. Rev. B* 46 (1995) II–445–II-451., vol. Rev. B 46, no. II, p. 445, 1995.
- [49] J. E. Fribele, L. D. Griscom and H. G. Siegel, "Defect centers in germania doped silica core optical fiber," J. Appl. Phys. 45 (1974) 3424–3428., no. 45, p. 3424–3428, 1974.
- [50] H. Kawazoe, "Effects of modes of glass formation on the structure of intrinsic or photoinduced defects centered on III, IV, or V cations in oxide glasses," J. Non-Cryst. Solids, no. 71, p. 213–234., 1985.
- [51] R. Hughes, "Charge carrier transport phenomenon in amorphous SiO2, direct measurement of the drift and mobility and lifetime," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 30, p. 1333–1336, 1973.
- [52] J. Isoya, J. Weil and R. Claridge, "The dynamical interchange and relationship between germanium centers in a-quartz," *J. Chem. Phys.*, vol. 62, p. 4876–4884, 1978.

- [53] J. Nishii, K. Fukumi, H. Yamanaka, K. Kawamura, H. Hosono and Kawazoe, "H. Photochemical reactions in GeO2-SiO2 glasses induced by ultraviolet irradiations: comparison between Hg lamp and excimer lasers," *Physics Review B*, no. 52, p. 1661–1665, 1995.
- [54] B. Poumellec and P. Niay, "About writing mechanism of UV-induced refractive index change in H2 loaded Ge doped SiO2d," *Trends Opt. Photon.*, no. 87, p. 283–290., 2003.
- [55] B. Saleh and M. Teich, Fundamentals of Photonics, Hoboken: John Wiley & Sons, 2007.
- [56] F. Araujo, E. Joanni, M. Marques and O. Okhotnikova, "Dynamics of infrared absorption caused by hydroxyl groups and its effect on refractive index evolution in ultraviolet exposed hydrogen loaded GeO2-doped fibers," *Applied Physics Letters*, no. 72, p. 3109–3111, 1998.
- [57] B. Poumellec, P. Niay, M. Douay and J. Bayon, "The UV induced refractive index grating in Ge:SiO2 preforms: Additional CW experiments and the macroscopic origin of the index change in index," *J. Phys. D, Appl. Phys.*, no. 29, p. 1842–1856, 1996.
- [58] A. Cohen and H. Smith, "Ultraviolet and infrared absorption of fused germania," J. *Phys. Chem.*, vol. 7, p. 301–306, 1958.
- [59] L. N. Skuja, N. A. Truhkin and A. E. Plaudis, "Luminescence in germanium doped glassy SiO2," *Phys. Stat. Sol.*, vol. A 84, p. K153–K157, (1984).
- [60] L. Dong, J. Pinkstone, P. Russell and D. Payne, "Ultraviolet absorption in modified chemical vapour deposition preforms," J. Opt. Soc. Am., vol. B 11, p. 2106–2111, 1994.
- [61] D. Williams, S. Davey, R. Kashyap, J. Armitage and B. Ainslie, Glasses for Optoelectronics II, Hague: ECO4, 1991.
- [62] W. Xie, P. Niay, P. Bernage, M. Douay, J. Bayon, T. Georges and e. al., "Experimental evidence of two types of photorefractive effects occurring during photoinscription of Bragg gratings within germanosilicate fibers," *Opt. Commun.*, no. 104, p. 185–195, 1993.
- [63] K. Awazu, H. Kawazoe and M. Yamane, "Simultaneous generation of optical absorption bands at 5.14 and 0.452 eV in 9 SiO2 :GeO2 glasses heated under an H2 atmosphere," *j. Appi. Phis.*, vol. 68, no. 6, pp. 2714-2718, 1990.
- [64] S. YIN, P. B. RUFFIN and F. T. S. YU, Fiber Optic Sensors. 2. ed., Boca Ration: CRC Press, 2008.

- [65] E. UDD, W. L. SCHULZ and J. M. SEIM, "Advanced Fiber Optic Sensors Capable of Multi parameter Sensing," SPIE Proceedings, vol. 3489, p. 66, 1998.
- [66] Y. J. RAO, "In-fiber Bragg grating sensors," *Measurement Sci. Tech.*, no. 8, p. 355–375, 1997.
- [67] A. IADICICCO, A. CUSANO, R. CUTOLO, BERNINI and M. GIORDANO, "Thinned fiber Bragg gratings as high sensitivity refractive index sensor," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 16, no. 4, p. 1149, 2004..
- [68] A. OTHONOS, "Fiber Bragg gratings," *Rev. Sci. Instrum.*, vol. vol. 68, no. 12, pp. 4309-4341, 1997.
- [69] S. W. JAMES and R. P. TATAM, "Optical fibre long-period grating sensors: characteristics and application," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 14, p. R49–R61, 2003.
- [70] S. Khaliq, W. S. James and P. R. Tatam, "Enhanced sensitivity fibre optic long period grating temperature sensor," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 13, p. 792–5, 2002.
- [71] C. SMITA, J. PURUSHOTTAM, K. MANOJ, A. RAJESH, A. K. NATH and S. KHER, "Design and development of long-period grating sensors for temperature monitoring," *Sadhana*, vol. 32, no. 5, p. 513–519, 2007.
- [72] V. Bhatia, "Applications of long-period gratings to single and multi-parameter sensing," *Opt. Express*, vol. 4, p. 457–466, 1999.
- [73] V. Bhatia, D. Campbell, R. Claus and A. M. Vengsarkar, "Simultaneous strain and temperature measurement with long-period gratings," *Opt. Lett.*, vol. 22, p. 648, 1997.
- [74] K. SHIMA, K. S. T. HIMENO, S. OKUDE, A. WADA and R. YAMAUCHI, "A novel temperature- insensitive long-period fiber grating using a boron-codopedgermanosilicate-core fiber," *Conference on Optical Fiber Communication*, vol. OFC 97, pp. 347-348, 1997.
- [75] T. ERDOGAN, "Cladding-mode resonances in short- and long- period fiber grating filters," J. Opt. Soc. Am., vol. 14, no. 8, pp. 1760-1773, 1997.
- [76] P. Kluczynski, "Wavelength modulation absorption spectrometry an extensive scrutiny of the generation of signals," *Spectrochimica*, vol. 56, no. 8, p. 1277–1354, May 2001.
- [77] T. Erdogan, "Fiber Grating Spectra," *JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY*, vol. 15, no. 8, pp. 1277-1293, 1997.
- [78] The Institute of Eletrical and Eletronics Engineers, Inc, " IEEE Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems," vol.

Std 519, 1992.

- [79] Physik Instrumente (PI) GmbH und Co, "www.pi.ws," 24 julho 2015. [Online]. Available: https://www.physikinstrumente.com/en/?type=5600&downloadUid= 309& downloadFileUid=312&cHash=776d2a452205f61eaa4dc0324e 978820. [Accessed janeiro 2017].
- [80] A HBM Test and Measurement, "HBM FiberSensing: Optical Measurement Solutions," janeiro 2017. [Online]. Available: https://www.hbm.com/pt /4604/fs22 interrogador -otico- braggmeter-industrial/.

ANEXO 1

承 Untitled ٥ Universidade Federal Fluminense UFF LACOP Interrogador de LPG (Simulador V 3.0) Desenvolvido por: Vicente Oliveira Modulação da FBG FFT do Sinal Demodulado Sinal Demodulado -20 1540.5 0.072 -30 (dBm) -40 0.07 Desvio de Amplitude (154 0.068 0.066 -70 0.06 -80 1000 2000 3000 4000 5000 Frequência (Hz) 6000 7000 Tempo (ms) Tempo (ms) × 10⁻³ × 10⁻³ Variáveis de Entrada Espectro Ótico da LPG Variáveis H1 -22.89 dB Largura Espectral 0.008 H2 -38.33 dB Amplitude de Modulação 0.44 THD 2.89 ude Distorção 6 Comprimento de Onda da LPG 1543 Comprimento de Onda da LPG 1543 Índice de Refração 1.429 1540 1570 1580 1530 1560 1590 Run Sair

Código em Matlab do Simulador.

```
function varargout = simulador v3(varargin)
% SIMULADOR V3 MATLAB code for simulador v3.fig
%
8
      UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE - UFF-RJ
Ŷ
0
      Autor: Eng. Vicente Oliveira
8
      Programa: Simula interrogação de sensores à fibras óptica LPG
               Analalizador de ESpéctro Ótico
0
               Medidor de Índece de Refração.
8
gui Singleton = 1;
gui State = struct('gui Name',
                                 mfilename, ...
                 'gui_Singleton', gui_Singleton, ...
                 'gui OpeningFcn', @simulador v3 OpeningFcn, ...
                 'gui OutputFcn', @simulador v3 OutputFcn, ...
                 'qui LayoutFcn',
                                  [],...
                 'gui Callback',
                                  []);
if nargin && ischar(varargin{1})
   gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end
if nargout
   [varargout{1:nargout}] = gui mainfcn(gui State, varargin{:});
else
   gui mainfcn(gui State, varargin{:});
end
```

```
function simulador v3 OpeningFcn(hObject, ~, handles, varargin)
handles.output = hObject;
guidata(hObject, handles);
if strcmp(get(hObject, 'Visible'), 'off')
     plot(rand(5));
8
end
function varargout = simulador v3 OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
varargout{1} = handles.output;
function pushbutton1 Callback(hObject, eventdata, handles)
close all
06
function FileMenu_Callback(hObject, eventdata, handles)
function OpenMenuItem Callback(hObject, eventdata, handles)
file = uigetfile('*.fig');
if ~isequal(file, 0)
   open(file);
end
ofe
function PrintMenuItem Callback(hObject, eventdata, handles)
printdlg(handles.figure1)
function CloseMenuItem Callback(hObject, eventdata, handles)
selection = questdlg(['Close ' get(handles.figure1, 'Name') '?'],...
                   ['Close ' get(handles.figure1, 'Name') '...'],...
                   'Yes','No','Yes');
if strcmp(selection, 'No')
   return:
end
delete(handles.figure1)
function popupmenul Callback(hObject, eventdata, handles)
function popupmenul CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
set(hObject, 'String', {'plot(rand(5))', 'plot(sin(1:0.01:25))', 'bar(1:.5:10)',
'plot(membrane)', 'surf(peaks)'});
function edit4 Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit4 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
   set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function pushbutton2 Callback(hObject, eventdata, handles)
a = str2double(get(handles.edit1,'String')); % Largura especral da LPG
Am = str2double(get(handles.edit3, 'String')); % Modulação
d = str2double(get(handles.edit6, 'String')); % Distorção no Modulador
lbda lpg = str2double(get(handles.edit2, 'String')); % Comprimento de Onda
%
% Variáveis de Entrada
Fs = 44e3;
                    % Taxa de Amostragem
T = 1/Fs;
                    % Unidade de Tempo
L = 10e3;
                    % Comprimento da Amostra
t = (0:L) *T;
                    % Vetor de Tempo
```

```
f = Fs*(0:(L/2))/L; % Vetor de Frequência
x = (1520:0.1:1600);
                  % Vetor do do comprimento de onda da LPG
% -----
% Parâmetros das Fibras LPG e FBG
w fbg = 0.27748;
                  % Largura de Banda da FBG
                 % Nível máximo normalizado da FBG
yc fbg = 0.44;
y0 fbg =0.05; % Nível mínimo normalizado da FBG
m fbg = 1-(y0 fbg/yc fbg); % Amplitude da Gaussiana FBG
a fbg = 2/w_fbg^2;
y0 = 0.31257;
                 % Nível máximo normalizado da FBG
yc = 0.05;
                 % Nível mínimo normalizado da FBG
m = 1-(yc/y0);
                 % Amplitude da Gaussiana LPG
m = 1 - (y_{c}) / 100;
Ad = (Am*d)/100;
                 % Amplitude da distorção x%*Am
w0 = 2*pi*1800;
                 % Frequência do Modulador de FBG
lc = 1540;
                  % Comprimento de Onda da FBG
S = lc-lbda lpg;
<u>و</u>
                 _____
% Cálculo das Componentes Harmônicas H1 e H2
  H1 = 1/2*a*Am*exp(-a*S^2)*(Ad*(2-4*a*S^2)+2*a*Ad^2*(-3+2*a*S^2)*S...)
      +(4-3*a*Am^2+2*a^2*Am^2*S^2)*S)*m*y0;
   H2 = 1/2*a*exp(-a*S^{2})*(Am^{2}*(1+4*a^{2}*Ad*S^{3}-2*a*S*(3*Ad+S))...
      +Ad* (4-3*a*Ad^2+2*a^2*Ad^2*S^2)*S) *m*y0;
0%
% Moduladr de LPG
xm = (lc) + Am^* cos(w0^*t) + Ad^* cos(2^*w0^*t);
۶<u>۰</u>
% Gaussiana
ym = y0*(1 - m*exp(-a*(lbda lpg-xm).^2));
% _____
% FFT
y = fft(ym); % FFT da Gaussiana modulada
phs = (angle(y)); % Fase da FFT da Gaussiana modulada
ph2 = phs/L;
ph = ph2(1:L/2+1);
P2 = abs(y/L);
P1 = P2(1:L/2+1);
P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1); % Amplitude da FFT
%
[th] = thd(ym,Fs,'aliased'); % Medidor da Distorção Harmônica Total
pc_thd = 100*(10^(th/20));
pc_thd = round(pc_thd,2);
                        % Porcentagem da Distorção Harmônica Total
                        % Reduz a Duas Casas Decimais
۶۶ _____
index1 = ceil(((length(P1)*1800)/(Fs/2))); % Adquire H1
index2 = index1*2;
                                  % Adquire H2
% H1 = P1(index1);
% H2 = P1(index2-1);
H = (H1./H2);
%
db1 = 10*log10(H1); % Amplitude de H1 em dB
db2 = 10 \times log10 (H2);
                        % Amplitude de H2 em dB
                       % Reduz a Duas Casas Decimais
db1 = round(db1,2);
                        % Reduz a Duas Casas Decimais
db2 = round(db2,2);
% -----
% Cálculo do valor da variável S
```

```
124
```

```
k1 = 4-3*a*(2*Ad^2 + Am^2);
k2 = 4 - 3*a*(Ad^2 + 2*Am^2);
k01 = Am * 2 * Ad;
k02 = Am^2;
k21 = -Am + 4 + Ad + a;
k22 = -2*a*Am^{2};
k12 = -Ad k2;
k11 = -Am * k1;
A = (k22 * H - k21);
B = (k12 * H - k11);
C = (k02 * H - k01);
8 -----
%Cálculo das raízes
  s2 = (-B + sqrt(B.^2 - 4*A.*C))./(2*A);
   s1 = (-B - sqrt(B.^2 - 4*A.*C))./(2*A);
§ _____
                    _____
phase1 = rad2deg(ph(index1)); % Converte de radianos para graus
% Encontra a Raíz correspondentes a fase
if phase1 >0
  l = s2 + lc;
else
  l= s1 + lc;
end
% -----
% Grafico da Gaussiana
  yf = y0*(1 - m fbg*exp(-a fbg*(-x+lc).^2)); % Gaussiana FBG
   y7 = y0*(1- m*exp(-a*(x-1).^2)); % Gaussiana LPG
  yf = 10 * log10(yf);
                                      % Converte amplitude em dB
  y7 = 10*log10(y7);
   y6 = y7 - yf;
                                      % LPG + FBG
٥<u>،</u>
% Cálculo do Índice de Refração (n)
yn =1.452;
x1 = 1543.54; x2 = 1547; x3 = 1554.35; x4 = 1555;
A1 = 0.0126; A2 = 0.0135; A3 = 0.0385; A4 = 0.0024;
t1 = 65; t2 = 4.8; t3 = 5.3; t4 = 1.78;
   n = yn - A1 + exp((1-x1)/t1) - A2 + exp((1-x2)/t2)...
      - A3*exp((l-x3)/t3)- A4*exp((l-x4)/t4);
n = round(n, 3);
if n < 1.16
  n = 1;
end
% -----
% Plota o desvio de modulação FBG
axes(handles.axes1)
   q=plot(t,xm);
   axis ([0 0.003 min(xm)-0.1 max(xm)+0.1])
   grid on
   grid minor
   xlabel('Tempo (ms)');
   ylabel('Desvio de \lambda {c}');
   set (q,'Color','g')
```

```
ax = gca;
   grid on
   c = ax.Color;
   ax.BoxStyle = 'full';
   ax.Color = 'black';
   ax.MinorGridColor = 'g';
   ax.MinorGridLineStyle = '-';
   ax.MinorGridAlpha = 0.2;
   ax.LineWidth = 1;
   ax.GridColor = 'y';
   ax.GridAlpha = 0.4;
% _____
                       ____
                               _____
% Plota Sinal detectado no tempo
axes(handles.axes2)
   z=plot(t,ym);
   xlim ([0 0.003])
   ylim ([min(ym)-0.0005 max(ym)+0.0005])
   grid on
   grid minor
   xlabel('Tempo (ms)');
   ylabel('Amplitude');
   set (z,'Color','g')
   ax = gca;
   grid on
   c = ax.Color;
   ax.BoxStyle = 'full';
   ax.Color = 'black';
   ax.MinorGridColor = 'g';
   ax.MinorGridLineStyle = '-';
   ax.MinorGridAlpha = 0.2;
   ax.LineWidth = 1;
   ax.GridColor = 'y';
   ax.GridAlpha = 0.4
  _____
8
% Plota FFT Sinal detectado
axes(handles.axes3)
   p=plot (f(2:length(f)),10*log10(P1(2:length(f))));
   xlabel('Frequência (Hz)');
   ylabel('Amplitude (dBm)');
   set (p,'Color','g')
   ax = gca;
   grid on
   grid minor
   c = ax.Color;
   ax.BoxStyle = 'full';
   ax.Color = 'black';
   ax.MinorGridColor = 'g';
   ax.MinorGridLineStyle = '-';
   ax.MinorGridAlpha = 0.2;
   ax.LineWidth = 1;
   ax.GridColor = 'y';
   ax.GridAlpha = 0.4
   xlim ([0 8000])
% _____
% Plota Gaussiana LPG+FBG
```

```
axes(handles.axes4)
   p=plot (x,y6);
   grid on
   grid minor
   xlabel('\lambda (nm)');
   ylabel('Amplitude');
   set (p,'Color','g')
   ax = gca;
   grid on
   c = ax.Color;
   ax.BoxStyle = 'full';
   ax.Color = 'black';
   ax.MinorGridColor = 'g';
   ax.MinorGridLineStyle = '-';
   ax.MinorGridAlpha = 0.2;
   ax.LineWidth = 1;
   ax.GridColor = 'y';
   ax.GridAlpha = 0.4;
e _____
                                   _____
% Varáveis de Saída
                              % Índece de Refração
% Valor do Comprimento de Onda da LPG calculado
% Amplitude de H1 dB
set(handles.edit4, 'String',n);
set(handles.edit5,'String',1);
set(handles.db1, 'String', db1);
set(handles.db2, 'String',db2);
                                 % THD %
set(handles.th,'String',pc thd);
응응
function edit5 Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit5 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit6 Callback(hObject, eventdata, handles)
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit6 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
   set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit3 Callback(hObject, eventdata, handles)
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit3 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
   set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function edit2 Callback(hObject, eventdata, handles)
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit2 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
   set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
```

```
127
```

```
function edit1 Callback(hObject, eventdata, handles)
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit1 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function h1_Callback(hObject, eventdata, handles)
function h1 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function h2 Callback(hObject, eventdata, handles)
function h2 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function th Callback(hObject, eventdata, handles)
function th CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function db1_Callback(hObject, eventdata, handles)
function db1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function db2 Callback(hObject, eventdata, handles)
function db2 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end
function axes5 CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
```

ANEXO 2

Diagrama Esquemático do Interrogador em LabView







Figura 6.0.2 - Diagrama em blocos do Programa Interrogador