UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
ESCOLA DE ENGENHARIA
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

SIMULAÇÃO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA COM PASSO DE INTEGRAÇÃO VARIÁVEL UTILIZANDO MÉTODO ALTERNADO IMPLÍCITO

PAULO PEREIRA MACHADO JUNIOR

Niterói
2018

UFF - PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE TELECOMUNICAÇÕES

SIMULAÇÃO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA COM PASSO DE INTEGRAÇÃO VARIÁVEL UTILIZANDO MÉTODO ALTERNADO IMPLÍCITO

Paulo Pereira Machado Junior

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações.

Orientadores: Sergio Gomes Junior e Vitor Hugo Ferreira.

Niterói

2018

Ficha catalográfica automática - SDC/BEE

P436s Pereira Machado Junior, Paulo
SIMULAÇÃO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA COM PASSO DE INTEGRAÇÃO VARIÁVEL UTILIZANDO MÉTODO ALTERNADO IMPLÍCITO / Paulo Pereira Machado Junior; Sergio Gomes Junior, orientador; Vitor Hugo Ferreira, coorientador. Niterói, 2018.
101 f.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2018.

1. Passo de Integração Variável. 2. Estabilidade Transitória. 3. Regra Trapezoidal. 4. Método Alternado Implícito. 5. Produção intelectual. I. Título II. Gomes Junior,Sergio, orientador. III. Hugo Ferreira, Vitor, coorientador. IV. Universidade Federal Fluminense. Escola de Engenharia.

CDD -

Bibliotecária responsável: Fabiana Menezes Santos da Silva - CRB7/5274

PAULO PEREIRA MACHADO JUNIOR

SIMULAÇÃO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA COM PASSO DE INTEGRAÇÃO VARIÁVEL UTILIZANDO MÉTODO ALTERNADO IMPLÍCITO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial para a Obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações.
Área de concentração: SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA.

Aprovada em 06/02/2018.

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Sergio Gomes Junior - Orientador
Universidade Federal Fluminense - UFF

____

Prof. Dr. Vitor Hugo Ferreira - Coorientador
Universidade Federal Fluminense - UFF

____

Prof. Dr. Marcio Zamboti Fortes
Universidade Federal Fluminense - UFF

____

Prof. Dr. Glauco Nery Taranto
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ

____

Prof. Dr. Fabricio Lucas lirio
Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL

Niterói
(Fevereiro/2018)

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha família.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus por iluminar meu caminho, sempre trazendo desafios que me engrandecem, e vitórias das quais sou sempre grato.

À minha família, em especial aos meus pais Paulo e Nazareth, pelo apoio, carinho e pelo investimento que sempre fizeram em mim.

À minha namorada Nathalia, que me apoia e sempre me entende, compartilhando momentos especiais comigo e trazendo alegria com seu jeito engraçado.

Também não posso esquecer de agradecer aos meus cachorros Toby e Tarik, por fazerem parte da minha família, e por me ajudarem a descontrair em meio à ralação de mestrado.

Ao meu orientador Sergio Gomes, pela grande dedicação, compromisso e paciência em meio às dificuldades que enfrentei para terminar este trabalho. Agradeço também ao meu coorientador Vitor Hugo, pelos conselhos valiosos e pela cobrança essencial para o término dessa dissertação.

Aos amigos de CEPEL: Walter, Bravo, Thomas, Milon, Pedro, Zé, Micahel e Fernando pela companhia diária.

Aos pesquisadores: Masseran, Nícolas, Fabrício e Lígia pelas discussões e boa vontade em me ajudar quando precisei.

Por fim, ao amigo Vinicius Muniz, pelo companheirismo de graduação e mestrado, sem o qual esta jornada teria sido mais cansativa.

"Escolha um trabalho que você ame e não terá que trabalhar um só dia de sua vida."

Confúcio

Resumo

Neste trabalho é proposto um algoritmo de passo de integração variável para simulação de Estabilidade Transitória utilizando o esquema de solução Alternado Implícito, com integração numérica pela regra trapezoidal. A variação de passo é feita de forma automática por um algoritmo heurístico, permitindo equilíbrio entre precisão e desempenho computacional. Foi desenvolvido um programa de simulação de Estabilidade Transitória em MATLAB, no qual foi implementado o algoritmo proposto de passo variável. Os resultados foram devidamente comparados com aqueles gerados por simulações de passo fixo pelo programa computacional ANATEM, de modo a validar todo o trabalho.

Palavras-chave: Passo de Integração Variável; Estabilidade Transitória; Regra Trapezoidal; Método Alternado Implícito.

Abstract

An algorithm of variable time step integration is proposed in this work for transient stability simulation using the alternating solution method, with the implicit trapezoidal rule for numerical integration. The step-size variation is performed automatically by a heuristic algorithm, allowing a trade-off between precision and computational performance. A computer program was developed in MATLAB for transient stability simulation, in which the proposed algorithm for variable time step was implemented. The results were properly compared with those generated by fixed time step by the ANATEM program, in order to validate all the work.

Key-words: Variable Step-Size Integration; Transient Stability; Trapezoidal Rule; Alternating Solution Method.

Sumário

Lista de Figuras xii

Lista de Tabelas xiv

Lista de Abreviaturas xv

Lista de Símbolos xvi

Capítulo 1 - Introdução 1

1.1 Motivação 4

1.2 Objetivo 4

Capítulo 2 - Conceituação teórica 5

2.1 Estabilidade de Sistemas de Potência 5

2.1.1 Estabilidade angular 5

2.1.1.1 Estabilidade angular a pequenas perturbações 6

2.1.1.2 Estabilidade Transitória 7

2.1.2 Estabilidade de frequência 7

2.1.3 Estabilidade de tensão 8

2.2 Simulação dinâmica de Sistemas de Potência 8

2.3 Classificação dos métodos de integração numérica 9

2.4 Métodos de integração numérica 10

2.4.1 Método de Euler 11

2.4.1.1 Euler explícito 11

2.4.1.2 Euler implícito 11

2.4.2 Método de Euler modificado 12

2.4.3 Método Trapezoidal 12

2.4.4 Método de Runge-Kutta 13

2.4.5 Métodos de passo múltiplo 13

2.4.5.1 Método de Adams-Bashforth 14

2.4.5.2 Método de Adams-Moulton 14

2.5 Passo de integração variável 14

2.5.1 Método de Dormand-Prince 16

2.5.2 Método Adams-BDF 16

Capítulo 3 - Metodologia 18

3.1 Esquema de solução de Estabilidade Transitória 18

3.2 Algoritmo de passo de integração variável 25

3.2.1 Desenvolvimento do algoritmo 26
3.2.1.1 Primeira versão do algoritmo 26
3.2.1.2 Segunda versão do algoritmo 38
3.2.1.3 Algoritmo definitivo 39
Capítulo 4 - Resultados 43
4.1 Validação do programa de Estabilidade Transitória 43
4.2 Validação do algoritmo de passo variável 50
Capítulo 5 - Conclusão 59
5.1 Trabalhos Futuros 61
Referências Bibliográficas 62
Anexo A - Modelos implementados 65
A.1 Gerador clássico 65
A.2 Gerador de pólos salientes 65
A.3 Gerador de rotor cilíndrico 66
A.4 Regulador de tensão com excitatriz estática sem RGT 68
A.5 Regulador de tensão com excitatriz estática com RGT 69
A.6 Estabilizador 69
Anexo B - Dados do sistema teste 71
B.1 Dados de rede elétrica 71
B.2 Dados de geradores 72
B.3 Dados de controladores 73
Anexo C - Extrapolações numéricas 77
C.1 Extrapolação linear 77
C.2 Extrapolação quadrática 78
Anexo D - Aplicação do método trapezoidal 82

Lista de Figuras

Figura 1 - Classificação de Estabilidade de Sistemas de Potência. Adaptado de [16]. 5
Figura 2 - Fluxograma geral das leituras de dados e cálculos realizados pelo programa de MATLAB. 19
Figura 3 - Fluxograma geral da rotina "Cálculo de Estabilidade Transitória". 20
Figura 4 - Fluxograma com cálculo dos termos históricos, extrapolação quadrática e solução do laço iterativo MODELOS/REDE. Este trecho completo é a rotina chamada "Resolve MODELOS/REDE". 22
Figura 5 - Teste de linearidade pela reta tangente. 27
Figura 6 - Detalhes sobre a implementação computacional da reta tangente para teste de linearidade da resposta no tempo...28
Figura 7 - Fluxograma da primeira versão do algoritmo de passo de integração variável. 29
Figura 8 - Gráfico com os desvios das potências elétricas de diversos passos em relação ao passo mínimo, em escala logarítmica. 35
Figura 9 - Gráfico com os desvios das tensões de campo de diversos passos em relação ao passo mínimo, em escala logarítmica. 35
Figura 10 - Gráfico com os desvios das tensões de diversos passos em relação ao passo mínimo, em escala logarítmica. 36
Figura 11 - Fluxograma da versão definitiva do algoritmo de passo de integração variável. ..40
Figura 12 - Diagrama unifilar do sistema "2 áreas modificado". 43
Figura 13 - Respostas no domínio do tempo do ângulo de carga de cada gerador (MATLAB e ANATEM)...44
Figura 14 - Respostas no domínio do tempo da frequência elétrica de cada gerador (MATLAB e ANATEM). 44
Figura 15 - Respostas no domínio do tempo da potência elétrica injetada por cada gerador (MATLAB e ANATEM)...45
Figura 16 - Respostas no domínio do tempo da tensão de cada barra (MATLAB e ANATEM). 45
Figura 17 - Respostas no domínio do tempo da tensão de campo de cada gerador (MATLAB e ANATEM)...46
Figura 18 - Respostas no domínio do tempo do sinal estabilizador para os geradores 2 e 3 (MATLAB e ANATEM)...46
Figura 19 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, do ângulo de carga das máquinas. 47
Figura 20 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, da frequência elétrica das máquinas...47
Figura 21 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, da potência elétrica das máquinas...48
Figura 22 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, da tensão de cada barra..48
Figura 23 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, da tensão de campo das máquinas. 49
Figura 24 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, do sinal estabilizador das máquinas. 49
Figura 25 - Passos escolhidos pelo algoritmo de passo variável ao longo da simulação de 20 s. 52

Figura 26 - Erro máximo do ângulo de carga em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica. 53
Figura 27 - Erro máximo da frequência elétrica em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica. 54
Figura 28 - Erro máximo da potência elétrica em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica. 54
Figura 29 - Erro máximo da tensão em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica. 55
Figura 30 - Erro máximo da tensão de campo em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica. 55
Figura 31 - Erro máximo do sinal estabilizador em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica. 56
Figura 32 - Comparação entre as potências elétricas do gerador conectado à barra 1, da simulação com passo fixo de 0,1 ms e da simulação com passo variável. 57
Figura 33 - Comparação entre as potências elétricas do gerador conectado à barra 1, da simulação com passo fixo de 0,1 ms e de 25 ms. 58
Figura 34 - Diagrama para modelo clássico de gerador. 65
Figura 35 - Diagrama de eixo em quadratura para modelo de gerador de pólos salientes. 66
Figura 36 - Diagrama de eixo direto para modelo de gerador de pólos salientes. 66
Figura 37 - Diagrama de eixo direto para modelo de gerador com rotor cilíndrico. 67
Figura 38 - Diagrama de eixo em quadratura para modelo de gerador com rotor cilíndrico. 68
Figura 39 - Diagrama do regulador de tensão com excitatriz estática sem RGT. 68
Figura 40 - Diagrama do regulador de tensão com excitatriz estática com RGT. 69
Figura 41 - Diagrama do estabilizador de sistemas de potência. 70
Figura 42 - Ilustração da extrapolação linear. 78
Figura 43 - Ilustração da extrapolação quadrática. 81

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Máximos erros absolutos entre ANATEM e MATLAB durante toda simulação de 20 s....50
Tabela 2 - Comparação entre os resultados com passo de integração fixo e variável. 52
Tabela 3 - Máximos erros absolutos em relação ao resultado calculado com passo mínimo e tolerâncias reduzidas....57

Lista de Abreviaturas

SEP	-	Sistemas Elétricos de Potência
ANATEM	-	Análise de Transitórios Eletromecânicos
ANAREDE	-	Análise de Redes Elétricas
CEPEL	-	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CA	-	Corrente alternada
CC	-	Corrente contínua
EDO	-	Equação diferencial ordinária
SIN	-	Sistema Interligado Nacional
MMQ	-	Método dos Mínimos Quadrados
BDF	-	*Backward Differentiation Formula*
SI	-	Sistema Internacional de Unidades
PSS/E	-	*Power Transmission System Planning Software*
PVI	-	Problema de Valor Inicial
RGT	-	Redutor de ganho transitório
CAG	-	Controle Automático de Geração
pu	-	Por unidade

Lista de Símbolos

δ - Ângulo de carga

$\Delta\omega$ - Desvio de velocidade angular

ϕ - Ângulo de corrente

θ - Ângulo de tensão

Δt - Passo de integração

P_e - Potência elétrica ativa

Q_e - Potência elétrica reativa

P_m - Potência mecânica

V_{pss} - Sinal estabilizador

E_{fd} - Tensão de campo

I_d - Corrente de eixo direto

I_q - Corrente de eixo em quadratura

V_d - Tensão de eixo direto

V_q - Tensão de eixo em quadratura

E'_d - Tensão interna transitória de eixo direto

E'_q - Tensão interna transitória de eixo em quadratura

E''_d - Tensão interna sub-transitória de eixo direto

E''_q - Tensão interna sub-transitória de eixo em quadratura

X'_d - Reatância transitória de eixo direto

X'_q - Reatância transitória de eixo em quadratura

X''_d - Reatância sub-transitória de eixo direto

X''_q - Reatância sub-transitória de eixo em quadratura

R_a - Resistência do enrolamento de armadura

Δt_1 - Primeiro passo de integração da extrapolação quadrática

Δt_2 - Segundo passo de integração da extrapolação quadrática

Δt_3	-	Terceiro passo de integração da extrapolação quadrática
$u(t)$	-	Variável que se deseja extrapolar
$u_{ext}(t)$	-	Variável extrapolada
A	-	Coeficiente angular da reta; coeficiente do termo quadrático de grau 2 da parábola
B	-	Coeficiente linear da reta; coeficiente do termo quadrático de grau 1 da parábola; Termo histórico
C	-	Coeficiente do termo quadrático de grau 0
$\Delta t_{méd}$	-	Passo de integração médio
Δt_{eq}	-	Passo de integração equivalente
ϵ_{local}	-	Erro de truncamento local
p	-	Ordem do método de integração
K	-	Constante relativa ao método de integração utilizado para cálculo do erro de truncamento local
x	-	Variável de estado genérica
$\boldsymbol{x}$	-	Vetor de variáveis de estado
x_0	-	Valor da variável de estado genérica x no instante t_0
f	-	Função que descreve a derivada de uma variável de estado genérica x; Função que descreve uma determinada equação diferencial
$\boldsymbol{f}$	-	Função que descreve conjunto de equações diferenciais
x_p	-	Previsão do valor da variável de estado x pelo método de Euler implícito
ϵ_{DP}	-	Erro absoluto do método de Dormand-Prince
x^{RK4}	-	Resultado calculado para uma dada variável pelo método de Runge-Kutta de ordem 4
x^{RK4}	-	Resultado calculado para uma dada variável pelo método de Runge-Kutta de ordem 5
ψ_i	-	Termo multiplicador presente na equação geral do método de Runge-Kutta
μ_i	-	Termo multiplicador presente na equação geral do método de Runge-Kutta
$\lambda_{i,j}$	-	Termo multiplicador presente na equação geral do método de Runge-Kutta
k_i	-	Termo multiplicador presente na equação geral do método de Runge-Kutta
r	-	Variável algébrica genérica

$\boldsymbol{r}$ - Vetor de variáveis algébricas

$\boldsymbol{g}$ - Função que define conjunto de equações algébricas

ε - Desvio absoluto entre extrapolação da reta tangente e solução de passo

x^* - Extrapolação da reta tangente por comprimento Δt

w - Variável auxiliar para execução dos algoritmos de passo variável

j - Variável auxiliar para execução dos algoritmos de passo variável

k - Variável auxiliar para execução dos algoritmos de passo variável

V_{extrap} - Valor extrapolado do módulo da tensão elétrica

$extrap$ - Variável auxiliar para execução dos algoritmos de passo variável

I_n - Correntes de *Norton*

E''_{Re} - Tensão interna sub-transitória real

E''_{Im} - Tensão interna sub-transitória imaginária

E'_{Re} - Tensão interna transitória real

E'_{Im} - Tensão interna transitória imaginária

$\boldsymbol{I_n}$ - Vetor de correntes de *Norton* (injeção das barras de geração)

$\boldsymbol{Y}^{-1}$ - Inversa da matriz Ybarra

$\boldsymbol{Y}$ - Matriz Ybarra

$\boldsymbol{V}$ - Vetor de tensões em todas as barras do sistema

t - Instante de tempo

t_0 - Instante de tempo genérico

$TABS$ - Tolerância absoluta utilizada na solução do laço iterativo MODELOS

$TEMD$ - Tolerância relativa utilizada na solução do laço iterativo MODELOS

$TETE$ - Tolerância absoluta utilizada na solução do laço iterativo MODELOS/REDE

$TOLM$ - Tolerância maior utilizada nos algoritmos de passo de integração variável

$TOLN$ - Tolerância menor utilizada nos algoritmos de passo de integração variável

TOL - Tolerância padrão utilizada nos algoritmos de passo de integração variável

Capítulo 1 - Introdução

As projeções para o crescimento da demanda do Sistema Interligado Nacional (SIN) presentes em [1] indicam a necessidade de sua ampliação para que a geração possa acompanhar este crescimento da carga. Dentre outros motivos, esta ampliação é necessária para possibilitar o aumento da transferência de energia elétrica entre as regiões de forma confiável. Associado a isto se pode prever o surgimento de impactos decorrentes de contingências na rede, os quais se tornarão cada vez mais severos e abrangentes [2].

Estudos elétricos e energéticos são de grande importância, sobretudo neste cenário, para que seja feita a expansão das redes com segurança e eficiência. Obviamente este cenário de crescimento não é exclusividade do Brasil, podendo variar de acordo com o país e com fatores como demografia e seus impactos sociais e econômicos [1].

Dentre os diversos estudos elétricos realizados destaca-se a análise de Estabilidade Transitória, com papel essencial para a verificação do comportamento dinâmico dos sistemas elétricos de potência (SEP). Com ela é possível determinar, pela observação de valores e curvas de resposta no tempo, se o sistema é estável ou instável a perturbações de diversos tipos. O intuito de tal verificação é prever qual seria o comportamento do sistema caso acontecessem as perturbações em questão e, com isso, elaborar estratégias para evitar diversas consequências indesejáveis que poderiam interromper o seu funcionamento adequado.

Neste tipo de estudo elétrico, um conjunto de equações algébricas e diferenciais ordinárias não lineares é resolvido para simular a dinâmica do sistema, ou seja, determinar os valores das variáveis do problema nos instantes de tempo seguintes [3]. Vale ressaltar que a solução deste problema é realizada de forma numérica, onde as equações diferenciais ordinárias (EDO) são algebrizadas utilizando alguma regra de integração, visto que não se tem conhecimento prévio da solução analítica das funções no tempo para este problema não linear [4].

Dentre os métodos de solução, destacam-se o simultâneo, onde se utiliza o método de *Newton-Raphson* para solução das equações do problema [5], [6], e o alternado [7], que se baseia em resolver alternadamente as equações de rede e modelos (principalmente geradores síncronos e seus controladores, mas também outros como elos de corrente contínua, FACTS, motores de indução, etc.) [7].

Dentre as vantagens do método alternado, destacam-se: eficiência computacional, se for utilizada uma ordenação adequada das equações; robustez; possibilidade de computação paralela entre os modelos desacoplados, isto é, aqueles que não possuem dependência direta entre si. Este é o método utilizado pelos programas ANATEM (Análise de Transitórios Eletromecânicos), desenvolvido pelo CEPEL (Centro de Pesquisas de Energia elétrica) [8], [9], e PSS/E, desenvolvido pela Siemens [10]. A principal diferença entre os métodos implementados nestes programas é que o ANATEM utiliza o método trapezoidal implícito, sendo iterativo para redução dos erros de interface. Além disso, não possui problemas de utilização de passo maior do que as menores constantes de tempo modeladas. Já o PSS/E utiliza o método explícito Euler modificado, não havendo laço iterativo entre a rede e os modelos, o que melhora o desempenho computacional. No entanto, este método requer a utilização de passos de integração menores para garantia de resultados precisos [10]. Convém ressaltar que o PSS/E possui chaveamento para um passo maior em simulações de longo prazo, quando os transitórios eletromecânicos são amortecidos, em combinação com o chaveamento para o método de integração trapezoidal. No entanto este recurso não é utilizado em simulações de curto prazo para estudos de Estabilidade Transitória [10].

Por outro lado, o método simultâneo possui uma propriedade de convergência local quadrática independente de ordenação das equações e possui algumas propostas de métodos de passo de integração variável na literatura, o que pode torná-lo particularmente atrativo para simulações de longo prazo. Os programas ORGANON e EUROSTAG utilizam este método [6], [11]. Os principais problemas associados ao método simultâneo estão relacionados a soluções de sistemas com grande quantidade de controladores definidos pelo usuário que podem ter grandes dimensões, malhas com diversos limitadores, lógicas descontínuas e chaveamentos. Estes elementos não lineares descontínuos podem alterar intempestivamente a matriz Jacobiana, causando por vezes problemas de convergência na solução iterativa do método. Além disto, as matrizes que incluem esta grande quantidade de controladores, mesmo considerando a sua esparsidade, podem atingir dimensões bastante elevadas, aumentando significativamente o custo computacional em relação à memória e processamento. Deve-se ainda apontar para a dificuldade de utilização de computação paralela, pelo fato de ser utilizada uma única matriz de solução de todos os modelos e de rede.

A integração numérica pode ser realizada por diversos métodos, onde os mais comuns são: o método de Euler, Euler modificado, Runge-Kutta e trapezoidal [12]. Integrações numéricas são capazes de transformar derivadas de equações diferenciais em quocientes de diferenças, algebrizando-as, e transformando o tempo de contínuo para discreto. A respeito das vantagens do método trapezoidal, escolhido no desenvolvimento desta dissertação, destacam-se a sua simplicidade, ausência de instabilidades numéricas [13], [14] e também a ausência de acúmulo de erros no decorrer de simulações.

Em meio à complexidade de solução destas equações diferenciais, se forem escolhidos passos de integração elevados, a resposta dinâmica do sistema poderá não estar representada de forma correta, prejudicando o estudo elétrico realizado. Por outro lado, não é desejável que se escolha um passo muito pequeno, pois apesar da possibilidade de se conseguir precisão, será perdido o desempenho computacional [15]. Sendo assim, surge então a necessidade de se elaborar um algoritmo de passo de integração variável responsável por determinar automaticamente os valores adequados dos passos ao longo do tempo. Com isso, é possível equilibrar a precisão e o desempenho computacional, garantindo o sucesso das simulações realizadas.

Um dos maiores desafios para a implementação de um algoritmo de passo variável é conseguir encontrar o passo mais adequado para cada instante de forma eficiente, isto é, com baixa carga computacional. A revisão bibliográfica mostrou que os trabalhos já publicados sobre passo variável para solução de Estabilidade Transitória realizam pesquisa em torno do método simultâneo [3], [4], [6], [15], e não do alternado, que é o foco desta dissertação.

Quando comparado com o método alternado, o simultâneo possui algumas facilidades no que diz respeito à implementação dos algoritmos de passo variável. Como é feita a linearização das equações do problema, a solução do sistema linearizado é o vetor de desvios das variáveis de estado, diferente do método alternado que calcula integralmente os novos valores. Dessa forma, no método simultâneo, é necessário apenas monitorar os valores dos desvios e se eles começarem a divergir, já é possível inferir que o passo utilizado não é o mais adequado. Este detalhe torna mais simples o desenvolvimento de algoritmos de passo variável no método simultâneo, pois não é necessário realizar todas as iterações para então avaliar o passo, o que é eficiente.

O fato dos *softwares* comerciais que possuem passo variável utilizarem o método simultâneo deixa uma lacuna nas pesquisas feitas a respeito deste mesmo recurso para o método alternado. É suposto que, conforme explicado no parágrafo anterior, a possibilidade de lógica de alteração de passo no meio das interações do processo de solução simultânea seja a principal razão pela qual, neste assunto, o método simultâneo é frequentemente encontrado na literatura, diferente do método alternado.

1.1 Motivação

As simulações de Estabilidade Transitória de grande porte demandam tempos computacionais relativamente elevados. No caso do Sistema Interligado Nacional, o tempo é da ordem de alguns minutos para cada contingência considerada. Isto torna os estudos penosos, principalmente quando envolvem análises e comparações de uma grande quantidade de casos, com avaliações de diferentes soluções de melhoria dos problemas encontrados. A motivação deste trabalho é aumentar a eficiência deste processo, equilibrando desempenho computacional e precisão no esquema de solução Alternado Implícito, para então garantir o sucesso das simulações de Estabilidade Transitória com um método de passo de integração variável simples e eficiente.

1.2 Objetivo

Neste trabalho, o objetivo é propor um algoritmo de passo de integração variável que possa ser utilizado no esquema de solução Alternado Implícito com integração numérica pela regra trapezoidal. Este esquema de solução é utilizado em *softwares* comerciais e possui uma série de vantagens. Para isto, também representa objetivo do trabalho o desenvolvimento de um programa computacional em MATLAB para simulação de Estabilidade Transitória, com o intuito de utilizá-lo como base de pesquisa e desenvolvimento para o algoritmo de passo variável, até chegar-se à versão final que é proposta nesta dissertação.

Capítulo 2 - Conceituação teórica

Neste capítulo são apresentados os conceitos teóricos relativos a esta dissertação, como definições e revisões bibliográficas dos tópicos mais importantes.

2.1 Estabilidade de Sistemas de Potência

O conceito de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência é essencialmente um problema único. Entretanto, devido às várias formas de instabilidade possíveis de ocorrer nestes sistemas, torna-se necessária uma classificação, com o intuito de facilitar a interpretação e solução dos problemas [16].

Para a divisão da Estabilidade de Sistemas de Potência em categorias, são necessárias as seguintes considerações: a natureza da instabilidade, o tamanho do distúrbio ocorrido e o horizonte de tempo de análise. A Figura 1 mostra uma visão geral do problema, com as categorias e subcategorias. É importante ressaltar que por simplicidade é dado foco na classificação da análise dinâmica dos fenômenos lentos, desprezando-se, por exemplo, instabilidades que envolvam os transitórios eletromagnéticos da rede de transmissão, como ressonância sub-síncrona, ferro-ressonância, interações dinâmicas adversas entre equipamentos de eletrônica de potência em alta frequência, dentre outras.

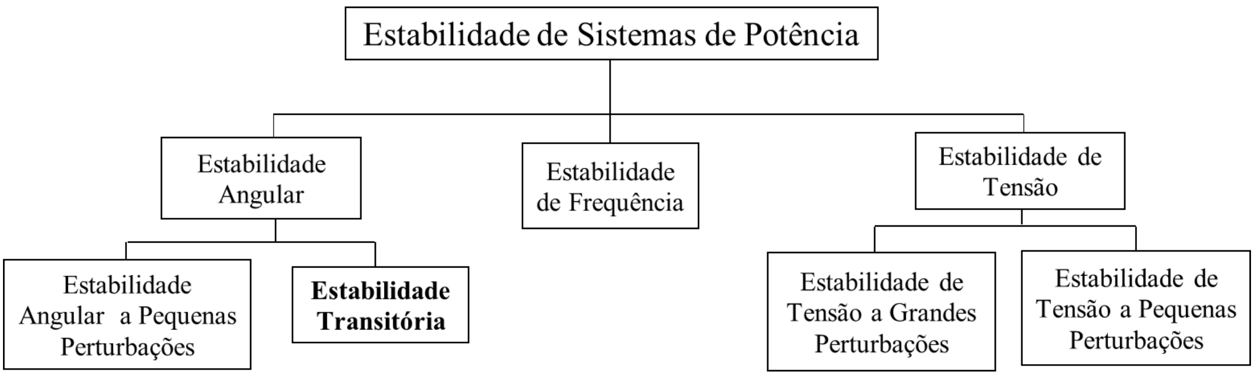

Figura 1 - Classificação de Estabilidade de Sistemas de Potência. Adaptado de [16].

2.1.1 Estabilidade angular

A Estabilidade angular pode ser definida de forma genérica como a propriedade do sistema de se manter em equilíbrio diante de condições normais, e de retornar para um novo ponto de operação após perturbações que possam ocorrer [12]. Basicamente, quando ocorre uma perturbação em um sistema, pode-se perder o equilíbrio entre as potências mecânica e elétrica, fazendo com que existam acelerações ou desacelerações nos rotores das máquinas [5]. Estas acelerações ou desacelerações podem ser amortecidas, ampliadas, ou podem apresentar comportamento oscilatório, e com base nisso se determina se a perturbação gerou uma resposta estável ou instável. Além da análise do amortecimento das oscilações, existe a análise da manutenção do sincronismo entre as máquinas. Esta análise consiste basicamente em verificar se as máquinas de uma mesma ilha elétrica (conectadas em uma rede de transmissão de corrente alternada) voltam a operar com frequência síncrona única após os distúrbios (operação síncrona conjunta) sem que nenhuma delas dispare ou freie, aumentando ou diminuindo o seu ângulo de carga indefinidamente em relação às outras. O sincronismo possui forte relação com o balanço de potência ativa do sistema.

2.1.1.1 Estabilidade angular a pequenas perturbações

A Estabilidade angular a pequenas perturbações é associada ao amortecimento das oscilações eletromecânicas de um sistema de potência diante de pequenas perturbações, as quais são consideradas suficientemente pequenas para serem analisadas por um sistema de equações linearizadas [16]. Vale ressaltar que a perda de Estabilidade Transitória de um sistema de potência sempre é associada a grandes perturbações, pois distúrbios suficientemente pequenos não são capazes de causar perda de sincronismo entre as máquinas, desde que a máquina esteja operando com ângulo de carga na sua região estável. Há basicamente dois tipos de instabilidade a pequenos sinais: aquelas relacionadas com o amortecimento das oscilações eletromecânicas (instabilidade oscilatória) e aquelas relativas à operação com ângulo de carga muito elevado (instabilidade assintótica). Nestas situações, distúrbios pequenos são suficientes para evidenciar a característica instável do sistema. Quando ocorre especificamente tal instabilidade, a característica da resposta no tempo do ângulo de carga tende a ser oscilatória, quando o sistema carece de torque de amortecimento, ou monotonicamente crescente, quando carece de torque de sincronismo [12]. Exemplos de pequenas perturbações são: pequenas variações de carga ou geração; chaveamentos de pequenos elementos em derivação como capacitores ou reatores; pequenas variações nos sinais de referência dos controladores dos equipamentos, dentre outras. É importante ressaltar que esta classificação a respeito da magnitude depende sempre do porte do sistema, das capacidades das máquinas e do impacto do distúrbio considerado.

2.1.1.2 Estabilidade Transitória

A Estabilidade Transitória, ou Estabilidade angular a grandes perturbações, que é o foco desta dissertação, é especificamente a característica do sistema de potência em permanecer em sincronismo mesmo quando submetido a uma perturbação severa [12]. Diferentemente do item 2.1.1.1, alguns exemplos de grandes perturbações seriam os curtos-circuitos, perda de grandes blocos de geração, cortes de carga, dentre outros. Instabilidades deste tipo ocorrem com tempos na faixa de 3 a 5 segundos, mas para sistemas de grande porte, com oscilações entre áreas e forte interação dinâmica entre equipamentos, pode-se estender o tempo para períodos de 10 a 20 segundos [16].

Na análise da Estabilidade Transitória é necessária a utilização das equações não lineares, sendo a principal ferramenta de solução a simulação no domínio do tempo por integração numérica. Existem na literatura propostas de métodos diretos de análise da Estabilidade Transitória [17], [18], [19] que têm como principal objetivo a identificação da instabilidade de forma mais expedita e analítica ou semi-analítica. No entanto há ainda uma carência de confiança nos resultados destes métodos e alguns deles, os mais analíticos, precisam utilizar modelos bastantes simplificados, o que traz uma perda de precisão associada [20].

2.1.2 Estabilidade de frequência

Estabilidade de frequência é associada à ideia do sistema de potência permanecer com a frequência estável após uma perturbação severa que prejudique o balanço de longo prazo entre geração e carga [16]. A principal causa desta instabilidade é a falta de capacidade das usinas geradoras de atender ao total de carga do sistema com a rede de transmissão deteriorada. Frequentemente está associada à criação de ilhas elétricas, onde partes do sistema são desconectadas devido à atuação dos mecanismos de proteção, sendo que geralmente cada uma delas não possui capacidade de geração suficiente para atendimento de sua carga.

Para a manutenção da Estabilidade de frequência, são necessárias estratégias para manter constante o balanço entre a potência demandada e potência gerada. Em situações extremas, a estratégia adotada pode até ser o corte de grandes blocos de carga ou o desligamento de ilhas elétricas. Há ainda a possibilidade de problemas de sobre-frequência devido a grandes perdas de carga, sem necessariamente perda de estabilidade, problema também resolvido de forma extrema pelo corte de grandes blocos de geração. Na prática, os sistemas elétricos contam com o Controle Automático de Geração (CAG), ou regulação secundária de velocidade, responsável por garantir que o sistema se estabilize em um valor de frequência muito próximo do nominal, sem necessidade de desligamentos [21].

2.1.3 Estabilidade de tensão

Estabilidade de tensão é associada à ideia de manter constantes, e em valores aceitáveis, as tensões de todas as barras de um sistema de potência após ocorrência de uma perturbação [12], seja ela de grande ou pequena magnitude. Este tipo de instabilidade pode ser encontrada na forma de sobre-tensões ou sub-tensões, com perturbações do tipo: desligamento de blocos de carga, linhas de transmissão e inclusive perda de sincronismo, dentre outras. A Estabilidade de tensão possui forte relação com o balanço de potência reativa do sistema. Por esta razão, um critério aplicado nos estudos deste tipo de estabilidade é analisar o comportamento da tensão quando a potência reativa injetada varia. Além disso, está associada à capacidade de transmissão do sistema. Quando a carga é constantemente elevada, o sistema terá um limite de carregamento máximo, correspondente a uma margem de carregamento máximo, a partir do qual não haverá solução para as equações de fluxo de potência. A determinação da margem de carregamento de um sistema pode utilizar o método do fluxo de potência continuado, fluxo de potência ótimo ou métodos de bifurcações sela-nó [22]. O colapso de tensão muitas vezes pode estar associado a mudanças de sinal da sensibilidade da tensão em relação à potência reativa, onde o sistema opera abaixo da curva PV.

A análise de Estabilidade de frequência e tensão está fora do escopo deste trabalho, embora as metodologias propostas de passo variável sejam bastante úteis em simulações de longo prazo, usualmente empregadas na análise desses fenômenos.

2.2 Simulação dinâmica de Sistemas de Potência

Este trabalho tem como foco a simulação da dinâmica de sistemas de potência no domínio do tempo para análise da Estabilidade angular, que atualmente é a principal ferramenta de análise da resposta do sistema a grandes perturbações. No caso de análise de pequenas perturbações é possível a linearização do sistema em torno do ponto de operação analisado e a utilização de diversas outras ferramentas de análise linear, como a análise modal e resposta em frequência. No entanto, este não é o foco desta dissertação.

Para a simulação no domínio do tempo deve-se resolver numericamente o seguinte sistema de equações algébricas e diferenciais considerando as condições iniciais conhecidas para todas as variáveis do problema:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{r}) \tag{1}$$

$$0 = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{r}) \tag{2}$$

onde $\boldsymbol{x}$ representa o vetor de variáveis de estado, $\boldsymbol{r}$ o vetor de variáveis algébricas, $\boldsymbol{f}$ o conjunto de equações diferenciais e $\boldsymbol{g}$ o conjunto de equações algébricas.

Considerando que todas as variáveis algébricas podem ser eliminadas, sendo escritas como funções das variáveis de estado, este problema resultante é conhecido na literatura como Problema de Valor Inicial (PVI) para Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), havendo diversos livros que descrevem os métodos numéricos que podem ser utilizados na sua solução [23], [24].

No próximo item é apresentada a classificação dos principais métodos de integração utilizados para solução no domínio do tempo. Em seguida, é apresentada a definição de cada um deles.

2.3 Classificação dos métodos de integração numérica

Os métodos de integração podem ser classificados como implícitos ou explícitos. Os métodos implícitos são aqueles em que a regra de integração produz uma equação algébrica que depende não linearmente da variável de estado do problema e, por este motivo, não permite calculá-la explicitamente, devendo-se recorrer a métodos iterativos. Por outro lado, nos métodos explícitos as variáveis de estado só dependem de valores anteriores das funções e variáveis. Vale ressaltar que métodos implícitos podem ser transformados em explícitos, caso seja utilizado um método de previsão para a estimativa dos valores desconhecidos.

A grande desvantagem dos métodos explícitos é a possibilidade de acúmulo de erros e surgimento de instabilidades espúrias, principalmente em simulações de longo prazo. Por outro lado, estes métodos possuem a vantagem de não necessitar de cálculo iterativo.

Por definição, os métodos de Euler, Euler modificado, Adams-Bashforth e Runge-Kutta são explícitos enquanto que o método trapezoidal, BDF e Adams-Moulton são métodos implícitos [23].

Outra classificação diz respeito à ordem do método, correspondente ao polinômio interpolador da função de integração. O método de Euler tem ordem 1, o Euler modificado ordem 2, o trapezoidal ordem 2, e a ordem do Runge-Kutta, BDF e dos métodos de Adams pode ser ajustada conforme o grau do polinômio [23].

Outra classificação é a respeito da quantidade de passos, podendo ser passo simples (unipasso) ou passo múltiplo (multipassos). No primeiro caso, utiliza-se apenas a informação de um passo de integração, enquanto que no segundo utilizam-se valores de múltiplos passos. Os métodos de Adams de ordem superior a 2 são multipassos, enquanto que os demais são passo simples [23].

De acordo com a literatura, existem ainda propostas de métodos de múltiplas taxas (ou *multirate*) que utilizam passos de integração diferentes para diferentes funções [25]. Estes métodos são úteis especialmente para soluções de modelos híbridos onde, por exemplo, se utiliza parte da rede com transitórios eletromagnéticos e outra parte apenas com transitórios eletromecânicos [6], [25]. Entretanto, neste trabalho não foi considerado este tipo de simulação.

2.4 Métodos de integração numérica

Neste item serão apresentados os métodos de integração que podem ser utilizados na solução numérica do Problema de Valor Inicial (PVI) dado por:

$$\dot{x} = f(x, t) \tag{3}$$

$$x(t_0) = x_0 \tag{4}$$

onde x representa uma variável de estado genérica, t o tempo, t_0 um instante de tempo genérico e f uma determinada equação diferencial.

Com a aplicação dos métodos de integração numérica, é possível calcular aproximações para os valores das variáveis de interesse, uma vez que sua solução analítica não existe ou é muito mais complexa, muitas vezes tendo alto esforço computacional associado ou sendo impraticável. Dessa forma, nos métodos de integração numérica, as diversas equações diferenciais são transformadas em equações a diferenças, o que transforma o domínio do tempo de contínuo para discreto.

2.4.1 Método de Euler

Dentre os métodos de integração numérica existentes, o método de Euler é um dos mais simples, utilizando apenas uma derivada na extremidade do intervalo de integração. Este método pode ser implícito ou explícito, dependendo do ponto em que se utiliza a derivada, e representa a mais básica aproximação feita pela expansão em série de Taylor.

2.4.1.1 Euler explícito

O método de Euler explícito, também conhecido como *forward*, ou simplesmente Euler, é definido pela seguinte equação:

$$x(t) = x(t - \Delta t) + \Delta t . f(\, x(t - \Delta t), t - \Delta t) \tag{5}$$

onde f é a função que descreve a derivada da variável de estado x. É possível observar que esta derivada é calculada no ponto $t - \Delta t$, fazendo com que o método seja explícito. Basicamente, o método faz uma aproximação linear do valor da variável x no instante t com o uso da derivada no instante anterior $t - \Delta t$.

2.4.1.2 Euler implícito

O método de Euler implícito, também conhecido como *backward*, ou Euler reverso, se difere do anterior pelo fato de sua derivada ser calculada no instante t, gerando então a característica implícita, por definição. Assim, é necessário ter o valor da variável de estado em um ponto ainda não calculado. Por outro lado, o método de Euler implícito é mais robusto que o explícito, e pode ser definido pela seguinte equação:

$$x(t) = x(t - \Delta t) + \Delta t . f(\, x(t), t) \tag{6}$$

Dessa forma, a implementação deste método requer a aplicação de um método de previsão, para estimativa dos valores das variáveis ainda não calculadas.

2.4.2 Método de Euler modificado

O método de Euler modificado é o mais simples dos métodos preditor-corretor, e representa uma melhoria em relação ao método de Euler convencional. Sua estratégia é combinar os dois métodos de Euler, onde esta combinação é feita com a utilização da média das derivadas dos extremos do intervalo de integração. Este método pode ser definido pela seguinte equação:

$$x(t) = x(t - \Delta t) + \Delta t.\left[\frac{f(\,x(t - \Delta t), t - \Delta t) + f\big(\,x_p(t), t\big)}{2}\right] \tag{7}$$

Onde x_p é a previsão do valor futuro, feita pelo método de Euler explícito, ou seja:

$$x_p(t) = x(t - \Delta t) + \Delta t. f(\,x(t - \Delta t), t - \Delta t) \tag{8}$$

Dessa forma, o método de Euler modificado é, por definição, um método explícito, pois a derivada do valor futuro é calculada com a previsão x_p. Este método é bem parecido com o método trapezoidal, definido no próximo item, com a diferença que o segundo é uma aplicação implícita do primeiro.

2.4.3 Método Trapezoidal

O método trapezoidal, conforme mencionado previamente, é uma aplicação implícita do método de Euler modificado. Além disso, requer a utilização de um método de estimativa para os valores iniciais, pois exigirá iterações, dada sua característica implícita. A previsão dos valores iniciais pode ser feita por extrapolação, ou por algum método explícito de integração. De forma semelhante ao método anterior, pode ser definido por:

$$x(t) = x(t - \Delta t) + \Delta t.\left[\frac{f(\,x(t - \Delta t), t - \Delta t) + f(\,x(t), t)}{2}\right] \tag{9}$$

onde o valor da derivada $f(\,x(t), t)$ é calculado de forma iterativa, diferente do método de Euler modificado. O nome trapezoidal é devido ao fato da aproximação da integral, que é a área abaixo da curva da derivada, ser feita por trapézios.

2.4.4 Método de Runge-Kutta

O método de Runge-Kutta também representa uma aproximação feita por expansão em série de Taylor, e é aplicado em ordens superiores aos métodos descritos previamente, sendo o de 2ª e 4ª ordem os mais usuais. O conceito principal do método de Runge-Kutta é a divisão do intervalo de integração em partes, ou estágios, onde este número define a ordem de seu erro. Dessa forma, quanto maior a quantidade de termos no método de Runge-Kutta, maior sua precisão, e obviamente, maior sua ordem. Uma vez que sua equação depende da ordem escolhida, pode-se defini-lo com a seguinte equação geral [23]:

$$x(t) = x(t - \Delta t) + \sum_{i=1}^{n} \mu_i \, k_i \tag{10}$$

Onde n representa a ordem escolhida, e k pode ser determinado por:

$$k_i = \Delta t . f(t + \psi_i . \Delta t \,, x(t - \Delta t) + \sum_{j=1}^{i-1} \lambda_{i,j} \, k_j) \tag{11}$$

sendo os valores dos multiplicadores ψ_i, $\lambda_{i,j}$ e μ_i definidos de acordo com o valor de n escolhido. O método de Runge-Kutta pode ser entendido como uma generalização do método de Euler modificado para ordens superiores a 1. Sendo assim, este método é, por natureza, explícito.

2.4.5 Métodos de passo múltiplo

Diferentemente dos métodos anteriores, existem também os métodos multi-passo, conforme definido no item 2.3, sendo os métodos de Adams os mais conhecidos. Com eles é possível não somente utilizar a informação do último passo calculado, mas também de outros, aumentando a ordem do polinômio interpolador. De forma análoga ao método de Euler, estes métodos podem ser definidos na sua forma explícita (Adams-Bashforth) ou implícita (Adams-Moulton). Não é usual a utilização de nenhum dos dois métodos por si só, sendo mais comum a combinação deles, o que gera então um método preditor-corretor [11]. A ideia é utilizar o método de Adams-Bashforth como preditor, e o Moulton como corretor.

2.4.5.1 Método de Adams-Bashforth

O método de Adams-Bashforth representa uma extensão multi-passo do método de Runge-Kutta. Este método é, por definição, explícito, e pode ser equacionado da seguinte forma [23]:

$$x(t) = x(t-\Delta t) + \Delta t \sum_{i=0}^{n-1} \xi_i . f(t-\Delta t.(i+1), x(t-\Delta t.(i+1))) \tag{12}$$

2.4.5.2 Método de Adams-Moulton

O método de Adams-Moulton representa uma extensão implícita multi-passo do método de Runge-Kutta, ou ainda, uma aplicação implícita do método de Adams-Bashforth. Este método pode ser definido pela seguinte equação:

$$x(t) = x(t-\Delta t) + \Delta t \sum_{i=0}^{n-1} \xi_i . f(t-\Delta t. i, x(t-\Delta t. i)) \tag{13}$$

onde os valores de ξ_i são constantes definidas com base na ordem escolhida [26].

2.5 Passo de integração variável

A escolha do passo de integração é um dos tópicos de maior importância na integração numérica de sistemas de equações diferenciais. Simulações realizadas com passo de integração fixo podem ter problemas tanto em relação à precisão como em termos de esforço computacional. Se for escolhido um passo muito grande, a solução encontrada poderá divergir da exata [15], isto é, aquela que melhor representa a solução analítica do problema. Por outro lado, se for escolhido um passo muito pequeno, o número de operações e o tempo computacional ficarão elevados [27].

Nos métodos de passo fixo, uma das formas mais usuais para selecionar o valor do passo de integração é: verificar o valor da menor constante de tempo associada ao sistema [28] e então escolher um valor de passo menor que este, para contemplar tal característica. No entanto, as constantes de tempo reais do sistema dependem de realimentações e, sem o conhecimento de qual perturbação será aplicada no estudo do caso, nem sempre é evidente quais dinâmicas mais rápidas serão importantes. Dessa forma, é mais coerente que a escolha do passo seja baseada no comportamento do sistema, isto é, se o transitório estiver oscilando rapidamente, o passo escolhido deve ser pequeno, e caso contrário pode-se tentar um passo maior [15].

Dentre os trabalhos publicados sobre passo variável, muitos abordam puramente a solução de equações diferenciais de primeira ordem, sem nenhuma aplicação prática nas equações de simulação dinâmica de sistemas de potência [29]. Dos que possuem aplicação prática, a maior parte é dedicada aos transitórios eletromagnéticos [4], ou ainda, quando são voltados para os transitórios eletromecânicos, utilizam o método simultâneo [3], [6], [15], [30].

Dada a sua importância, alguns trabalhos discutem até algoritmos para escolha automática do tempo máximo de simulação [4], com o intuito de agilizar os estudos, focando no tempo realmente necessário para sua conclusão. Por exemplo, conforme é discutido em [4], o método de determinação do melhor passo é feito com base no valor máximo da frequência que deve ser simulada de forma precisa. Outros trabalhos se dedicam à análise do erro de truncamento local [31] com equações simples, para testar se o passo escolhido gera bons resultados ou não.

O erro de truncamento local basicamente representa o erro gerado na solução do valor de uma variável, para um determinado instante. Já o erro de truncamento global é associado ao acúmulo de erros gerado pelo método de integração nas diversas soluções de instantes de tempo. A análise do erro local é um método comum para escolha de passo dentre os trabalhos já publicados, como por exemplo [6], [31] e [32], em que as equações utilizadas para seu cálculo geralmente são da forma:

$$\epsilon_{local} = K_{p+1}.(\Delta t.x)^{p+1} \tag{14}$$

sendo K uma constante associada ao método utilizado, Δt o passo de integração a ser testado, x a variável de estado em questão, e p a ordem do método de integração aplicado [6].

Em [3], é proposta uma análise modal capaz de escolher o melhor passo tendo em vista a ideia de escolha do subintervalo ótimo, isto é um passo menor que o já testado, utilizando um sistema com uma máquina e uma barra infinita para separar os tipos de oscilação. Nesta análise, é levado em consideração o método de múltiplas taxas [25], conforme definido no item 2.3.

Alguns trabalhos sobre passo variável já publicados são baseados no método dos mínimos quadrados (MMQ), como [33] e [34]. Este tema é amplamente analisado na literatura e boa parte dos trabalhos explora o problema com passo fixo. Mesmo nos casos onde existe passo variável já foi constatado que o método é estável e atende às necessidades, porém ainda não foi aplicado a problemas de Estabilidade.

A seguir são apresentados dois métodos bastante conhecidos de passo variável que, no entanto, só foram implementados na solução simultânea ao invés da alternada, escolhida como foco desta dissertação.

2.5.1 Método de Dormand-Prince

O método de Dormand-Prince é baseado no método de Runge-Kutta de 4ª ordem, com passo variável [35]. Neste caso, é utilizado o método de Runge-Kutta de 5ª ordem para avaliar o erro de integração e ajustar o valor do melhor passo. Logo, basta calcular o erro da seguinte forma:

$$\epsilon_{DP} = |x^{RK4} - x^{RK5}| \tag{15}$$

onde as variáveis x são geralmente os estados do problema em análise.

Estima-se que métodos deste tipo (alta ordem) sejam mais eficientes quando utilizados no esquema de solução simultâneo, devido ao fato da existência da alta não linearidade entre as equações, o que geraria um elevado número de iterações no método alternado.

2.5.2 Método Adams-BDF

Existem *softwares* comerciais que utilizam uma combinação dos métodos de Adams com o método BDF (*Backward Differentiation Formula*), que conforme definido em [23], é semelhante ao método de Adams-Moulton, com a diferença de utilizar derivada somente no ponto que se deseja calcular. Dois dos *softwares* comerciais que utilizam este método são o

EUROSTAG [36] e o ORGANON [6], os quais possuem passo e ordem variável. Este método, chamado de Adams-BDF, constitui a aplicação de um método robusto (Adams-Moulton) para as variáveis de estado diferenciais e outro menos sensível a variações (BDF) para as variáveis de estado algébricas, conforme [11]. Desta forma, o método Adams-BDF possui vantagens em relação à aplicação do método de Adams por si só, ou do método BDF somente. Além disso, dependendo do comportamento do sistema, é ajustada a ordem mais adequada para resolver o problema de Estabilidade.

Também já existe publicação de proposta para um método de múltiplas taxas aplicado ao Adams-BDF, como [37].

Capítulo 3 - Metodologia

Neste capítulo é apresentada a metodologia aplicada nesta dissertação, com detalhes e explicações sobre o esquema de solução de Estabilidade Transitória do programa computacional desenvolvido. Além disso, é explicado o algoritmo proposto de passo de integração variável aplicado ao método de solução Alternado Implícito. Este algoritmo é a principal contribuição desta dissertação.

3.1 Esquema de solução de Estabilidade Transitória

Para o desenvolvimento do algoritmo de passo variável deste trabalho, foi necessária a implementação de um programa para a solução de Estabilidade Transitória. O método Alternado Implícito foi utilizado como esquema de solução e então o programa foi elaborado em MATLAB. A seguir, este esquema é detalhado e explicado.

O programa desenvolvido em MATLAB conta com a implementação dos seguintes modelos:

1. Gerador clássico;
2. Gerador de pólos salientes;
3. Gerador de rotor cilíndrico;
4. Regulador de tensão com excitatriz estática (com/sem redutor de ganho transitório);
5. Estabilizador de sistemas de potência.

Além disso, é possível simular os seguintes eventos:

1. Aplicação/remoção de curto-circuito em barras;
2. Abertura/fechamento de linhas de transmissão;
3. Chaveamento de *shunts* em barras;
4. Modificação nos valores das potências das cargas;
    - 4.1. Aparente (mantendo fator de potência constante);
    - 4.2. Ativa;
    - 4.3. Reativa.

Para realizar qualquer cálculo de Estabilidade Transitória, o ponto de partida é o cálculo do fluxo de potência, que define as condições iniciais das variáveis do problema. Estas condições iniciais, ou ainda, o estado da rede, são essencialmente os valores das tensões em todas as barras, distribuição dos fluxos, e algumas outras variáveis de interesse [38]. No fluxo de potência é realizada uma modelagem estática do sistema, cuja representação matemática é feita por equações e inequações algébricas. Esse tipo de modelagem assume que as variações dos valores das variáveis com o tempo são suficientemente lentas para que se possa desconsiderar o efeito transitório [38].

A condição para início do cálculo de Estabilidade Transitória é que o fluxo de potência seja convergente, isto é, que possua solução. Neste trabalho, também foi implementado um programa em MATLAB para cálculo do fluxo de potência pelo método de *Newton-Raphson*, onde as cargas foram modeladas apenas por potência constante. A Figura 2 mostra um fluxograma resumindo este processo.

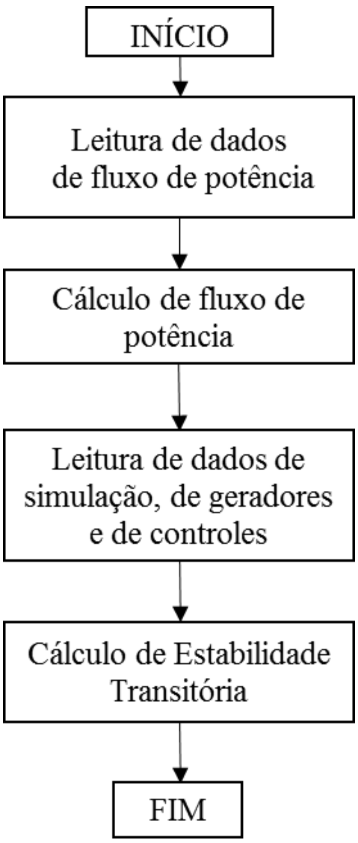

Figura 2 - Fluxograma geral das leituras de dados e cálculos realizados pelo programa de MATLAB.

Detalhes da rotina "Cálculo de Estabilidade Transitória" da Figura 2 são apresentados na Figura 3, que explica o seu funcionamento.

Vale informar que, neste trabalho, a palavra “modelos” se refere aos modelos de máquinas (e seus controladores). Além disso, a palavra “rede” se refere às tensões elétricas em todas as barras do sistema.

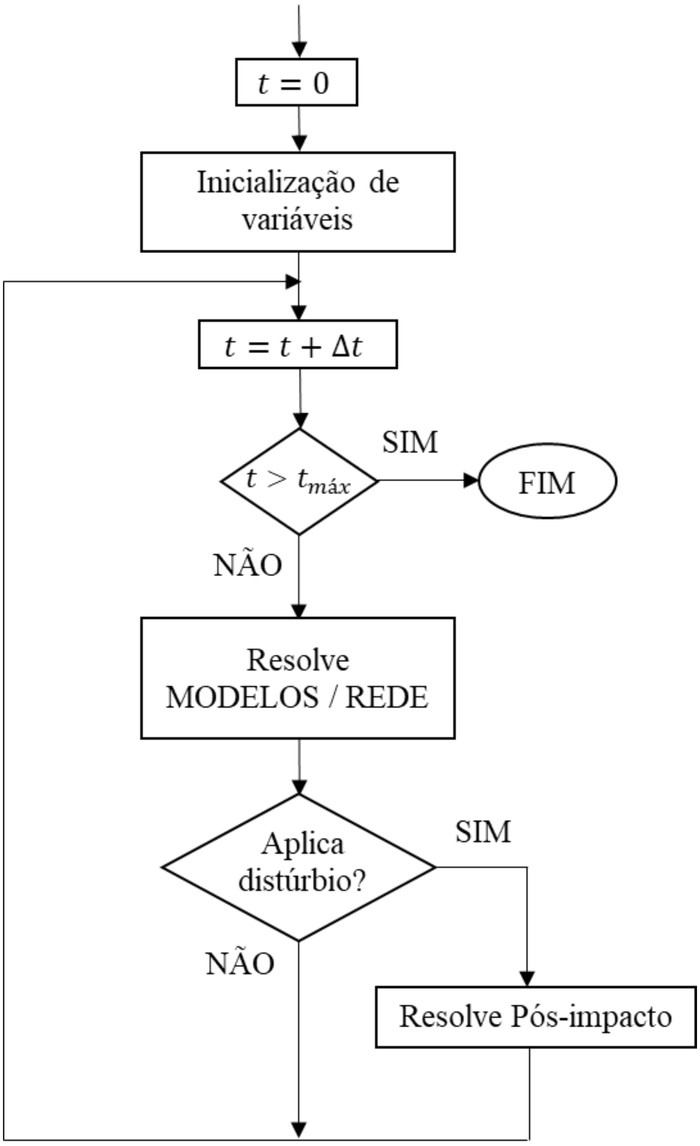

Figura 3 - Fluxograma geral da rotina “Cálculo de Estabilidade Transitória”.

Na Figura 3, o primeiro passo é a inicialização das variáveis do problema. Basicamente, são consideradas as derivadas iguais a zero, pois neste primeiro instante o sistema está em repouso, ou seja, ainda não foram aplicadas perturbações. Com isso podem ser utilizadas as próprias equações diferenciais – e se necessário algumas algébricas – do problema para se chegar à solução da inicialização, anulando as derivadas existentes nestas equações e resolvendo-as. Este resultado vem direto do fluxo de potência e representa o valor inicial de todas as variáveis, resultado necessário para iniciar o método de integração numérica, conforme o PVI genérico mostrado no item 2.4.

Um detalhe importante é a ordem das inicializações, que começa com os geradores, estabilizadores, reguladores de tensão e por último os reguladores de velocidade (não implementados neste trabalho). Esta ordem existe devido à dependência existente entre as equações, e se não for respeitada, a inicialização conterá erro.

Após ter sido calculada a inicialização, devem ser calculados os pontos seguintes. Para isto, é iniciada a simulação, onde é incrementado o tempo e executada a rotina "Resolve MODELOS/REDE", que contém processos iterativos, dentre outras funções que serão mostradas mais à frente.

Quando convergem os processos iterativos da rotina "Resolve MODELOS/REDE", foram solucionados os valores de todas as variáveis do problema para o instante em questão. Após isso, é verificado se neste instante de tempo deve-se aplicar algum distúrbio. Se houver distúrbio a aplicar, é executada a rotina "Resolve Pós-impacto". Caso contrário, a simulação segue fechando o laço que incrementa o valor do tempo para solucionar os próximos instantes, de acordo com a Figura 3.

A rotina de pós-impacto contém basicamente a modificação da matriz de admitâncias nodais (Ybarra), que sofrerá diferentes alterações dependendo do evento aplicado. Além disso, logo em seguida, é calculada uma nova solução da rede. Esta solução é necessária pois com a modificação da matriz Ybarra (que de fato representa as conexões da rede elétrica do sistema), as tensões elétricas sofrerão alterações, assim como todas as outras variáveis algébricas. Com isso, é gerado um "ponto de pós-impacto" nas funções temporais que descrevem todas as variáveis do problema. Este ponto representa uma descontinuidade da resposta no tempo das variáveis algébricas. Por outro lado, em tal instante, as variáveis de estado permanecem com o mesmo valor, pois conforme comentado, na rotina "Resolve pós-impacto", somente a rede foi solucionada, e não os modelos. Além disso, por definição, as variáveis de estado não permitem variações bruscas.

Vale ressaltar que existe uma rotina nomeada de "Resolve MODELOS/REDE", e dentro dela existem laços iterativos, sendo um deles o laço MODELOS/REDE. É importante não confundir a rotina com o laço iterativo. Detalhes da rotina "Resolve MODELOS/REDE" presente na Figura 3 são descritos na Figura 4.

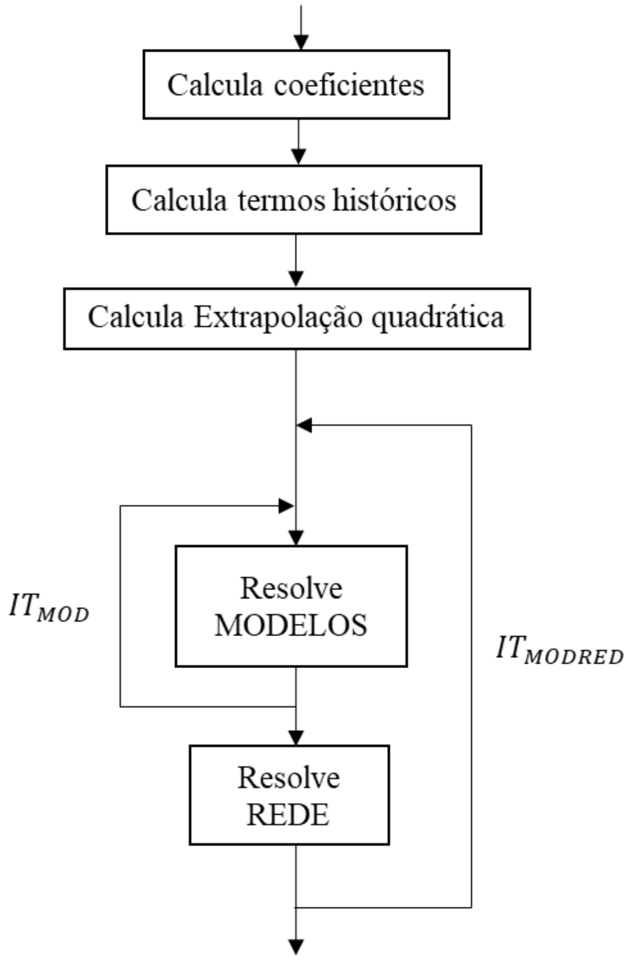

Figura 4 - Fluxograma com cálculo dos termos históricos, extrapolação quadrática e solução do laço iterativo MODELOS/REDE. Este trecho completo é a rotina chamada "Resolve MODELOS/REDE".

De acordo o fluxograma da Figura 4 é mostrado que antes de iniciar o laço iterativo MODELOS/REDE, é necessário que sejam calculados (e armazenados) os coeficientes das equações de integração numérica. Conforme a dedução feita no Anexo D, o cálculo prévio dos coeficientes permite uma melhora no desempenho computacional, pois várias operações são feitas apenas uma vez para cada passo calculado, e não a todas iterações necessárias.

Na sequência, são calculados os termos históricos – que são parcelas do método trapezoidal referentes ao instante anterior, e por isso permanecem constantes durante todo o processo iterativo para cada passo que é resolvido, sendo alteradas somente em um novo instante de tempo. Logo em seguida, é calculada a extrapolação quadrática – que tem a função de reduzir o número de iterações da solução do método trapezoidal, aproximando os futuros valores de certas variáveis com base no comportamento parabólico. No Anexo D são mostrados detalhes sobre como isolar matematicamente os termos históricos para uma dada equação diferencial de primeira ordem, com a aplicação do método trapezoidal. E no item C.2 é feita a dedução da extrapolação quadrática.

Com isso, chega-se ao laço iterativo MODELOS/REDE, que resolve alternadamente as rotinas "Resolve MODELOS" e "Resolve REDE" e por isso este método de solução aplicado neste problema é chamado de alternado. Primeiro é executada a rotina "Resolve MODELOS" até que convirjam, com número máximo de 10 iterações ($IT_{MOD} = 10$). Tal rotina representa de fato os cálculos das variáveis de estado para o novo instante de tempo, pelo método trapezoidal. Além disso, nesta mesma rotina já são calculadas as variáveis algébricas, exceto as tensões, que são solucionadas na rotina "Resolve REDE".

Em seguida, aparece a rotina "Resolve REDE", onde é calculada a solução da rede por substituição direta, partindo do princípio que não existem cargas funcionais declaradas. Caso houvessem cargas funcionais, seria necessário resolver a rede de forma iterativa (assim como é feito na rotina "Resolve MODELOS"), pois não existiria linearidade. Como no caso do programa feito em MATLAB neste trabalho não foi contemplada a possibilidade de se declarar cargas funcionais, não há este laço iterativo [39]. A solução do laço MODELOS/REDE admite um número máximo de 30 iterações ($IT_{MODRED} = 30$).

Caso fosse utilizado o modelo de *Thévenin* para representação da rede, deveria ser criada uma barra a mais para cada gerador, com intuito de representar suas tensões internas, e deveria ser feita também uma extensão da matriz de impedâncias (Zbarra) do sistema. Dado que esta representação da rede não é prática, é então utilizado o modelo de *Norton* [40]. Este modelo é bem mais simples e não requer extensão de matriz alguma. Com esta representação é colocada uma fonte de corrente em paralelo com o inverso da impedância interna de cada máquina, gerando então uma admitância, que é incluída na matriz Ybarra. De forma análoga, as cargas do sistema são modelas por impedância constante, sendo suas admitâncias incluídas também na matriz Ybarra como elementos derivação.

Durante a solução da rede, na rotina "Resolve REDE", são feitos os seguintes cálculos:

$$I_n = \frac{E''_{Re} + j.E''_{Im}}{R_a + j.X''_d} \tag{16}$$

onde I_n são os elementos do vetor de correntes de *Norton* $\boldsymbol{I_n}$ [40] utilizado para resolver a rede no seguinte sistema linear, em notação matricial:

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{Y}^{-1}.\boldsymbol{I_n} \tag{17}$$

Na equação (17), $\boldsymbol{V}$ é o vetor de tensões nas barras e $\boldsymbol{Y}^{-1}$ a inversa da matriz Ybarra. Obviamente, se o modelo de gerador for o clássico, que é definido no item A.1, a equação (16) ficará diferente, tendo a utilização da tensão $E'_{Re} + j.E'_{Im}$ e a reatância transitória de eixo direto X'_d como particularidades. No caso do gerador ser de pólos salientes ou de rotor liso, o cálculo da corrente de *Norton* injetada por um gerador fica exatamente conforme a equação (16).

Em resumo, na solução dos modelos, as variáveis de estado são atualizadas, além de algumas variáveis algébricas. Daí, com base nas tensões internas (E' ou E'') já atualizadas, é possível calcular as correntes de *Norton* de cada máquina, conforme a equação (16), para então utilizá-las no cálculo do valor das tensões em todas as barras para aquele instante, via solução direta, conforme a equação (17).

A solução da rotina "Resolve MODELOS", presente na rotina "Resolve MODELOS/REDE", é realizada da seguinte forma: é feita uma varredura por máquina, de modo que são calculadas as variáveis de estado associadas aos reguladores de velocidade, estabilizadores, reguladores de tensão e por último os geradores. Esta ordem representa a melhor forma de organizar as equações de solução dos modelos, de forma a já aproveitar as atualizações das primeiras variáveis no cálculo das seguintes, o que representa uma ordenação otimizada (ou mais eficiente) destas equações. Conforme comentado, em meio à integração numérica que atualiza as variáveis de estado, podem ser atualizadas – por meio de equações algébricas – também as variáveis algébricas, exceto as tensões, que são resolvidas à parte, como já foi dito.

Para que o processo iterativo da solução dos modelos convirja é necessário o cálculo dos erros ao final de cada iteração, isto é, o desvio entre os valores das sucessivas iterações. Quando este erro for suficientemente baixo para todas as variáveis, o processo converge. Para avaliar o valor deste erro, é necessária a definição de duas tolerâncias: a absoluta (TABS) e a relativa (TEMD). É calculado o erro absoluto – módulo da diferença entre os valores – e este é comparado com a tolerância TABS. Se a tolerância TABS for violada, é calculado o erro relativo que, por sua vez, é definido como a divisão do erro absoluto previamente calculado pelo valor da última iteração. Caso o valor da última iteração seja igual a zero, é atribuído valor 1 ao erro relativo, evitando a divisão por 0. Vale ressaltar que, neste trabalho, a tolerância TEMD é definida em valor percentual. Dessa forma, no decorrer do programa computacional desenvolvido, este valor é dividido por 100 para transformá-lo para pu.

Na solução do laço iterativo MODELOS/REDE, ao final de cada iteração, é calculado apenas o erro absoluto entre os valores – de sucessivas iterações – das tensões reais e imaginárias de todas as barras do sistema. Quando este erro for menor que a tolerância absoluta (TETE), que controla a convergência do laço em questão, o processo converge. Convém ressaltar que, neste trabalho, TETE é definida em valor percentual, mesmo sendo esta uma tolerância absoluta, ou seja, o valor utilizado é simplesmente o fornecido dividido por 100. Vale ressaltar que o laço iterativo MODELOS/REDE só converge quando o laço MODELOS já estiver convergido. Obviamente, se houvesse iterações na solução da rede, também seria necessária a convergência do laço REDE que haveria de ser adicionado no algoritmo. Entretanto, conforme já foi explicado, este laço não é necessário para este trabalho.

Após o término do algoritmo previamente explicado, são executadas as rotinas de conversão de unidades das variáveis (de valores pu para unidades SI) e plotagem dos resultados.

3.2 Algoritmo de passo de integração variável

O maior desafio do trabalho é descobrir qual o melhor passo de integração sem grande esforço computacional. Isto se deve ao fato do passo variável ter como um de seus objetivos a melhora do desempenho, e não somente a precisão. Portanto, não é aconselhável que se utilize um método pouco eficiente, visto que isto poderá prejudicar sua tentativa de melhorar o desempenho computacional da simulação, em comparação com o passo fixo.

Nos sistemas lineares, existem métodos onde se calcula autovalores e com estes se descobre o passo de integração adequado. Entretanto, como este trabalho tem como foco sistemas não lineares, tal prática não pode ser aplicada, dificultando um pouco mais a solução do problema. Por outro lado, após o desenvolvimento do algoritmo que será proposto, espera-se que o mesmo possa ser estendido para os sistemas lineares.

Para a simulação de um sistema com amortecimento, se for feita a aplicação e remoção de um determinado distúrbio, e supondo que o tempo de simulação seja suficientemente grande para permitir o amortecimento de todas as oscilações, é esperado um determinado comportamento em relação aos passos escolhidos. Inicialmente, antes dos distúrbios, a simulação começaria com o passo no valor máximo, e logo após a aplicação de um distúrbio o passo iria reduzir a valores menores, podendo chegar ao valor mínimo, se necessário. Em seguida, iria gradualmente aumentando de forma a atingir novamente valores maiores, e até o valor máximo, quando todo o sistema voltasse a se acomodar em um novo regime permanente. Essa dedução vem da ideia de que quanto mais oscilatória a resposta no tempo estiver, maior a necessidade de um passo pequeno, pois o transitório estará mais intenso. Por outro lado, quanto mais acomodado este sistema estiver, maiores as chances de se poder utilizar um passo maior

[15]. Com base nesta premissa, foi iniciada a dedução e desenvolvimento da primeira versão do algoritmo de passo de integração variável, que já tinha então um comportamento esperado.

3.2.1 Desenvolvimento do algoritmo

O algoritmo de passo de integração variável passou por diversas etapas até o seu resultado final. Foram geradas três versões, sendo a terceira a definitiva. A primeira e a segunda versões foram um pouco complexas, e a definitiva bem mais simples e computacionalmente mais eficiente. Por estas razões foi a escolhida.

3.2.1.1 Primeira versão do algoritmo

A principal premissa adotada pela primeira versão do algoritmo de passo variável é que o método trapezoidal é mais preciso quando a resposta no tempo é linear [14]. Se a resposta não for suficientemente linear, o passo escolhido deverá ser menor, a fim de garantir precisão. Por outro lado, se houver maior grau de linearidade pode-se tentar utilizar passos maiores.

Dessa forma, a primeira versão do algoritmo utilizou a estratégia de analisar a linearidade da resposta no tempo das variáveis, e com isso escolher o passo mais adequado, conforme mostrado na Figura 5. Basicamente, é feita uma comparação entre a extrapolação linear da reta tangente no ponto $x(t-\Delta t)$ por um comprimento Δt, chamado de $x^*(t)$ na figura, e o ponto $x(t)$, que é aquele resolvido normalmente por integração numérica. Daí, dependendo do desvio absoluto ε entre estes dois resultados, pode ser necessário reduzir o valor do passo de forma que é escolhido o maior passo que satisfaça uma tolerância TOL, cujo valor é escolhido pelo usuário de acordo com o grau de precisão desejado. Se este erro estiver superior a TOL, o passo é reduzido e novamente é refeito o processo. Por outro lado, se o erro estiver inferior, aumenta-se o passo e novamente o processo é executado.

Vale ressaltar que tanto a redução quanto o aumento do passo são feitos com base em uma lista de valores definidos também pelo usuário. A redução significa a troca para o valor imediatamente inferior ao testado e o aumento significa a troca para o valor imediatamente superior da lista.

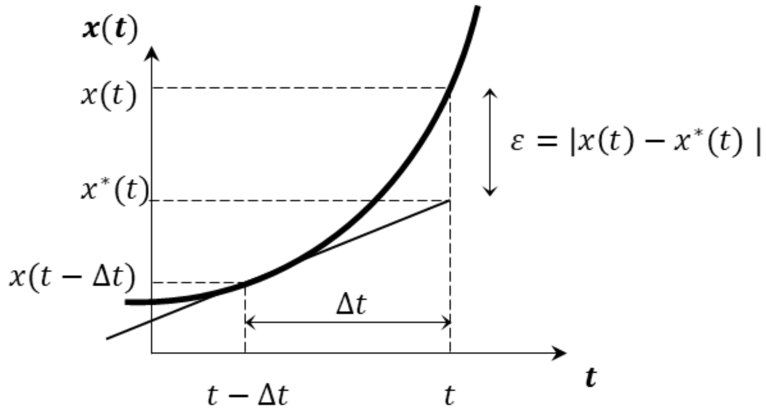

Figura 5 - Teste de linearidade pela reta tangente.

Dessa forma, inicialmente era necessário que o usuário definisse uma lista de valores de passos a serem utilizados, assim como esta tolerância TOL escolhida. A lista inicial contava com os seguintes passos, já em milissegundos: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5; 10. A tolerância TOL era definida em função da tolerância absoluta TABS (explicada no item 3.1), sendo feito TABS/10, onde este fator foi escolhido por estimativa, podendo sofrer alterações caso necessário. Outro detalhe importante é que neste algoritmo inicial, a avaliação de passo de integração era feita em intervalos de 200 ms. O valor 200 ms foi escolhido também por estimativa, supondo ser suficiente para as constantes de tempo típicas dos transitórios estudados neste trabalho. A justificativa de se realizar a avaliação por intervalos de 200 ms e não a todo instante foi devido ao fato deste processo possuir uma carga computacional associada. Desse modo, se fosse realizado a todo instante, o desempenho computacional seria prejudicado.

Na avaliação de um passo Δt, seria mais coerente comparar seu resultado com aquele gerado por vários passos mínimos (no caso 0,1 ms, de acordo com a lista utilizada neste trabalho até então). Obviamente, é esperado que o resultado calculado com passos mínimos seja mais preciso, ou seja, mais próximo da solução analítica. Por esta razão, dependendo do desvio entre esses resultados mencionados, seria possível determinar se o passo estaria adequado ou não. No entanto, não é viável calcular vários passos mínimos para testar um Δt, visto que o esforço computacional para tal já iria prejudicar uma das motivações da utilização de passo variável: a melhoria de desempenho computacional. Portanto, a utilização da reta tangente, conforme explicado nos parágrafos anteriores, representou uma solução mais eficiente e aproximada deste teste de linearidade.

Na implementação computacional deste trabalho, o método de obtenção da reta tangente que mais se mostrou ajustável às rotinas já implementadas, sem que houvesse a necessidade de realizar grandes mudanças nos códigos, ou deduções mais complexas, foi a extrapolação linear de dois pontos calculados com maior precisão. Analisando a Figura 6, caso seja necessário avaliar um passo Δt em um determinado instante de tempo $x(t-\Delta t)$, que no caso é o ponto (1) da figura, este instante deve ser sido resolvido com maior precisão – o que significa reduzir as tolerâncias de cálculo TABS, TEMD e TETE – definidas no item 3.1 – antes de resolvê-lo. Além disso, é necessário outro ponto, que na figura é o (2), também calculado com maior precisão, para que juntos possam gerar uma direção precisa, a qual neste caso aproximaria a reta tangente ao ponto $x(t-\Delta t)$. Daí, tendo os valores dos pontos (1) e (2), bastaria extrapolar linearmente – conforme dedução feita no item C.1 – pelo comprimento $(\Delta t - \Delta t_{mín})$ e comparar com a solução do passo Δt. Neste caso, a extrapolação seria o ponto (3), enquanto que a solução de fato para o instante Δt seria o ponto (4). Para que esta comparação seja coerente, o ponto (4) também deve ser resolvido com precisão maior, pois caso contrário, o ponto (3) estaria sempre muito mais preciso (por ser extrapolação de pontos de grande precisão), o que poderia fazer o erro ε estar sempre superior à tolerância TOL, prejudicando a análise do passo.

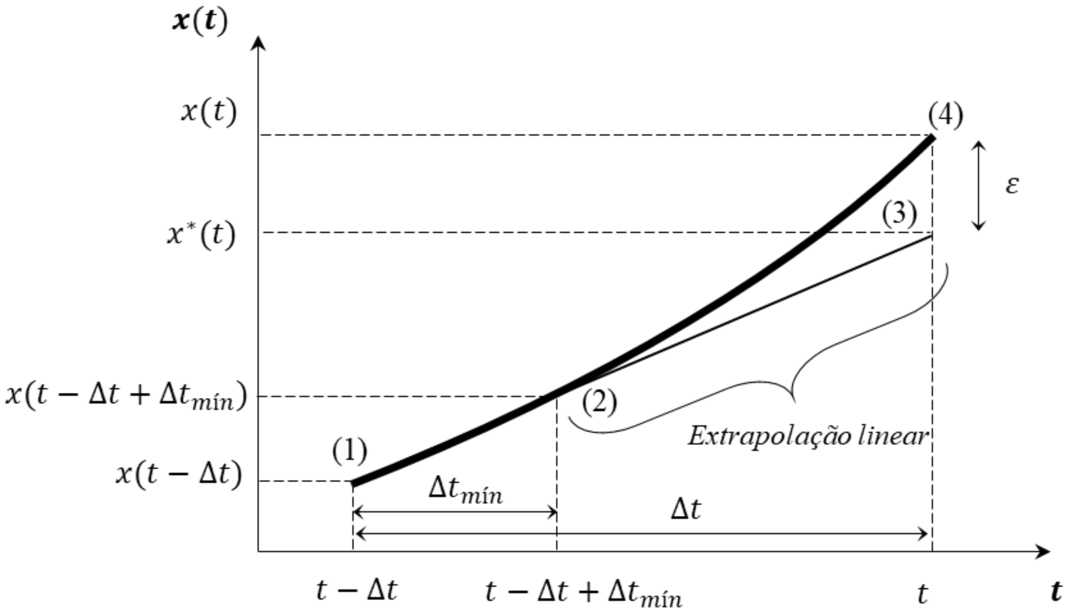

Figura 6 - Detalhes sobre a implementação computacional da reta tangente para teste de linearidade da resposta no tempo.

O objetivo de resolver os pontos mencionados com maior precisão foi garantir que não houvesse propagação de erros durante os intervalos onde não haveria avaliação de passo (200 ms) – o valor do fator de redução das tolerâncias de cálculo foi 10, escolhido por estimativa, supondo ser suficiente.

Este algoritmo inicial é ilustrado na forma de pseudocódigo pela Figura 7, com numeração dos seus principais blocos, e explicado passo a passo a seguir. Neste fluxograma, também é contemplada a possibilidade de se manter o passo fixo, o que equivale ao esquema de solução original, isto é, aquele explicado no item 3.1.

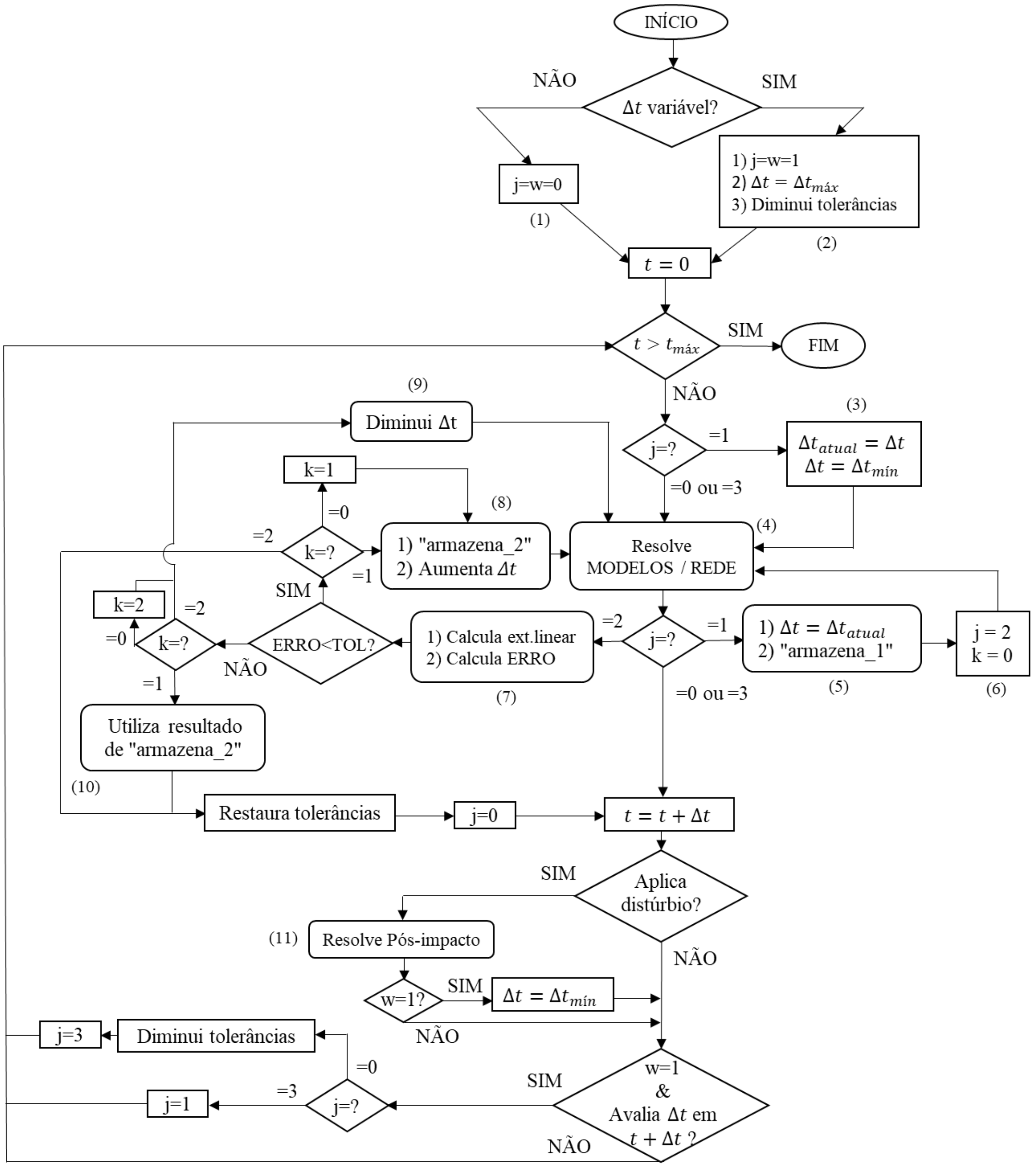

Figura 7 - Fluxograma da primeira versão do algoritmo de passo de integração variável.

Acompanhando a Figura 7, pode-se notar que no início da simulação (topo do fluxograma) existe uma verificação a respeito da ativação ou desativação do passo variável. A variável “w” simboliza se esta função está ativada ou não – se w=1, ativada, se w=0, desativada. Além de “w”, também existe a variável “j”, que determina o momento de realizar algumas tarefas da variação do passo de integração. Se não for ativada a variação de passo, no bloco (1), é definido que w=0 e j=0, e o passo se manterá fixo durante toda a simulação. Uma vez ativada a variação de passo, o valor ajustado para iniciar a simulação será o máximo da lista. Essa premissa se baseia na ideia de que geralmente não se aplica perturbações no instante inicial (t=0) e por isso pode-se tentar utilizar o maior passo possível por algum tempo, até que apareça a primeira perturbação, onde surgirá então o transitório.

Seguindo o raciocínio, se ativada a variação, o bloco (2) define w=1 e também j=1, pois nesse momento deve-se testar se aquele passo máximo da lista é adequado para solucionar a integração numérica das equações diferenciais. Além disso, também são reduzidas as tolerâncias de cálculo, pelo fator 1/10, conforme explicado previamente, para aumentar a precisão. Obviamente, o ponto de avaliação é t=0, onde os valores das variáveis já foram calculados por inicialização. Com isso, nesse momento, não há associação de tolerâncias no cálculo deste primeiro ponto de avaliação, porque a inicialização é feita apenas por substituição direta do estado da rede nas equações de Estabilidade, sem necessidade de nenhum método iterativo, conforme explicado no item 3.1.

Mediante testes foi verificado que dependendo da complexidade do sistema, era possível que o passo máximo não fosse adequado para iniciar a simulação, visto que nos primeiros instantes não há pontos passados suficientes para calcular a extrapolação quadrática. Isto dificulta um pouco mais a solução dos modelos, exigindo um passo relativamente menor. Outra possibilidade para o passo máximo não servir seria caso o usuário escolhesse aplicar perturbação no instante inicial t=0, daí já seria escolhido o passo mínimo logo de início. Este valor de passo poderia inclusive não ser o mais adequado, mas a regra do algoritmo é força-lo logo que ocorre um distúrbio, e então testá-lo, da mesma forma que se faz com o passo máximo no início da simulação. A ideia por trás de forçar essas escolhas é melhorar o desempenho computacional, visto que como já é esperado que sejam escolhidos valores próximos aos forçados, fica mais fácil para o algoritmo apenas checar se realmente é essa a decisão final, ao invés de gradualmente varrer a lista de passos.

Seguindo com a descrição do fluxograma da Figura 7, aparece então o bloco que define t=0, e na sequência é verificado o término da simulação. Logo abaixo, surge o bloco que verifica qual é o valor da variável “j”. Neste momento j=1, o que implica ser realizada a seguinte operação com o bloco (3): o passo atual (que é igual a $\Delta t_{máx}$ neste momento) é armazenado em uma variável auxiliar (no caso, Δt_{atual}) e então é escolhido o passo mínimo, onde o processo segue para a solução da rotina “Resolve MODELOS/REDE” com o bloco (4). Uma vez resolvido o passo mínimo, deve-se armazenar este resultado, para então extrapolá-lo linearmente mais à frente. Abaixo do bloco (4), surge então outra verificação do valor de “j”, e como seu valor ainda é 1, chega-se ao bloco (5), que restaura o valor do passo para aquele que havia sido armazenado em Δt_{atual} (no caso $\Delta t_{máx}$). Além disso, agora que já foi resolvido o passo mínimo, ainda no bloco (5) é executada a rotina “armazena_1”. Essa rotina é responsável por armazenar o resultado calculado com o passo mínimo em variáveis auxiliares, pois pode ser necessário realizar novas extrapolações de diferentes comprimentos – se for necessário testar outros passos, caso o atual não sirva. Os resultados armazenados por esta rotina são todos os valores das variáveis do problema, inclusive o passo de integração utilizado para tal solução.

Na sequência do fluxograma aparece o bloco (6) com a variável “k”, que representa aumento ou diminuição de passo, onde neste momento é definido k=0, pois o processo ainda não chegou na etapa de variação propriamente dita. Além disso, também no bloco (6) é definido j=2, o que simboliza que como o resultado para o passo mínimo já foi calculado e armazenado, pode-se partir para a variação de passo.

Em seguida, é resolvido o resultado para o passo atual, novamente com a rotina “Resolve MODELOS/REDE”, no bloco (4). O bloco de verificação do valor de “j” aparece de novo e agora que o valor desta variável é 2, parte-se para outra tarefa: variar o valor do passo de integração. Conforme o bloco (7) indica, é calculada a extrapolação linear da reta tangente (neste caso por um comprimento igual a $\Delta t_{máx} - \Delta t_{mín}$, conforme o raciocínio explicado na Figura 6. Além disso, calcula-se o erro ε, que conforme definido previamente é o desvio absoluto entre a extrapolação linear da reta tangente e o resultado calculado com o passo Δt (que conforme mencionado, ainda é igual a $\Delta t_{máx}$). Se o erro for maior que a tolerância TOL, é reduzido o passo. Por outro lado, se for menor que TOL, tenta-se aumentar o passo.

No programa computacional existem algumas verificações de proteção que não são mostradas com todos detalhes no algoritmo da Figura 7. Por exemplo, no dado momento, o passo Δt já é o valor máximo da lista, não fazendo sentido tentar aumentá-lo, o que torna suficiente apenas calcular o erro e verificar se ele está abaixo de TOL. De forma análoga, no programa computacional também existe a mesma proteção para o contrário, isto é, se o passo já for o mínimo da lista, não faz sentido tentar diminuí-lo.

Nesta etapa do algoritmo, deve-se entender a variação (aumento ou diminuição) de passo da seguinte forma: inicialmente k=0 – valor definido pelo bloco (6) – e mediante o valor do primeiro erro calculado, e de sua comparação com a tolerância TOL, será decidido se a tendência é que seu valor seja igual 1 (aumento) ou igual 2 (diminuição). Caso não houvesse qualquer forma de verificar se a variação está a favor do aumento ou da diminuição, o algoritmo entraria em *loop* infinito. A explicação é simples: o algoritmo poderia, por exemplo, aumentar o passo, violar a tolerância TOL, e então diminuir o passo, conseguindo gerar um erro abaixo desta mesma tolerância, o que o faria aumentar novamente, e assim sucessivamente, oscilando entre aumento e diminuição. Logo, a variável “k” simboliza um controle sobre qual variação ocorreu primeiro, para que seja feita apenas uma delas. Sendo assim, após o cálculo do primeiro erro, é definido o valor de “k” para que nos próximos aumentos ou diminuições, o processo siga direto, vide Figura 7.

Na diminuição de passo a lista é varrida no sentido decrescente, e o primeiro valor que não violar será o escolhido. Quando isso ocorrer, restaura-se as tolerâncias de cálculo, multiplicando-as por 10, e então é definido j=0 – o que simboliza que foi momentaneamente finalizado o processo de variação de passo, o qual será refeito 200 ms à frente.

No aumento de passo, existe um detalhe importante: a lista de valores é varrida no sentido crescente, até que possivelmente um determinado valor não servirá, isto é, ele violará a tolerância TOL. Para que a última solução de passo que serviu não seja calculada novamente (o que diminui o desempenho do algoritmo), os resultados são sempre armazenados em variáveis auxiliares, na rotina “armazena_2” – ou seja, esta rotina tem a função de armazenar um resultado provisório, que só será utilizado como definitivo para o instante em questão caso o resultado para o passo imediatamente maior viole TOL. Então, a parte final fica idêntica à de diminuição do passo: restaura-se as tolerâncias de cálculo e é atribuído o valor 0 à variável “j”, conforme a Figura 7.

O restante do algoritmo (parte inferior do fluxograma) representa a verificação de aplicação de distúrbios, sendo resolvida a rotina de pós-impacto, que no caso é o bloco (11). Logo depois deste bloco, se w=1, o que indica que a variação de passo está ativada, conforme explicado previamente, é forçada a escolha do passo mínimo, pois espera-se que após a aplicação de um distúrbio surja uma resposta no tempo mais oscilatória.

Existe a possibilidade do valor de passo escolhido ultrapassar o instante de um evento. Para isso, há uma proteção para resolver este problema: retorna-se ao instante anterior à ultrapassagem e utiliza-se um valor de passo que não está presente na lista. Este valor é obtido mediante a subtração entre o instante de tempo do evento e aquele anterior à ultrapassagem. O mesmo ocorre no encerramento da simulação: se o valor de passo ultrapassar o tempo máximo de simulação, é utilizado um valor que não consta na lista, o qual nesse caso será a subtração entre o tempo máximo de simulação e o instante de tempo anterior a sua ultrapassagem. Estes são os dois únicos casos onde é utilizado um valor de passo que não consta na lista pré-definida pelo usuário do programa.

Na sequência, é feita uma verificação dupla, isto é, se w=1 e se o próximo instante deve ter avaliação de passo, é verificado o valor da variável “j”. Se j=0, são reduzidas as tolerâncias para permitir o cálculo do próximo ponto com maior precisão. Além disso, é definido j=3, que simboliza que o ponto seguinte a ser calculado é um instante de avaliação de passo. Após o cálculo deste ponto (que será mais preciso, por conta da redução das tolerâncias), o algoritmo irá chegar novamente até à verificação dupla comentada neste parágrafo, e o valor da variável “j” será 3. Isso implicará em definir j=1, o que significa que agora deverá ser feita a avaliação do passo, conforme já foi explicado, e daí por diante.

Essa primeira versão do algoritmo contava com o teste de linearidade feito com todas as variáveis de estado dos modelos de máquina e seus controladores. Entretanto, foi verificado que a presença de todas as variáveis não era eficiente, porque muitas vezes elas estariam desnecessariamente exigindo um passo muito pequeno por muito tempo de simulação. Desta forma, os primeiros resultados não foram interessantes, visto que o passo mínimo foi escolhido por um período muito grande da simulação. Conforme mencionado, à medida que a resposta no tempo fosse amortecendo, a ideia era que o passo fosse gradualmente aumentando, até atingir o seu valor máximo novamente.

A tentativa então foi escolher melhor quais variáveis deveriam ser utilizadas no teste de linearidade. Tentou-se por exemplo somente utilizar a variável δ e somente a variável $\Delta\omega$, mas a conclusão foi que estas variáveis não apresentavam resultados coerentes. A variável δ não foi apropriada pois estava com comportamento em rampa (devido à ausência de reguladores de velocidade). Já a variável $\Delta\omega$ estava oscilando e demorando muito mais que as outras a se estabilizar, pelo mesmo motivo, dada a relação existente entre as equações (19) e (20), definidas no item A.1. Por isso, diversas tentativas foram realizadas, com o intuito de encontrar quais variáveis eram mais adequadas.

Conforme explicado anteriormente, seria mais coerente avaliar um passo de integração pela comparação de sua solução com aquela gerada por sucessivos passos mínimos. No entanto, não se faz isso devido à alta carga computacional associada. Partindo do princípio que a utilização da extrapolação linear da reta tangente é uma aproximação deste método computacionalmente mais custoso, foram realizadas simulações de teste com passo fixo para todos os valores de passo da lista escolhida – além do valor de 20 ms, que também foi adicionado neste teste. Com isso, todos os resultados tiveram seus erros calculados em relação à simulação com passo fixo mínimo. O intuito foi analisar qual seria o comportamento de cada variável, isto é, o erro de cada uma delas, em relação à simulação com passo mínimo – uma vez que este é considerado o valor de passo que gera o resultado mais preciso, de acordo com a lista definida. Com essa análise, era esperado que fossem detectadas as variáveis com melhor comportamento para a utilização no teste de linearidade, pois estaria sendo monitorado o comportamento do erro de cada variável levando em conta o grau de oscilação das respostas no tempo.

Todas as variáveis presentes no sistema foram analisadas. Cada uma delas gerou um gráfico com várias curvas, sendo cada uma destas curvas o erro referente a um valor específico de passo. Dessa forma, a hipótese é que de acordo com estas curvas de uma dada variável, o maior valor de passo que permita que o erro se mantenha abaixo da tolerância TOL possivelmente seria o obtido no teste de linearidade.

O teste realizado para determinar a melhor variável de análise consistiu na aplicação de um curto-circuito franco na barra 2 do sistema – vide Figura 12 (presente no Capítulo 4, onde são mostrados os resultados desta dissertação) e dados mostrados no Anexo B. A aplicação do curto-circuito é feita no instante t=1,0 s e sua remoção em t=1,1s. O tempo máximo de simulação foi 20 s e as tolerâncias utilizadas nas simulações foram: TABS=10^{-7} pu, TETE=10^{-3} % e TEMD=10^{-3} %, exceto a simulação com passo mínimo, que teve tolerâncias 10 vezes menores – com o intuito de garantir uma maior precisão que as outras simulações.

A Figura 8 mostra o comportamento do erro da potência elétrica em escala logarítmica para facilitar a visualização. É possível notar que somente antes da aplicação do curto-circuito os erros permanecem abaixo da tolerância TOL, escolhida como sendo 10^{-4}. Nesse momento o passo máximo poderia ser escolhido. Este gráfico indica que a variável potência elétrica não tem o comportamento desejado, porque após a aplicação do distúrbio somente o passo mínimo poderia gerar um resultado preciso, com base no valor que foi escolhido para a tolerância TOL. Portanto, este resultado indica que utilizar esta variável para avaliar o passo não é uma boa estratégia.

Outra variável que também não apresentou resultado desejado foi a tensão de campo. Pela Figura 9 é possível observar que, de forma análoga à Figura 8, antes do distúrbio o erro fica abaixo da tolerância TOL. Por outro lado, nos instantes seguintes, alguns valores de passos superiores ao valor mínimo se mostram possíveis de serem utilizados. Este comportamento do erro foi menos pior que o da variável potência elétrica.

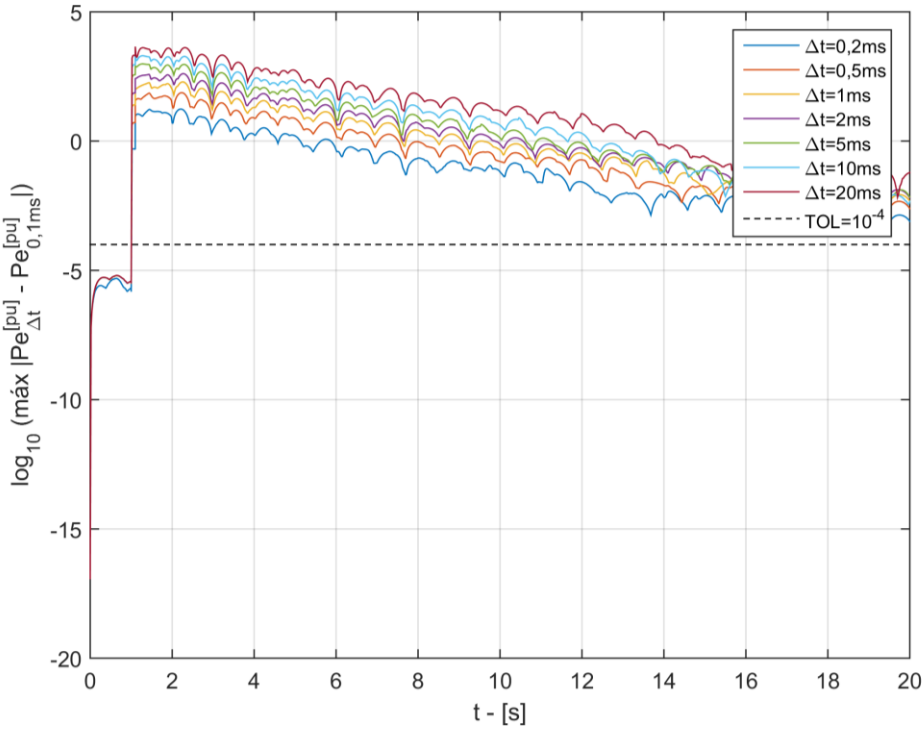

Figura 8 - Gráfico com os desvios das potências elétricas de diversos passos em relação ao passo mínimo, em escala logarítmica.

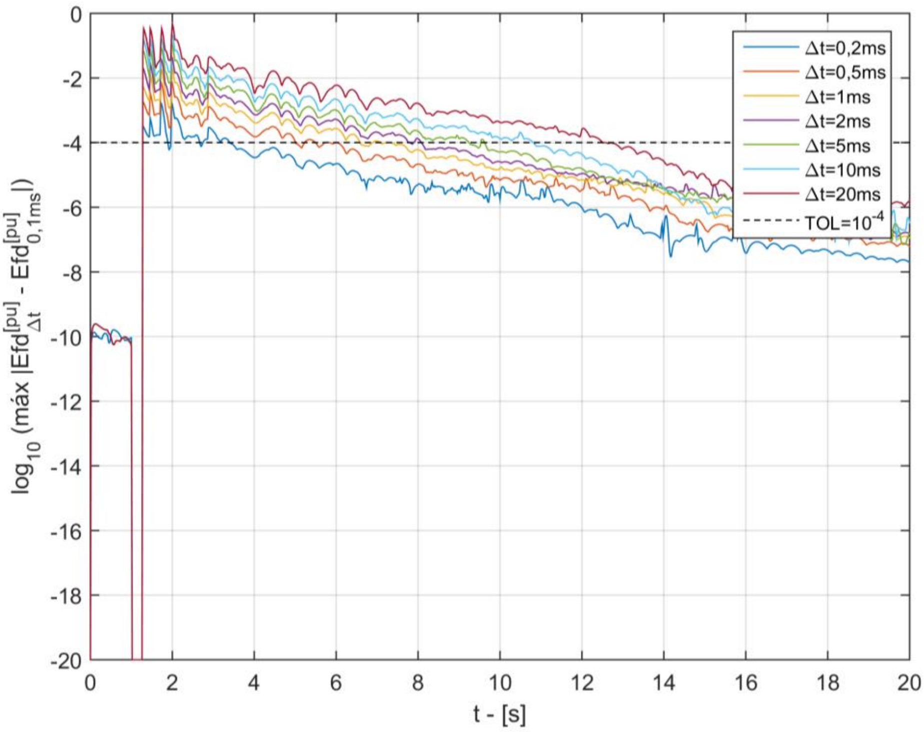

Figura 9 - Gráfico com os desvios das tensões de campo de diversos passos em relação ao passo mínimo, em escala logarítmica.

Dentre todas as variáveis analisadas, aquela que mais se aproximou do comportamento desejado foi o módulo da tensão elétrica. Pela Figura 10 é possível observar seu comportamento. Vale ressaltar que com o módulo das tensões permitiu a utilização do passo máximo em um instante próximo de t=6 s, em comparação com a tensão de campo, mostrada na Figura 9, que só permitiu isso em torno de t= 13 s. Dessa forma, a módulo das tensões elétricas apresentou escolhas de passos mais eficientes, pois permitiu valores maiores de passo antes das outras variáveis.

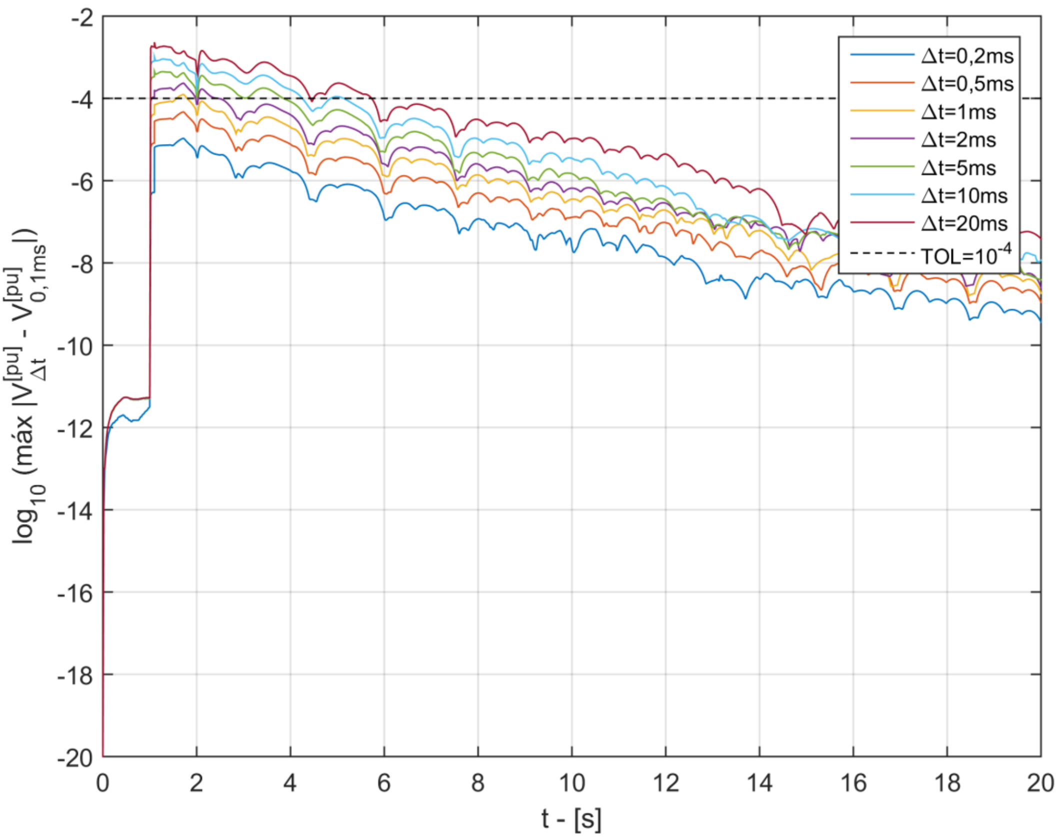

Figura 10 - Gráfico com os desvios das tensões de diversos passos em relação ao passo mínimo, em escala logarítmica.

Foi discutido no item 3.2 que quanto mais oscilatória estivesse a resposta no tempo, menor deveria ser o passo escolhido. E por outro lado, quanto mais amortecida, maior poderia ser o passo utilizado [15]. Partindo dessa premissa, foi possível inferir que o módulo da tensão poderia ser uma boa referência para saber se o passo estava adequado ou não, dado que esta variável indicou o grau de oscilação da resposta no tempo, de acordo com a Figura 10. A partir de então, foi testado somente do módulo da tensão para avaliar a linearidade da resposta no tempo do sistema. A explicação encontrada para tal conclusão inesperada foi que conforme a rede estivesse com comportamento menos caótico, o transitório também estaria e com isso se poderia utilizar passos maiores gradualmente.

Até este ponto, o algoritmo encontrava-se com uma escolha mais sólida de qual variável utilizar para testar a linearidade. Entretanto, havia outro problema: a avaliação de passo ainda estava sendo feita em intervalos de 200 ms. Com isso, se a avaliação fosse realizada em um instante de ótima linearidade, o passo escolhido seria alto. Como este seria mantido fixo por 200 ms, seria possível que dentro desse período houvesse pontos cuja linearidade fosse pior do que aquela do instante de avaliação do passo. Desse modo, estaria sendo utilizado um passo muito alto para instantes que mereciam passos menores, dado o congelamento do passo por 200 ms. De forma análoga, caso o ponto de avaliação estivesse com péssima linearidade, seria escolhido um passo muito pequeno que logo à frente estaria baixo demais para pontos com melhor linearidade do que àquela do ponto de avaliação. Resumindo: os resultados obtidos ainda não estavam coerentes com o esperado do trabalho, pois a avaliação de passo estava sendo feita de maneira aleatória, ou seja, dependendo do instante de aplicação ou remoção dos distúrbios, o ponto de avaliação seria diferente. Com isso, a escolha dos passos ao longo da simulação seria variável dependendo do instante escolhido para os distúrbios, o que não representava um resultado coerente.

Como uma forma de solucionar o problema, foi verificado se não haveria a possibilidade de calcular um valor aproximado para o módulo da tensão, a cada instante. O foco era encontrar uma forma de obter uma estimativa do valor da tensão com baixa carga computacional, para testar o passo de maneira prática. Então, o método de previsão escolhido para estimar os valores da tensão para o passo avaliado foi a extrapolação quadrática, que é explicada de forma detalhada no item C.2. Conforme explicado no item 3.1, a extrapolação quadrática também é utilizada na solução iterativa dos modelos de máquina e seus controladores como uma forma de agilizar o processo de convergência, sendo um método de previsão dos valores iniciais de algumas variáveis do problema. Não foram testadas extrapolações de ordem superior à da quadrática pois isso implicaria em uma dependência mais forte dos instantes de tempo anteriores, o que era estimado que gerasse resultados piores. Caso fosse escolhido um método de previsão de ordem superior, por exemplo a extrapolação cúbica, seria necessário mais um ponto passado para seu cálculo. Dessa forma, o resultado seria mais contaminado pelo passado da resposta no tempo, o que poderia gerar maiores erros, não justificando o aumento de ordem. Além disso, não seria interessante utilizar algum outro método de integração para obter a estimativa do valor da tensão, pois o mesmo exigiria muitas implementações no programa, não sendo uma solução prática.

A ordem da extrapolação quadrática é superior à do método trapezoidal, o que justifica sua eficácia na estimativa dos valores futuros de variáveis, desde sejam utilizados valores usuais de passo de integração. Para avaliar um passo Δt, o processo seria basicamente resolver normalmente o instante para esse passo, e comparar os valores das tensões encontradas com aqueles gerados pela extrapolação quadrática, gerando então o que foi chamado de erro de extrapolação quadrática. Dessa forma, este erro diria se o passo estaria adequado ou não, o que então iria indicar a necessidade de se realizar o teste de linearidade. Isso permitiu realizar uma avaliação de passo automática, sem a necessidade de definição de um intervalo de avaliação, como antes era utilizado o período de 200 ms.

A tomada de decisão gerada pelo erro de extrapolação quadrática quanto ao aumento ou diminuição de passo se daria com base em duas tolerâncias, uma menor (TOLN), e outra maior (TOLM). Se o erro de extrapolação quadrática ficasse superior a TOLM, seria feito o teste de linearidade, esperando que este aplicasse uma diminuição do passo. E se ficasse inferior a TOLN, seria esperado um aumento. Desse modo, foi criada uma banda morta para o erro de extrapolação quadrática, sendo suposto existir uma relação deste erro com o erro ε definido previamente, que corresponde ao desvio absoluto entre a extrapolação linear, e o resultado calculado para o passo.

A segunda versão do algoritmo é comentada em mais detalhes no item a seguir.

3.2.1.2 Segunda versão do algoritmo

Com o raciocínio elaborado até então, foram feitos os primeiros testes com esta segunda versão do algoritmo, que diferentemente da primeira, teria uma verificação automática, utilizando o erro de extrapolação quadrática para saber quando era necessário realizar o teste de linearidade e, portanto, alterar o passo.

Houve grande dificuldade de se encontrar as tolerâncias certas para que houvesse compatibilidade entre o critério de verificação (feito pelo erro de extrapolação quadrática) e o de avaliação (feito pelo teste de linearidade). Isso quer dizer que para que ambos chegassem à mesma conclusão (aumentar ou diminuir o passo), era necessário que fossem utilizadas tolerâncias muito específicas. Com este fato, a hipótese foi que talvez o critério de avaliação de passo estivesse muito rigoroso em relação ao critério de verificação. Questionou-se a possibilidade de se utilizar somente o critério de verificação como tomada de decisão para a variação de passo. Sendo assim, o próximo teste seria analisar se o erro de extrapolação quadrática seria confiável no sentido de decidir sobre o valor do passo, ou se tal verificação mais simplista geraria erros quando aplicada por si só. Reiterando: caso este critério fosse confiável, sua principal vantagem seria a simplicidade e a baixa carga computacional quando comparado ao outro.

A partir de então, foi testada uma terceira versão do algoritmo, que representaria uma simplificação do código, mudando o método quase completamente. Esta terceira versão é descrita e explicada no item a seguir, representando também a versão definitiva.

3.2.1.3 Algoritmo definitivo

Após os comentários do item 3.2.1, foi concluída a versão definitiva do algoritmo, isto é, aquela que melhor representou a ideia de passo de integração variável, com simplicidade e melhor eficiência computacional. Vale ressaltar que foram feitos muitos testes e adaptações nas duas primeiras versões com o intuito de viabilizá-las, porém como não foi possível torná-las aceitáveis, as mesmas foram descartadas.

O algoritmo definitivo se tornou mais simples que as outras duas versões trabalhadas, porque não envolveu nenhum critério de teste de linearidade. A única ferramenta matemática utilizada foi a extrapolação quadrática, onde a única variável de análise foram as tensões elétricas das barras do sistema.

A ideia principal ficou da seguinte forma: se o erro de extrapolação quadrática fosse maior que TOLM, automaticamente seria reduzido o passo. E se o erro fosse menor que TOLN, o passo sofreria aumento. Desse modo, foi criada uma banda morta, onde na maior parte do tempo o erro de extrapolação quadrática permaneceria nela. Controlando o erro de extrapolação quadrática, foi esperado ser possível controlar também o valor do erro local do método de integração.

Vale ressaltar que embora o objetivo fosse manter o erro de extrapolação quadrática dentro da banda criada pelas duas tolerâncias, o mesmo poderia ficar abaixo da tolerância TOLN. Isso aconteceria caso o passo estivesse com erro inferior a TOLN, e quando o algoritmo tentasse aumentar o passo, o erro ficasse maior que TOLM. Caso isso acontecesse, o passo anterior seria escolhido e então o erro para aquele instante ficaria abaixo de TOLN. A Figura 11 mostra um fluxograma com o pseudocódigo deste algoritmo definitivo.

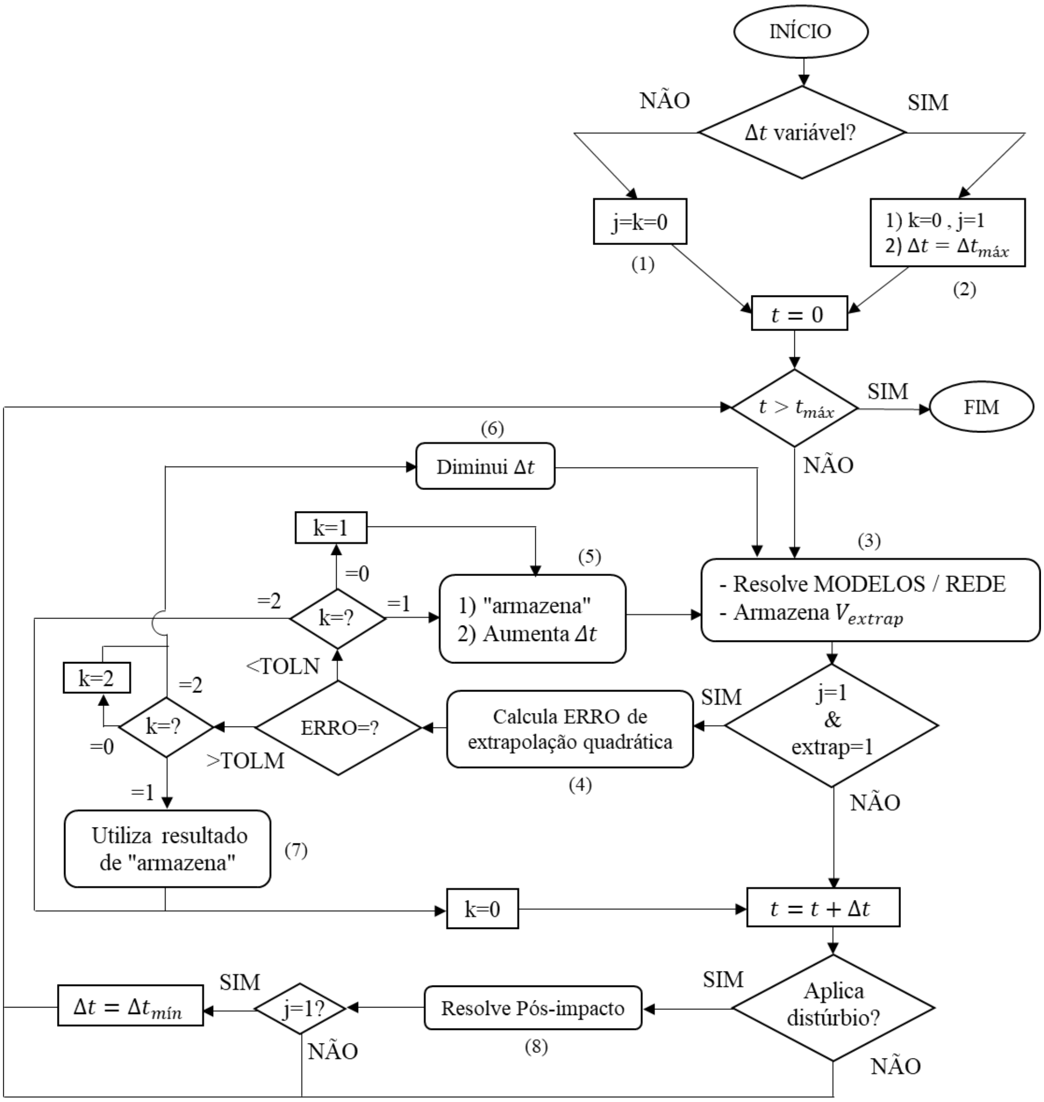

Figura 11 - Fluxograma da versão definitiva do algoritmo de passo de integração variável.

O fluxograma da Figura 11 é semelhante ao da Figura 7, onde agora a variável “j” é responsável pela ativação ou desativação da função de variação de passo, entrando no lugar da variável “w”. A variável “extrap” sinaliza a possibilidade de ser feita a extrapolação quadrática, sendo igual a 1 se possível, e 0 se impossível. A alteração desta variável é realizada dentro da rotina “Resolve MODELOS/REDE”, quando já existem pontos suficientes para realizar tal extrapolação. Vale lembrar que sempre que se inicia a simulação, e sempre que é aplicado algum distúrbio, extrap=0. Daí, passados três passos após estes acontecimentos, extrap=1.

Por último, a variável “k”, que representa exatamente o mesmo que foi explicado na Figura 7, ou seja, aumento ou diminuição de passos.

O fluxograma se inicia em seu topo, onde logo em seguida existe a verificação para escolha de ativação ou desativação da variação de passo. Se for desativada, o bloco (1) define j=0 e k=0, que permanecem com estes valores por toda a simulação, fazendo o algoritmo funcionar com passo fixo, conforme explicado no item 3.1. Se a função for ativada, o bloco (2) inicia com k=0 e j=1, e o passo máximo é escolhido. De forma análoga à primeira versão do algoritmo, mostrado na Figura 7, aparece o bloco que define t=0, para então ser verificado o término da simulação. Na sequência aparece o armazenamento dos valores das tensões extrapoladas, feito pela rotina "Armazena V_{extrap}". Conforme explicado, este valor será comparado com aquele calculado para as tensões, após solução da rotina "Resolve MODELOS/REDE". Em seguida, é feita uma dupla verificação, onde é analisado o valor de "j" e da variável "extrap". Se j=1 e extrap=1, isso significa que a função de variação de passo está ativada, e além disso, que a extrapolação quadrática já pode ser feita, pois já existe o número mínimo de pontos para tal. Com isso, é feito o cálculo do erro de extrapolação quadrática para decidir se é necessário aumentar ou reduzir o tamanho do passo. Essa parte é muito parecida com o que foi explicado na Figura 7, exceto pelo fato de não existir a questão de restauração de tolerâncias, extrapolação linear, etc.

Diferentemente da primeira versão, a definitiva depende da extrapolação quadrática, ou seja, requer um número mínimo de três passos sem distúrbios ou chaveamentos para que a variação seja iniciada, ou retomada. Na prática, seriam necessários apenas dois passos, mas por segurança, são utilizados três para garantir que o "ponto de pós-impacto" e o "ponto de inicialização" não sejam utilizados no processo de extrapolação.

Após alguns testes para definição dos parâmetros de simulação, foi constatado que a lista ideal de passos de integração seria [0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20; 50; 100] ms. Quando dois valores adicionais de passos de 200 ms e 500 ms foram utilizados na simulação, antes dos distúrbios o sistema se manteve em 500 ms, mas no final do processo, quando o sistema estava amortecido, o passo mantido foi o de 100 ms. O esperado era que nesta parte final da simulação o passo retornasse para o valor 500 ms, por ser este o passo máximo. Foi verificado se o código estava com algum erro que gerasse este resultado inesperado, porém nenhum erro foi encontrado. Por inspeção, foi concluído que estes dois valores de passo eram extremamente elevados para a simulação dinâmica não linear e não foram novamente escolhidos pelo algoritmo pois não permitiriam convergência dos laços iterativos em alguns instantes – obviamente uma outra proteção não comentada do programa implementado é a verificação de convergência do passo, ou seja, caso o passo analisado não a permita, ele não servirá, como se houvesse violado TOLM. Os valores das tolerâncias de verificação escolhidos como mais adequados para gerar o equilíbrio desejado entre precisão e desempenho foram TOLN=10^{-5} pu e TOLM=10^{-4} pu.

Após realizada a simulação de passo variável, é possível calcular um o passo equivalente, definido conforme:

$$\Delta t_{eq} = \frac{t_{máx}}{nº\ de\ \Delta t's} \tag{18}$$

O denominador é o número total de passos resolvidos na simulação. Desta forma, o Δt_{eq} representa o valor de passo fixo que deve ser utilizado para que se obtenha desempenho computacional semelhante ao do passo variável.

Outro resultado numérico possível de ser calculado é o passo médio ($\Delta t_{méd}$), que representa apenas a média dos passos utilizados na simulação. Sendo assim, um bom parâmetro para saber se o desempenho computacional da simulação de passo variável está bom é comparar o passo médio com o passo equivalente, de forma que os dois devem estar próximos. Se estiverem muito diferentes, significa que das tentativas de aumento do passo que foram realizadas, muitas falharam, o que representou soluções de passos em vão. Vale lembrar que nas simulações de passo fixo, o Δt_{eq} e o $\Delta t_{méd}$ são exatamente iguais ao passo utilizado ao longo da simulação.

Capítulo 4 - Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações realizadas. Primeiramente é mostrada a validação do programa de cálculo de Estabilidade Transitória, com sua comparação com um *software* comercial, no caso o ANATEM. Em seguida, são apresentadas simulações para o teste do algoritmo proposto de passo variável.

A Figura 12 mostra o digrama unifilar do sistema “2 áreas modificado”, cujos dados estão mostrados no Anexo B. Este sistema é uma modificação de um caso base presente em [12] e possui 11 barras e 4 geradores.

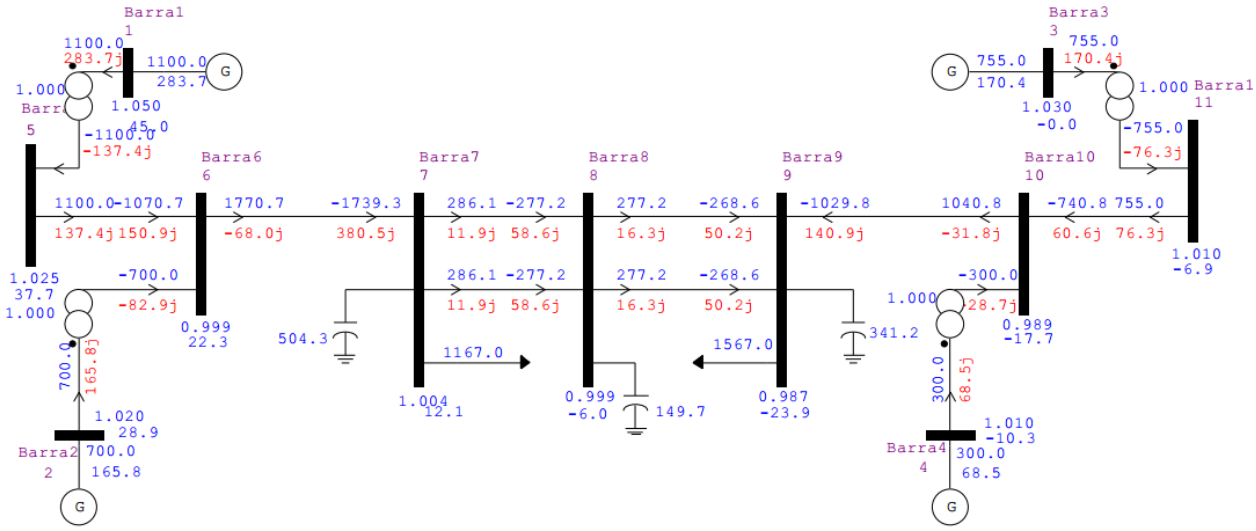

Figura 12 - Diagrama unifilar do sistema “2 áreas modificado”.

4.1 Validação do programa de Estabilidade Transitória

Para testar o programa desenvolvido, são escolhidas algumas variáveis elementares (δ , f , P_e , E_{fd} , V e V_{pss}) para o estudo de Estabilidade Transitória, e então são mostrados gráficos da resposta no domínio do tempo, da Figura 13 até a Figura 18. Nesta simulação, foi aplicado um curto-circuito franco na barra 2 em t=1,0 s, com sua remoção em t=1,1 s. O tempo máximo de simulação foi de 20 s, com passo fixo igual a 1 ms, escolhido por representar um valor típico adotado para estudos de Estabilidade. As tolerâncias de cálculo escolhidas foram: TABS=10^{-7} pu, TETE=10^{-3} % e TEMD=10^{-3} %.

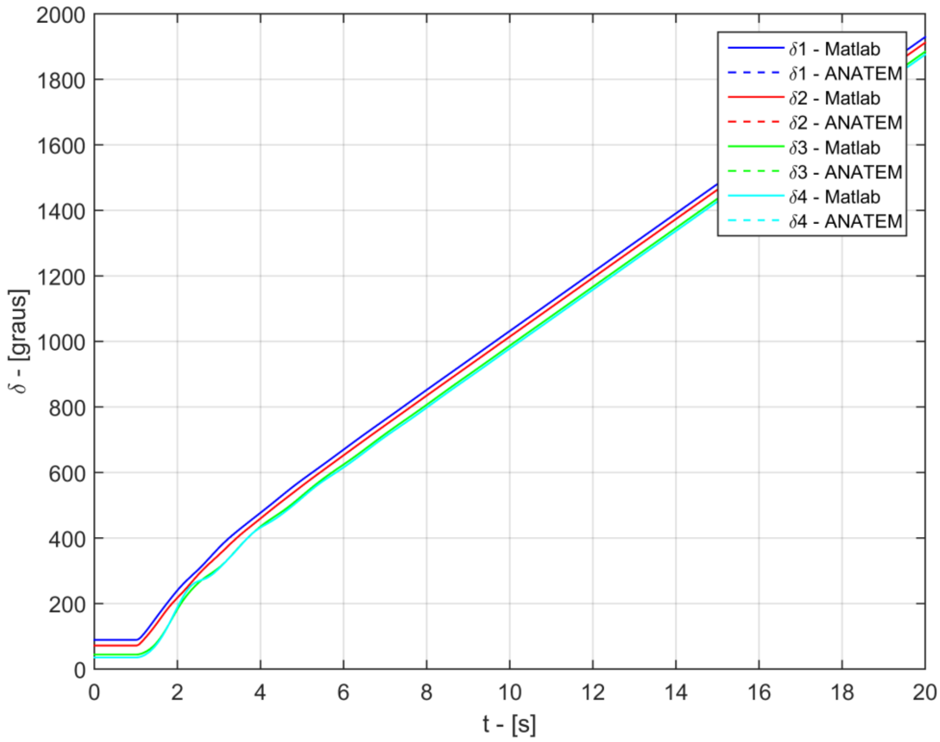

Figura 13 - Respostas no domínio do tempo do ângulo de carga de cada gerador (MATLAB e ANATEM).

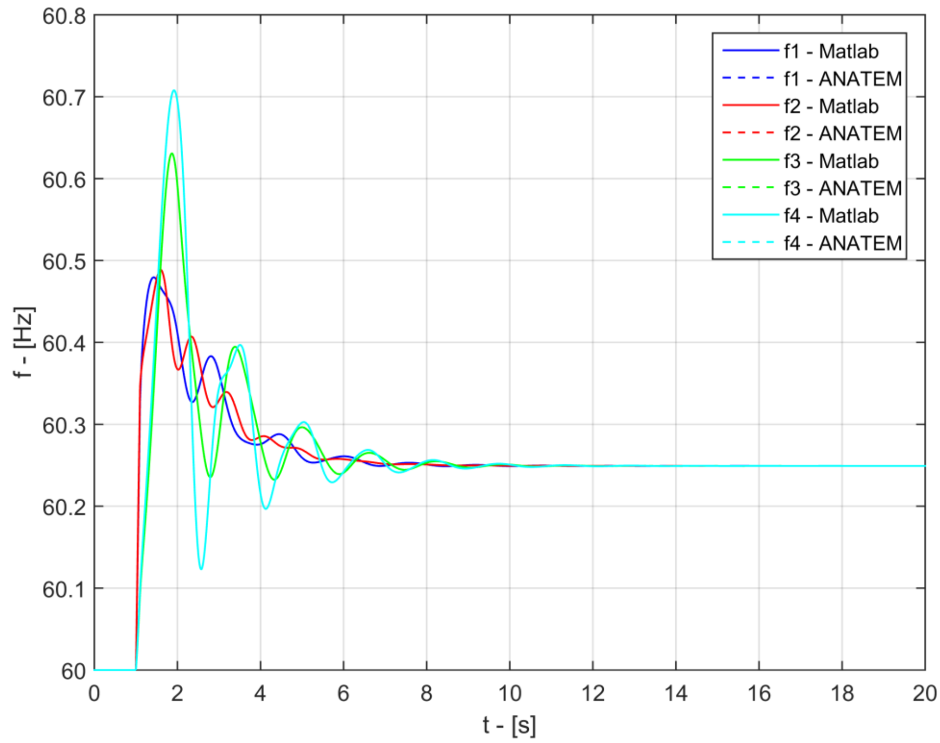

Figura 14 - Respostas no domínio do tempo da frequência elétrica de cada gerador (MATLAB e ANATEM).

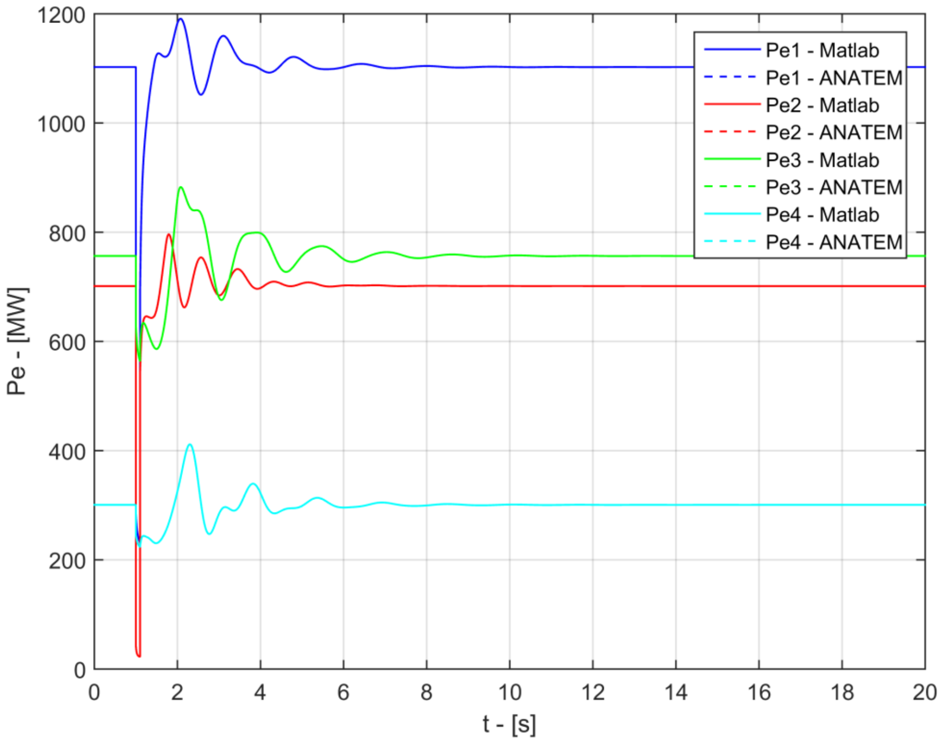

Figura 15 - Respostas no domínio do tempo da potência elétrica injetada por cada gerador (MATLAB e ANATEM).

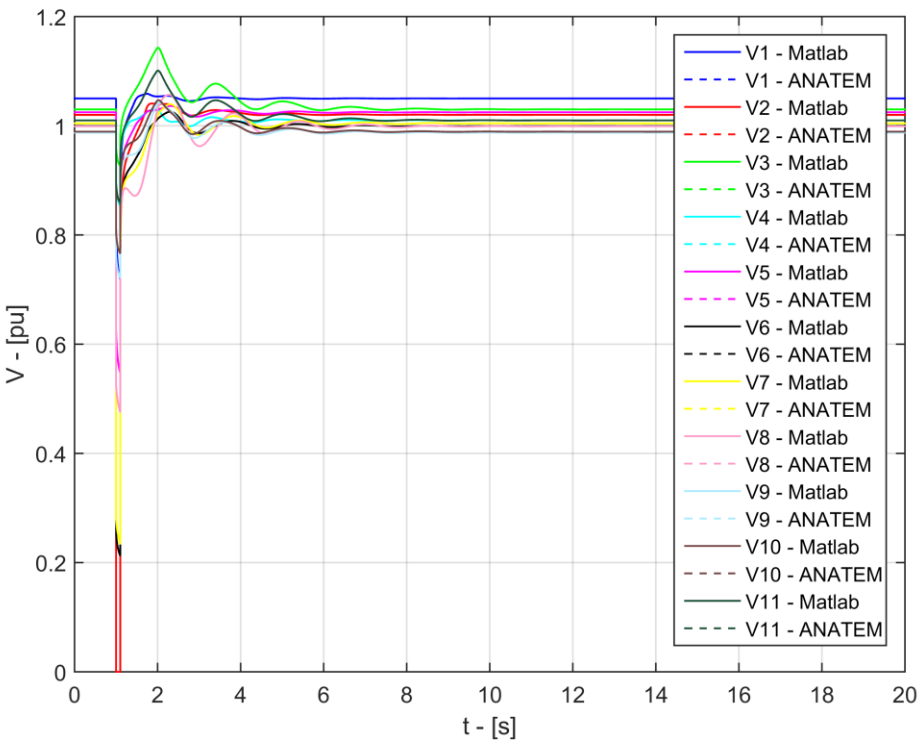

Figura 16 - Respostas no domínio do tempo da tensão de cada barra (MATLAB e ANATEM).

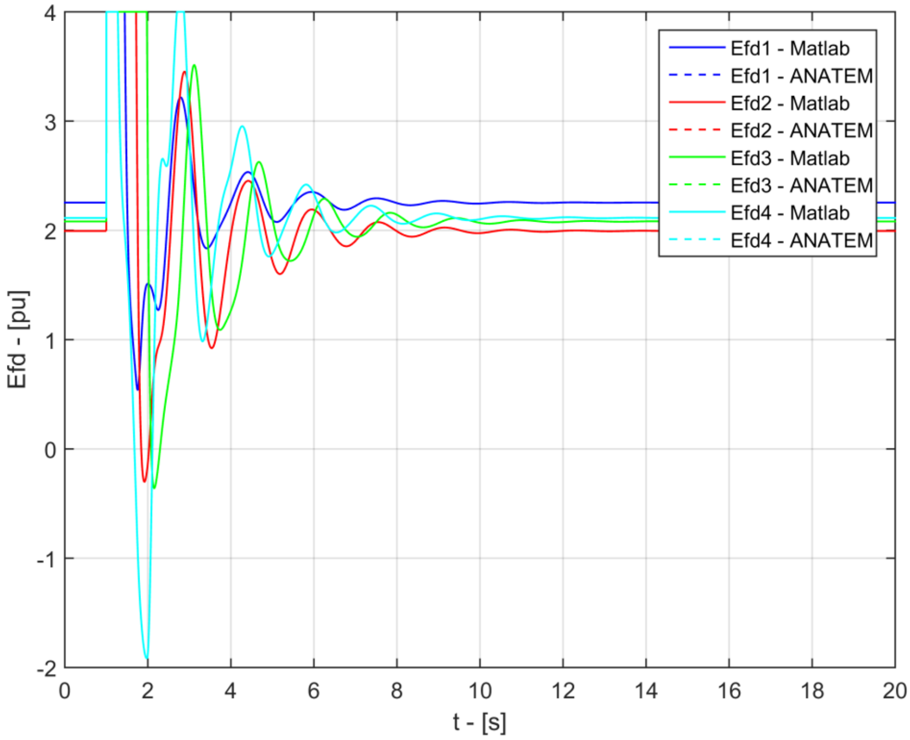

Figura 17 - Respostas no domínio do tempo da tensão de campo de cada gerador (MATLAB e ANATEM).

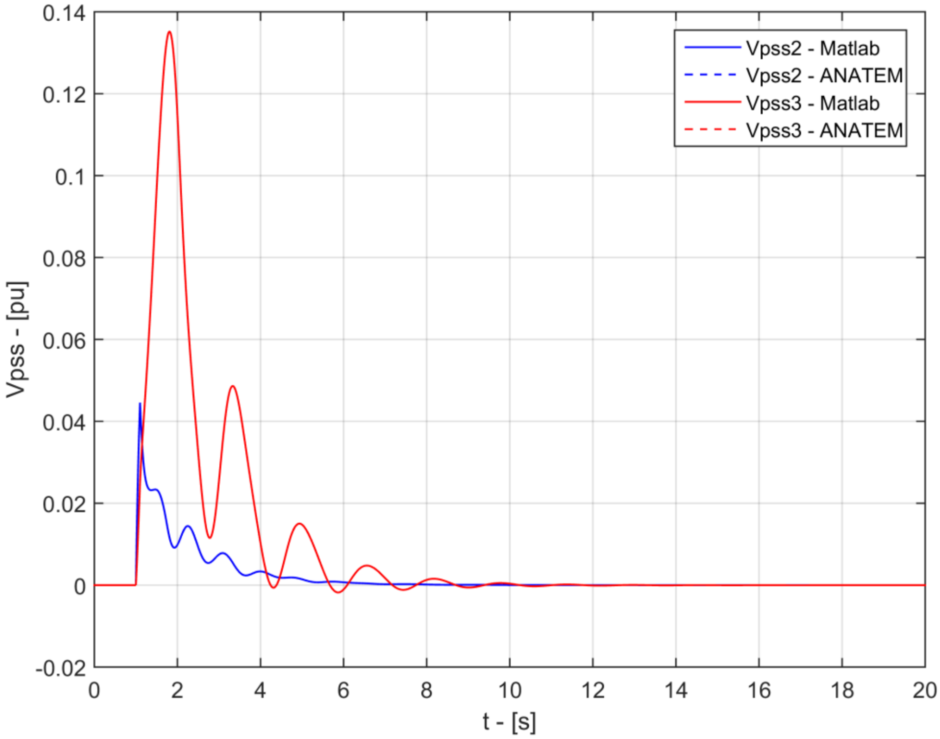

Figura 18 - Respostas no domínio do tempo do sinal estabilizador para os geradores 2 e 3 (MATLAB e ANATEM).

Pode-se observar que, visualmente, o resultado calculado pelo MATLAB ficou coincidente ao do ANATEM. Além disso, para que possa ser feita uma comparação numérica, os valores dos máximos desvios absolutos entre os dois programas são ilustrados pelos gráficos a seguir, para cada variável, da Figura 19 a até a Figura 24.

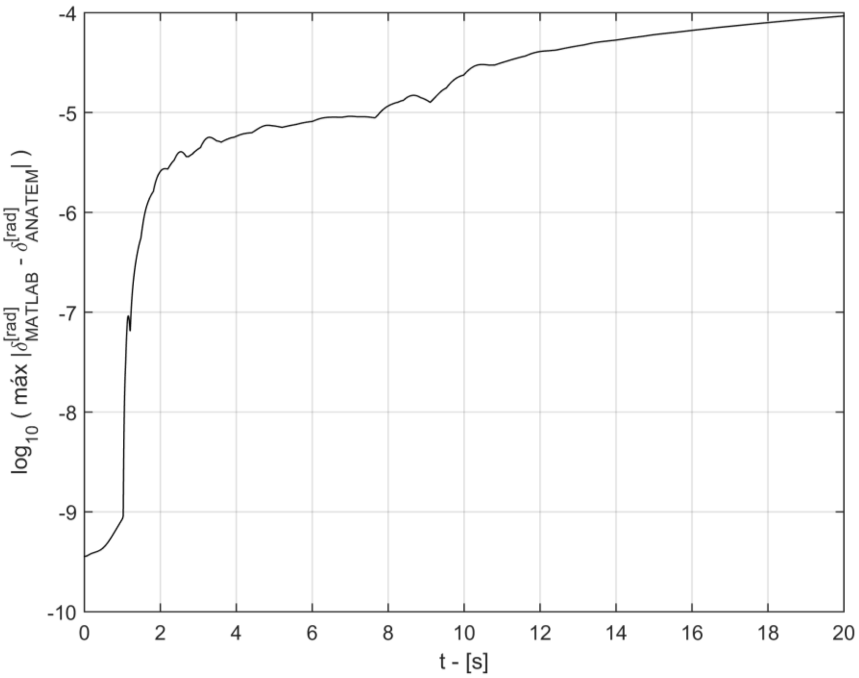

Figura 19 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, do ângulo de carga das máquinas.

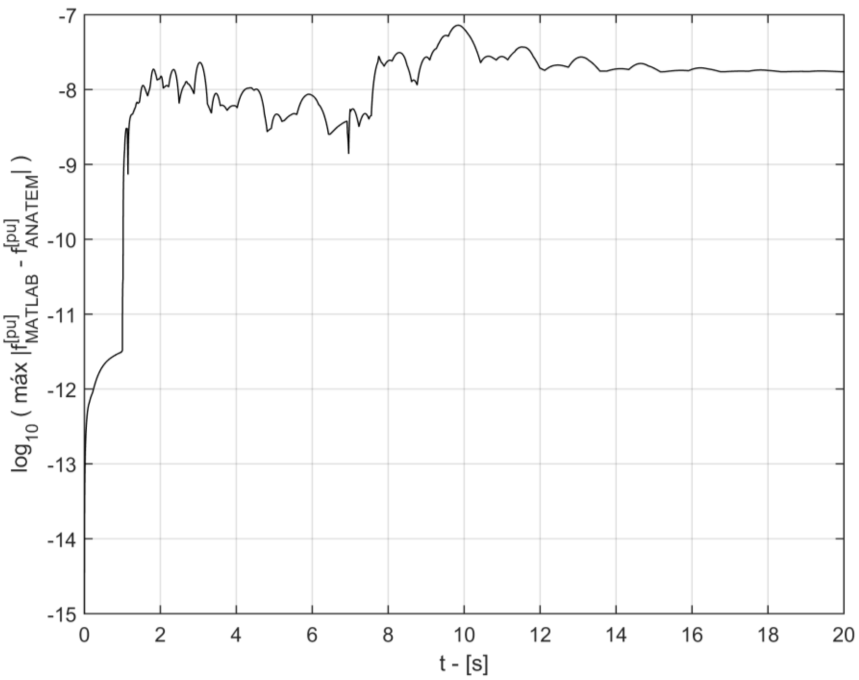

Figura 20 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, da frequência elétrica das máquinas.

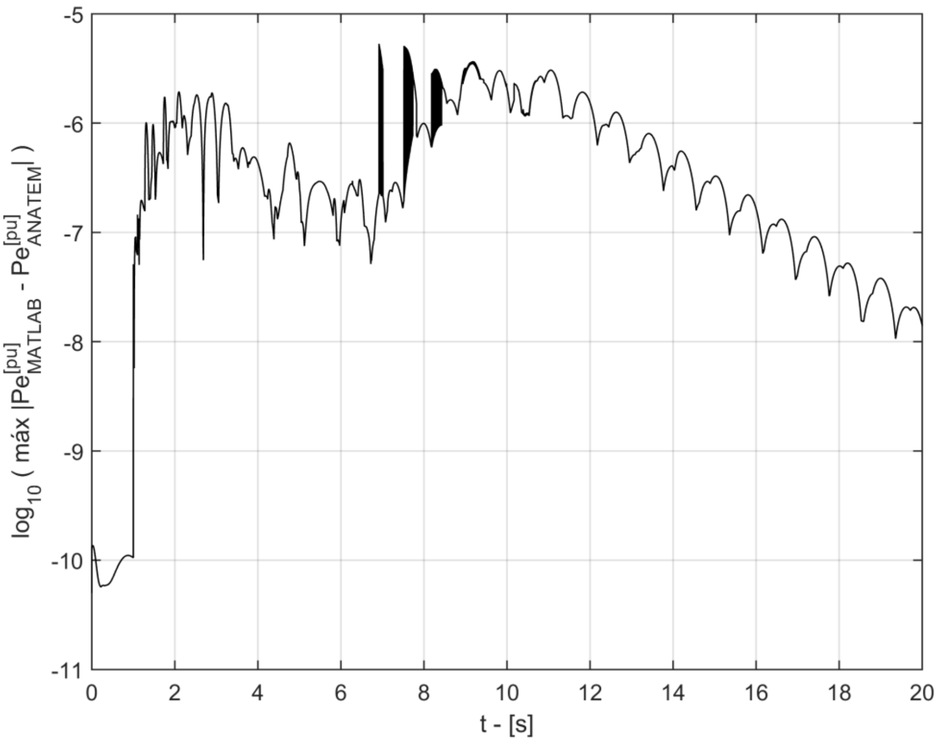

Figura 21 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, da potência elétrica das máquinas.

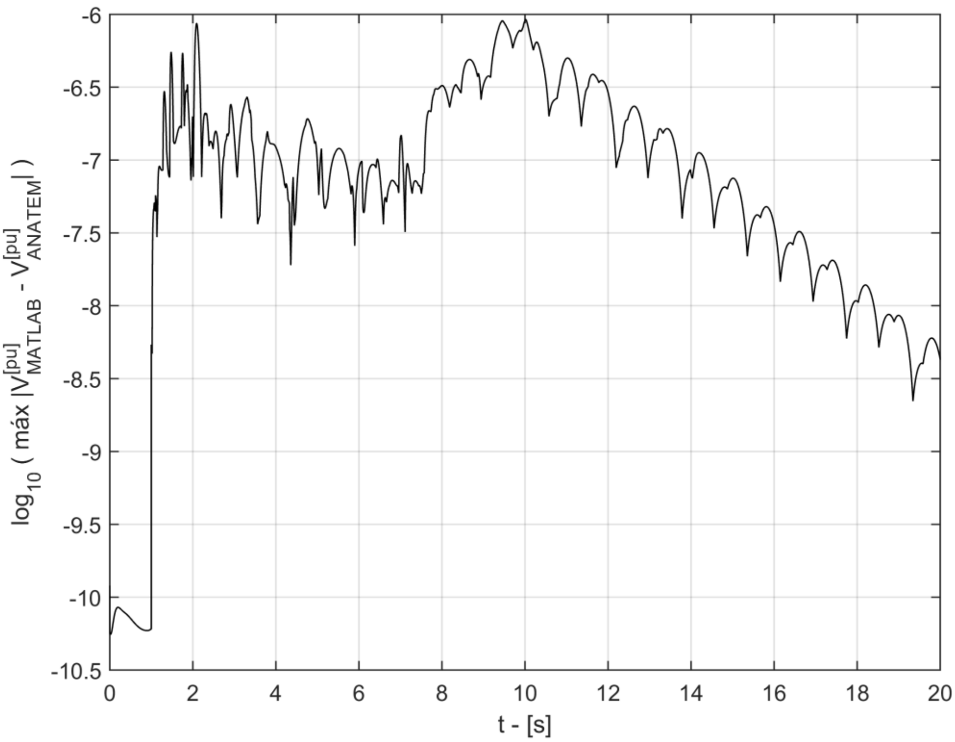

Figura 22 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, da tensão de cada barra.

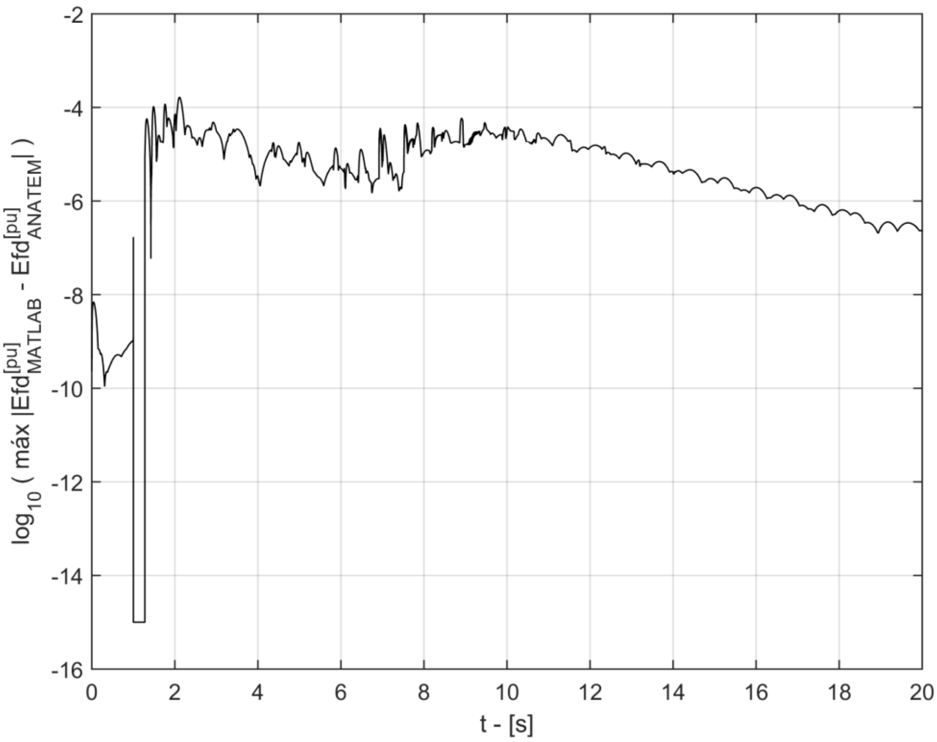

Figura 23 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, da tensão de campo das máquinas.

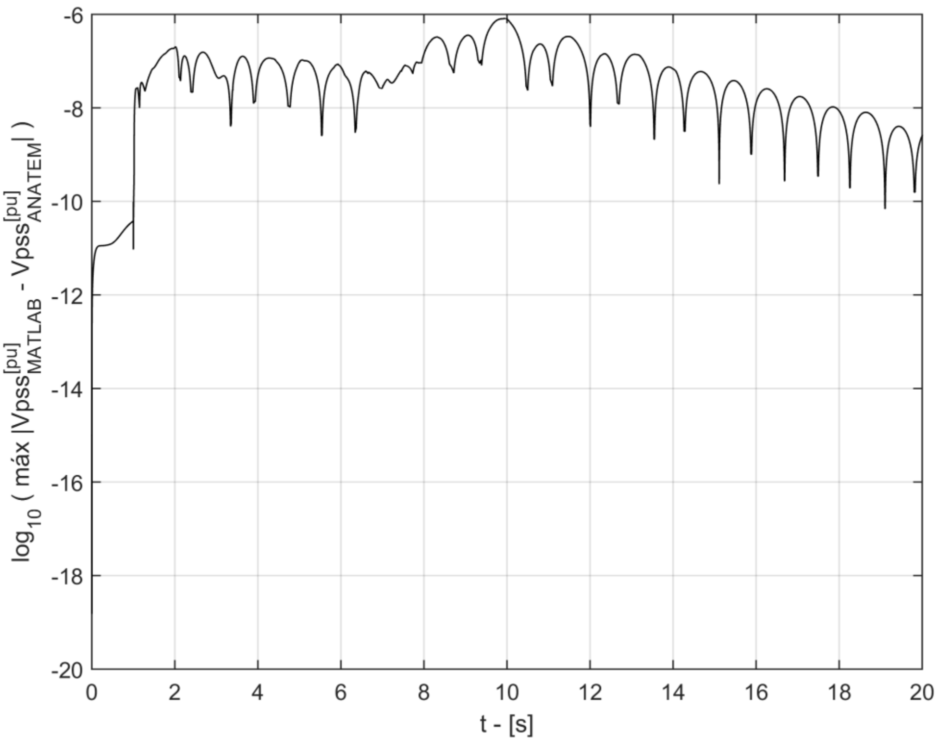

Figura 24 - Máximo erro absoluto por instante de tempo, em escala logarítmica, do sinal estabilizador das máquinas.

Nestes gráficos, os valores estão todos em pu, exceto pelo ângulo δ, que está em radianos. Estas unidades foram escolhidas de modo a permitir uma comparação normalizada dos resultados. A escala logarítmica foi adotada de modo a facilitar a visualização dos valores dos erros máximos, dada a variabilidade de ordem dos mesmos. Vale ressaltar que os erros mostrados são os valores máximos existentes, para cada variável, ao longo da simulação de 20 s.

Por tais gráficos, pode-se observar a comparação numérica entre os resultados gerados pelo ANATEM e pelo MATLAB, e não somente a visual, conforme foi mostrado previamente, com as respostas no tempo dos dois programas computacionais. Conforme visto anteriormente nas respostas no tempo, os valores calculados pelos dois programas são bem próximos. Para que se tenha uma ideia numérica ainda mais específica, é mostrada a Tabela 1 com os valores dos desvios máximos de cada variável, ao longo de toda a simulação de 20 s. O maior dos erros absolutos é da ordem de 10^{-4} pu, que equivale a 0,01%. Estes resultados validam o programa de MATLAB, desenvolvido para realizar o cálculo de Estabilidade Transitória. Tal programa foi necessário para ser utilizado como plataforma de testes para o desenvolvimento do algoritmo de passo variável.

Tabela 1 - Máximos erros absolutos entre ANATEM e MATLAB durante toda simulação de 20 s.

Variável	Máx. erro absoluto	
δ	9,263E-05	rad
f	7,220E-08	pu
Pe	5,323E-06	pu
V	9,221E-07	pu
Efd	1,637E-04	pu
$Vpss$	8,178E-07	pu

4.2 Validação do algoritmo de passo variável

Para validar o algoritmo de passo variável desenvolvido, são mostradas algumas simulações. De forma análoga ao item 4.1, foi aplicado um curto-circuito franco na barra 2 em t=1,0 s, com sua remoção em t=1,1 s. O tempo máximo de simulação também foi de 20 s.

A ideia deste item é ilustrar a vantagem de se utilizar passo de integração variável, com o intuito de equilibrar a precisão e desempenho computacional, que é a motivação desta dissertação. Para isto, são realizadas cinco simulações: uma delas é feita com o passo variável, tendo tolerâncias TOLN=10^{-5} pu e TOLM=10^{-4} pu e lista de passos [0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5; 10;

20; 50; 100] ms – conforme definido no item 3.2.1.3. As outras simulações foram feitas com passo fixo de 0,1, 1, 5 e 25 ms, onde a primeira teve suas tolerâncias de cálculo reduzidas, definidas como TABS=10^{-8} pu, TETE=10^{-4} % e TEMD=10^{-4} %, com o intuito de gerar um gabarito da resposta no tempo. Já as outras quatro simulações tiveram tolerância de cálculo 10 vezes maior, sendo definidas como TABS=10^{-7} pu, TETE=10^{-3} % e TEMD=10^{-3} %. O fator 10 foi utilizado como redutor das tolerâncias da simulação com passo fixo de 0,1 ms por representar um número razoável, até porque se fosse utilizado um valor muito menor, a diferença poderia não ser grande o suficiente para dar a precisão superior desejada a esta simulação.

Por outro lado, se fosse utilizado um número muito maior, poderia haver dificuldade de convergência devido à alta carga computacional associada a tal simulação, pois estaria sendo exigida uma precisão muito grande na convergência dos processos iterativos, além do fato do passo utilizado já ser pequeno.

Conforme definido no item 3.2.1.3, as simulações com passo variável permitem a obtenção do passo equivalente, isto é, aquele que uma vez escolhido como passo fixo, geraria esforço computacional semelhante ao do passo variável. A simulação de passo fixo de 25 ms representa o passo equivalente, que embora não seja exatamente o valor obtido nos resultados, foi escolhido por ser o maior divisor de 100 ms menor ou igual a 37,95 ms – valor obtido na prática, e mostrado na Tabela 2 mais adiante.

A necessidade do valor de passo utilizado ter que ser divisor de 100 ms foi para possibilitar a simulação cujo evento aplicado teve exatamente esta duração. Caso contrário, não seria possível encaixar este distúrbio na linha de tempo da simulação.

A Figura 25 ilustra os valores dos passos escolhidos pelo algoritmo para cada instante de tempo da simulação, e mostra exatamente o que era esperado: uma redução do passo nos momentos de transitório mais turbulento, e um aumento gradual conforme o sistema vai se amortecendo e tendendo ao equilíbrio em um novo ponto de operação.

Os resultados das simulações são mostrados na Tabela 2. Pode-se observar que a simulação com passo variável se mostrou mais eficiente do que as demais no que diz respeito ao número de soluções de passos (segunda coluna, da esquerda para direita), que foi igual a 527. Além disso, obteve melhor número total de iterações no laço MODELOS/REDE (coluna “MOD/RED”), igual a 1545. Entretanto, não obteve melhor valor para o número total de iterações no laço MODELOS (coluna “MOD”), igual a 9247, perdendo para a simulação de passo fixo de 25 ms. O mesmo aconteceu com o tempo computacional, onde o passo variável foi 20,6 s mais lento do que a simulação com passo fixo de 25 ms.

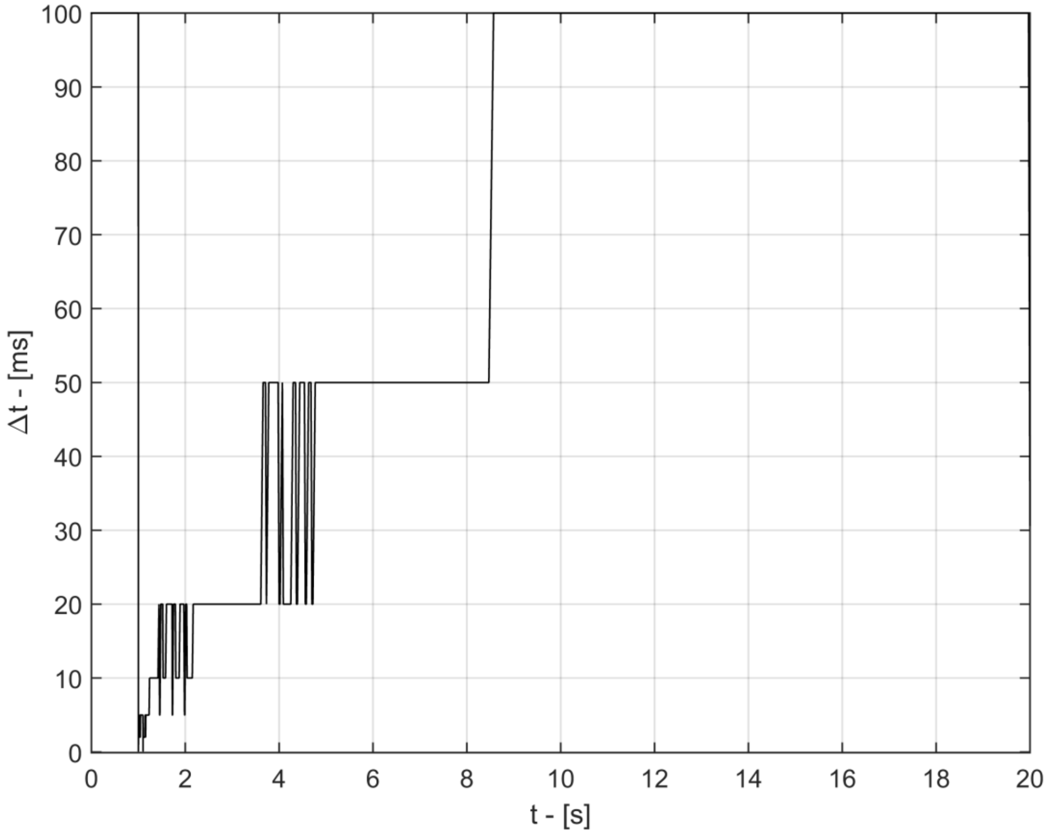

Figura 25 - Passos escolhidos pelo algoritmo de passo variável ao longo da simulação de 20 s.

Tabela 2 - Comparação entre os resultados com passo de integração fixo e variável.

Δt (ms)	nº de Δt's	MOD	MOD/RED	$\Delta t_{méd}$ (ms)	Δt_{eq}(ms)	Tempo(s)
0,1	200000	651983	390000	0,1	0,1	4546,3
1	20000	64181	39006	1	1	489,1
5	4000	16278	7817	5	5	110,1
variável	527	9247	1545	43,92	37,95	50,6
25	800	6283	1844	25	25	30,0

Até então, seria razoável concluir que devido ao melhor tempo computacional (e também menor quantidade total de iterações no laço MODELOS), na prática, o resultado com passo fixo de 25 ms seria mais interessante que o passo variável. Entretanto, os erros associados à simulação com passo fixo de 25 ms são maiores que os da simulação com passo variável, ainda que 25 ms não seja de fato o passo equivalente obtido. Este resultado permite concluir que os 20,6 s de vantagem da simulação com passo fixo de 25 ms acabaram gerando erros relativamente maiores, uma vez que tal simulação não reduziu o passo em momentos cruciais, isto é, os instantes de tempo com transitório mais oscilatório, os quais exigem passos menores.

A seguir, são mostrados os valores máximos do desvio entre cada simulação e aquela realizada com o passo mínimo (0,1 ms), e tolerâncias de cálculo reduzidas. Isto representa o quanto cada simulação ficou distante do que seria o resultado mais correto dentre os simulados, isto é, o de maior precisão (e pior desempenho).

Vale ressaltar que o cálculo de erro foi feito em relação às respostas no tempo, e obviamente nem todos os instantes da simulação com o passo mínimo existiram nas outras simulações - dada a diferença entre os passos utilizados. Dessa forma, para que fosse possível esta comparação sem a necessidade de interpolação de valores, foi necessário encontrar quais instantes de tempo eram comuns entre as simulações e então realizar os cálculos em cima destes valores apenas. Portanto, para cada variável, o erro calculado é o máximo desvio absoluto para cada instante comum às simulações, em escala logarítmica. Este resultado é mostrado da Figura 26 até a Figura 31.

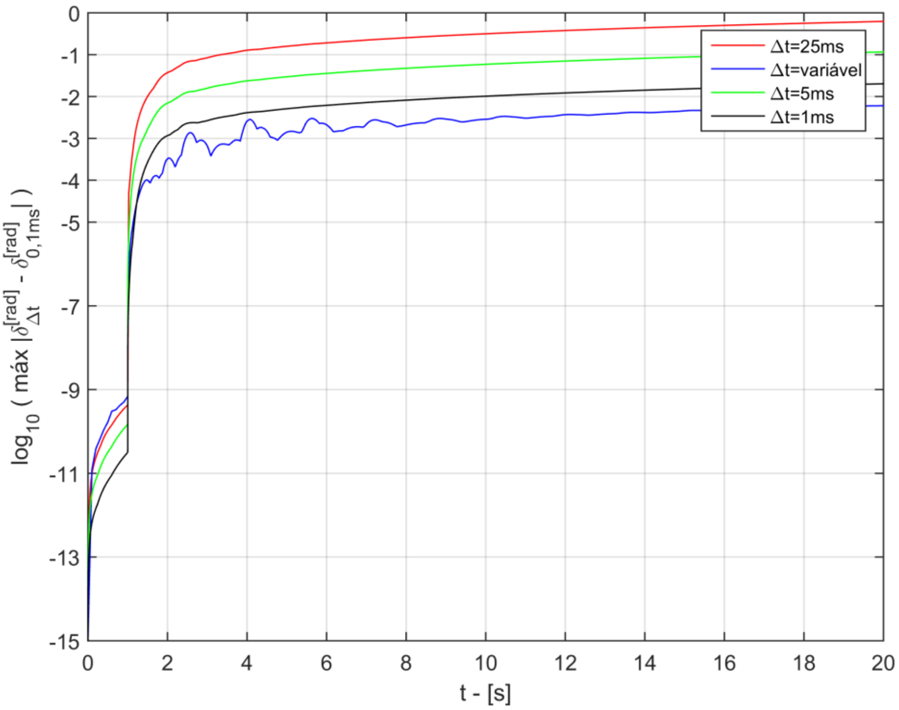

Figura 26 - Erro máximo do ângulo de carga em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica.

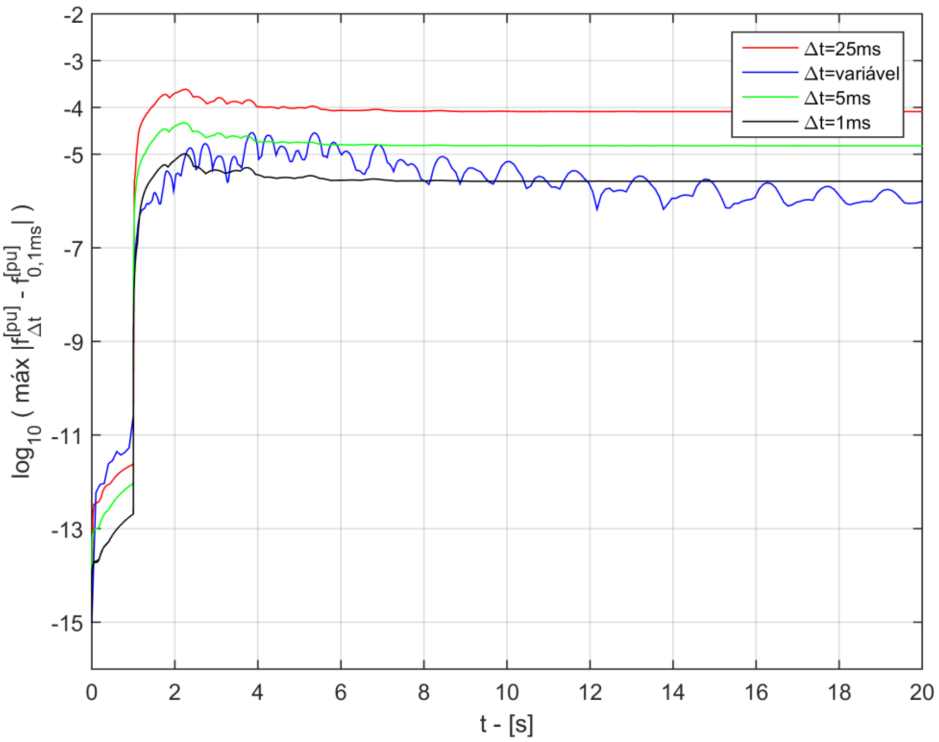

Figura 27 - Erro máximo da frequência elétrica em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica.

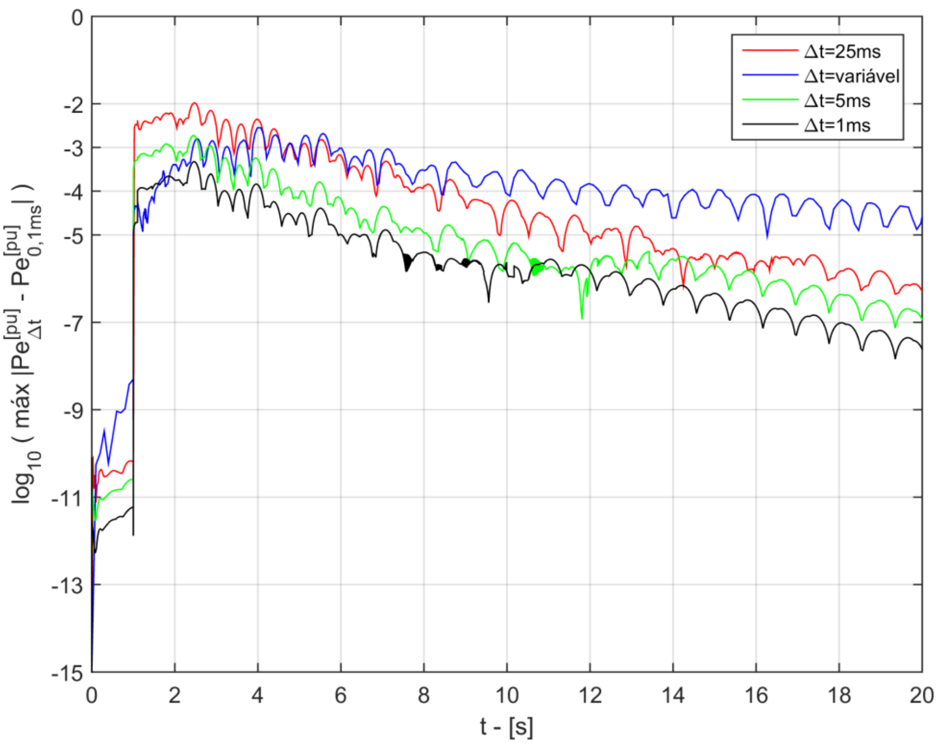

Figura 28 - Erro máximo da potência elétrica em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica.

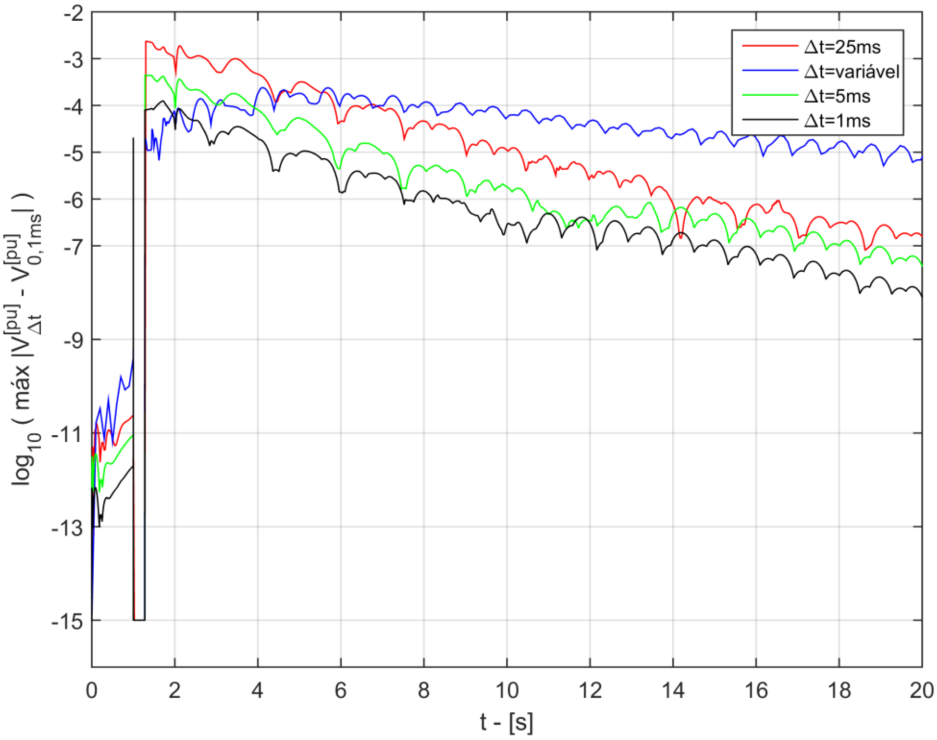

Figura 29 - Erro máximo da tensão em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica.

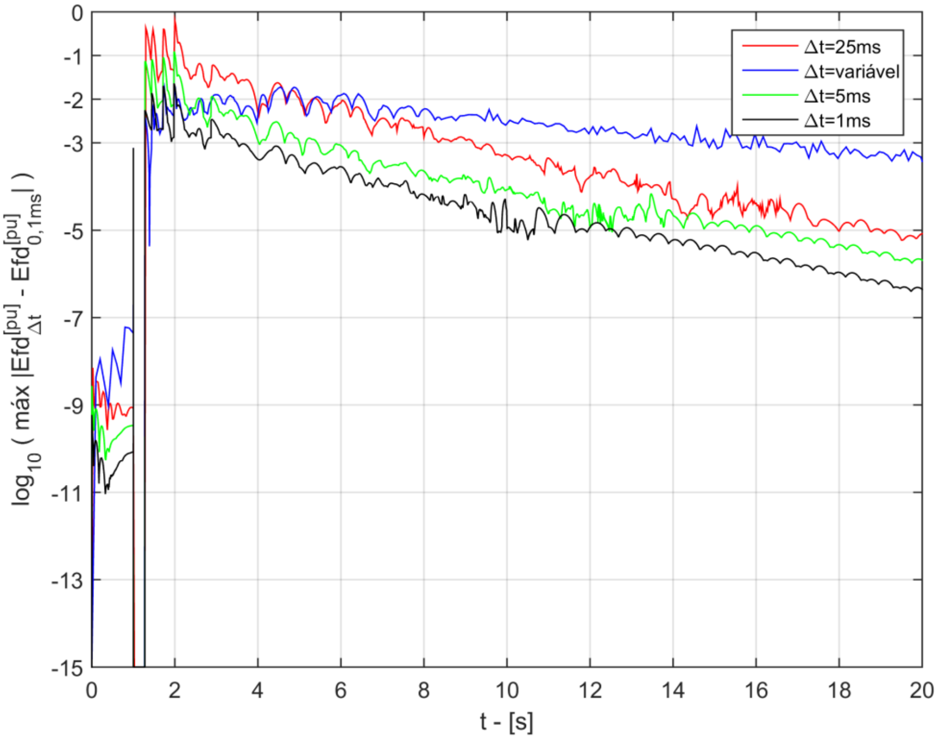

Figura 30 - Erro máximo da tensão de campo em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica.

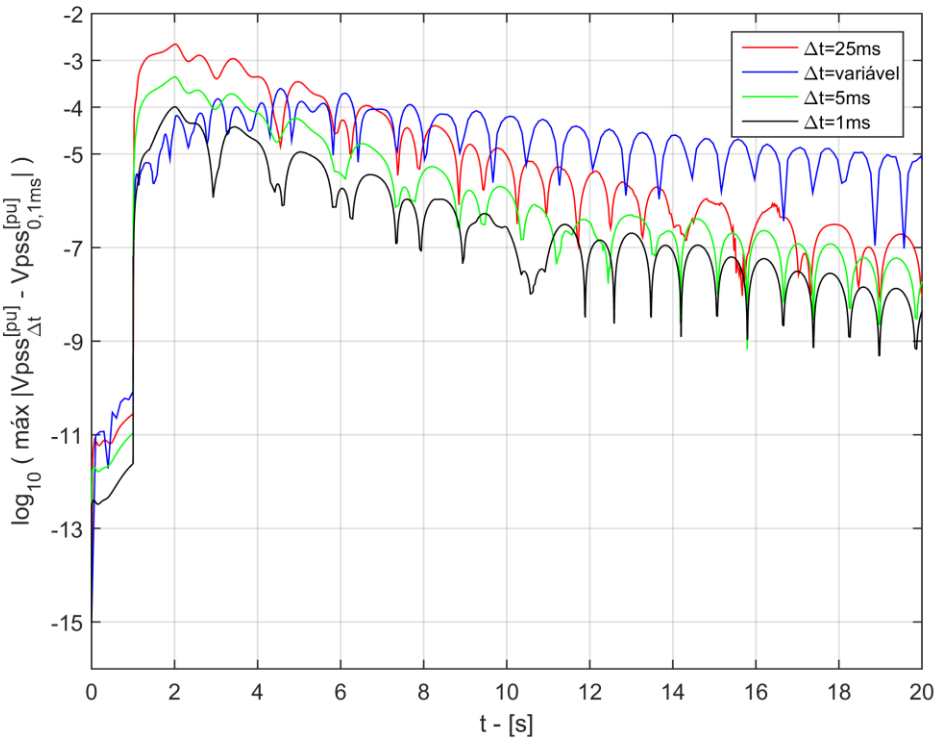

Figura 31 - Erro máximo do sinal estabilizador em relação à simulação com passo mínimo, em escala logarítmica.

Com tais resultados, pode-se observar que os erros do passo fixo de 25 ms ficaram maiores do que o de passo variável justamente nos instantes de transitório mais conturbado (durante o curto-circuito e logo após sua remoção). Conforme mencionado, isso se deve ao fato da simulação com passo variável ter utilizado passos menores para tais instantes, tornando o resultado mais preciso. Por outro lado, os erros foram maiores nos momentos onde o transitório estava mais calmo, devido à escolha de passos maiores – até mesmo que 25 ms – para aproveitar ao máximo a oportunidade de ganho de desempenho.

Portanto, é exatamente este o objetivo da simulação com passo variável: equilibrar precisão e desempenho de forma que ambos sejam aceitáveis após a definição das tolerâncias de extrapolação quadrática TOLN e TOLM. De forma análoga, comparando o passo variável com as outras simulações, de 1 e 5 ms, nota-se que seu resultado foi superior até mesmo a estes dois, os quais são considerados valores práticos (usuais) para os estudos elétricos realizados. A questão é que a simulação com passo variável permitiu a utilização de valores como 0,1, 0,2 e 0,5 ms, que foram adotados quando necessário, o que obviamente não aconteceu nas simulações de passo fixo de 1 e 5 ms. Deste modo, a precisão ficou controlada de forma aceitável, o que também permitiu um bom desempenho computacional.

Para estender o raciocínio, é mostrada a Tabela 3, que detalha os erros máximos encontrados para cada variável, em cada simulação. Nota-se que, para todas as variáveis analisadas, o erro máximo na simulação de passo fixo de 25 ms foi superior ao do passo variável. Isso fortalece a ideia de que as simulações com passo fixo muito reduzido (por exemplo 0,1 ms) geram melhor precisão e pior desempenho, enquanto que aquelas com passo fixo elevado (por exemplo 25 ms) geram desempenho melhor, porém precisão pior.

Tabela 3 - Máximos erros absolutos em relação ao resultado calculado com passo mínimo e tolerâncias reduzidas.

	Máx. erro absoluto					
Δt (ms)	δ (rad)	f (pu)	Pe (pu)	V (pu)	Efd (pu)	$Vpss$ (pu)
1	2,013E-02	1,017E-05	4,714E-04	8,564E-05	2,259E-02	1,018E-04
5	1,161E-01	4,690E-05	1,867E-03	4,491E-04	1,224E-01	4,454E-04
variável	6,028E-03	2,877E-05	2,843E-03	2,156E-04	1,931E-02	2,500E-04
25	6,227E-01	2,432E-04	1,048E-02	3,090E-03	6,354E-01	2,227E-03

A Figura 32 detalha o que é mostrado na Tabela 3, apresentando uma comparação visual entre as respostas no domínio do tempo das simulações com passo fixo de 0,1 ms e passo variável, da potência elétrica do gerador conectado à barra 1. Nota-se que ambas foram coincidentes, mostrando que em termos de precisão, a simulação com passo variável mostrou-se adequada.

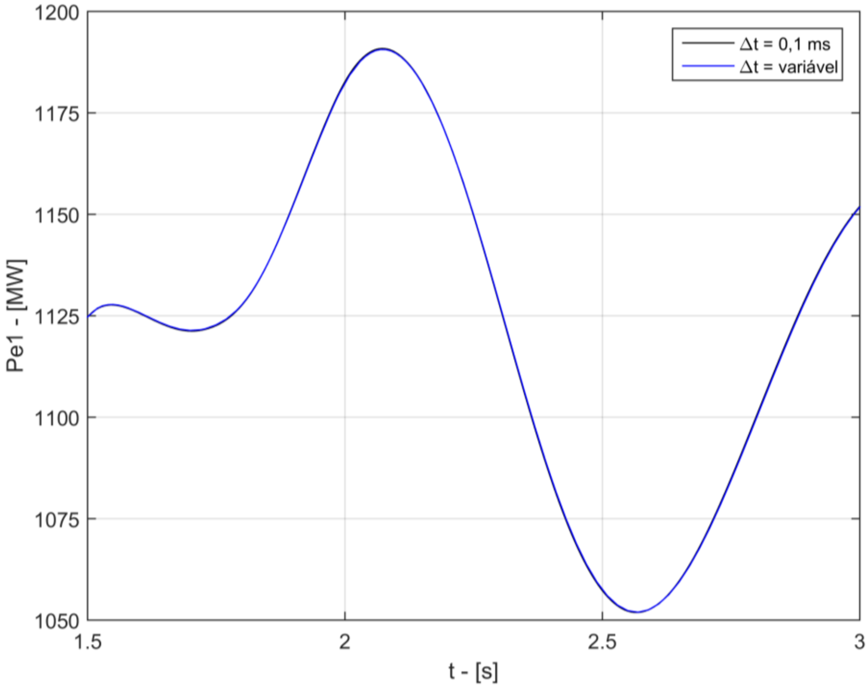

Figura 32 - Comparação entre as potências elétricas do gerador conectado à barra 1, da simulação com passo fixo de 0,1 ms e da simulação com passo variável.

Por outro lado, a Figura 33 apresenta uma comparação entre as respostas no domínio do tempo das simulações com passo fixo de 0,1 ms e 25 ms. É possível observar que houve um desvio entre as respostas, o que reitera que os erros gerados na simulação com passo fixo de 25 ms proporcionaram um resultado menos preciso do que àquele da simulação com passo variável.

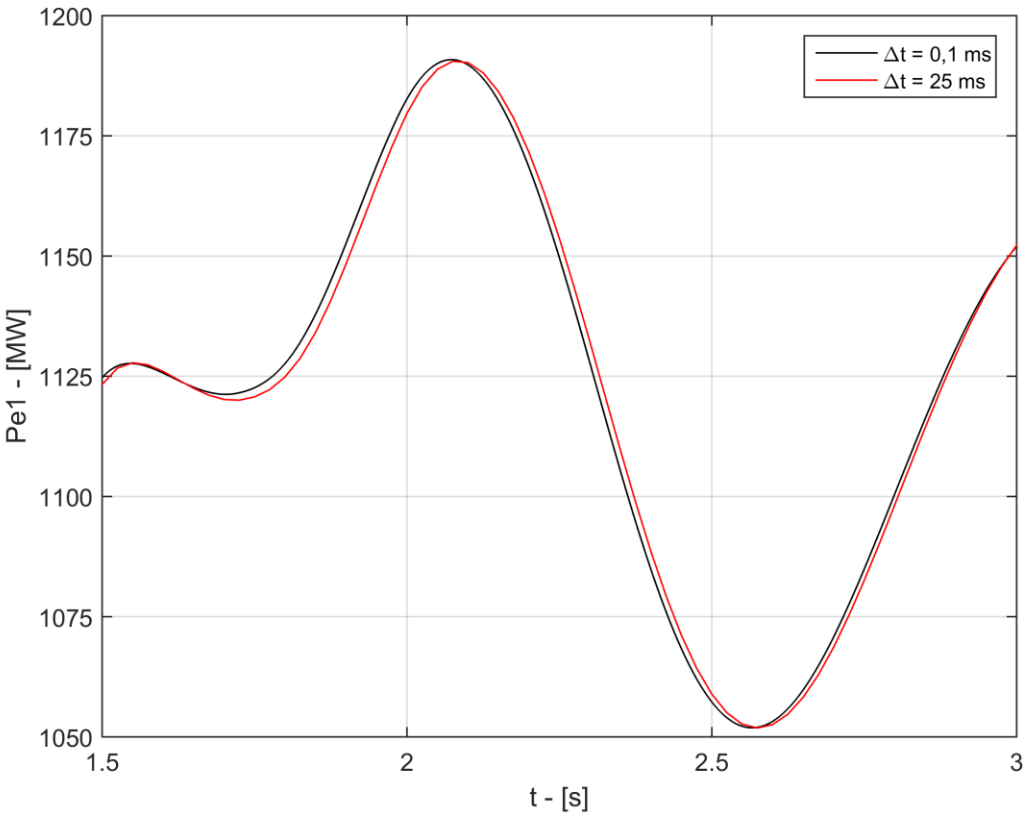

Figura 33 - Comparação entre as potências elétricas do gerador conectado à barra 1, da simulação com passo fixo de 0,1 ms e de 25 ms.

Portanto, fica comprovado que a simulação de passo variável foi a que melhor equilibrou o desempenho computacional, de 50,6 s de duração, com a precisão visual e numérica.

Capítulo 5 - Conclusão

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um algoritmo de passo de integração variável aplicado ao método Alternado Implícito, além de elaborar um programa para cálculo de Estabilidade Transitória. O programa foi desenvolvido, e após diversas alterações, o algoritmo também foi concluído, atendendo ao objetivo. Além disso, os resultados gerados foram capazes de ilustrar a motivação do trabalho, que é garantir o equilíbrio entre desempenho e precisão.

Na fase de testes do programa protótipo desenvolvido, os resultados se mostraram satisfatórios, dado que durante toda a simulação de 20 s, comentada no item 4.1, o maior desvio absoluto em relação ao *software* comercial (ANATEM) foi da ordem de 10^{-4} pu, o que representa um erro máximo de 0,01%. Sendo assim, a etapa de validação do programa em MATLAB foi concluída com êxito, o que garante que os resultados gerados pelo programa de MATLAB são fidedignos, uma vez que ficaram próximos aos do ANATEM.

Na fase inicial de dedução do algoritmo de passo variável, a estratégia adotada era bem mais complexa e ineficiente do que aquela que de fato foi utilizada na versão final do trabalho. Conforme explicado no item 3.2.1, o teste de linearidade da resposta no tempo representava uma abordagem um pouco complicada em termos de implementação, além do fato de não ser viável sua utilização em todos os instantes de tempo, uma vez que isto geraria uma grande carga computacional. Dado que o intervalo de avaliação de passo utilizado foi de 200 ms, ficou evidente a primeira falha do algoritmo inicial: a aleatoriedade no ponto de avaliação de passo e, portanto, dos valores de passos escolhidos. Se fossem alterados os instantes de aplicação e/ou remoção dos distúrbios, o resultado ficava totalmente diferente, pois o algoritmo iria avaliar outros pontos cujo grau de linearidade seria diferente. Este resultado não era compatível com o que se esperava do algoritmo. Uma vez determinada a duração da perturbação no sistema, o resultado da resposta no tempo e, portanto, dos passos escolhidos pelo algoritmo deveriam seguir o mesmo comportamento, até porque o objeto de estudo desta dissertação são os sistemas invariantes no tempo. Isto significa que não são consideradas quaisquer variações nos parâmetros construtivos das máquinas e seus controladores, o que garante mesmo resultado de simulação caso seja feita esta alteração dos instantes de aplicação e remoção de distúrbios, contanto que seja mantida a duração do distúrbio aplicado e as condições do sistema.

Em busca de uma solução para este problema de avaliação aleatória de passo, foi testada a extrapolação quadrática com passo variável, cuja dedução é feita no item C.2. Sua utilização combinada com o algoritmo de teste de linearidade não se mostrou bem-sucedida. Por isso, a tentativa foi testar apenas a extrapolação quadrática, para ver se os resultados iriam ser coerentes. Após alguns ajustes das tolerâncias TOLN e TOLM, os resultados saíram conforme o esperado. Com isso, pôde-se concluir que no esquema Alternado Implícito é possível utilizar um método de extrapolação para estimativa do erro local. Esta informação é importante, pois caso o caminho seguido fosse o convencional – isto é, caso fosse utilizado outro método de integração para fazer tal estimativa – o desempenho obtido seria pior, dado que deveriam ser resolvidos os laços iterativos, explicados no item 3.1, também para o outro método. Portanto, a comparação da solução do passo com a extrapolação quadrática se mostrou uma estratégia simples e computacionalmente eficiente para avaliação do passo, podendo ser feita a todo instante de tempo, diferente da avaliação inicial feita por teste de linearidade.

Mediante testes com passo fixo, conforme discutido no item 3.2.1, foi concluído que o módulo da tensão agrega importantes informações sobre a dinâmica do sistema, indicando por exemplo o quanto está variando a sua resposta no tempo. Esta informação é crucial para determinar qual o melhor passo para realização das integrações numéricas, visto que em maior variação da resposta no tempo, a tendência é que se escolha passos menores, enquanto que em menor variação, passos maiores. O módulo da tensão é uma variável algébrica e, por possuir comportamento mais rápido que o de variáveis como o ângulo de carga ou a velocidade angular das máquinas, se mostrou mais confiável para determinar as informações encontradas. Este resultado foi um tanto surpreendente porque era esperado que as melhores variáveis para indicar o comportamento do sistema eram as variáveis de estado.

A lista de passos definitiva não contou com os valores 200 e 500 ms porque estes geraram divergência nos laços iterativos de solução do problema. Sendo assim, o maior passo utilizado foi 100 ms. Os valores superiores foram classificados como elevados demais para solução do problema não linear tratado nesta dissertação, pelo menos especificamente para o sistema teste utilizado.

Conforme mostrado no item 4.2, a simulação com passo variável gerou um passo equivalente – o qual foi definido no item 3.2.1.3 – igual a 37,95 ms, que é próximo do passo médio, que foi igual a 43,92 ms. A proximidade destes valores mostra que houve poucas soluções de passo que não foram de fato utilizadas, o que junto com o tempo computacional de 50,6 s, mostra o bom desempenho da simulação com passo variável.

Para verificar a precisão do algoritmo, o ideal seria comparar os resultados das simulações de passo variável com passo fixo de valor igual ao do passo equivalente obtido. Se fosse possível fazer isso, o esperado seria provar que as duas simulações teriam desempenho semelhante, dada a mesma quantidade de solução de passos. Por outro lado, também seria provado que a precisão não seria semelhante, recomendando a necessidade de utilização do passo variável. Conforme foi explicado no item 4.2, não foi possível realizar uma simulação com valor de passo fixo igual ao passo equivalente, devido à impossibilidade de aplicação do distúrbio de 100 ms, dado que 37,95 ms não representa um divisor de 100 ms. Dessa forma, o maior divisor de 100 ms que seja menor ou igual a 37,95 ms é 25 ms, e este valor foi o utilizado.

Conforme também mostrado pelos resultados, a simulação de 25 ms já se mostrou com precisão inferior à do passo variável, o que indica que caso fosse de interesse realizar uma simulação com um passo fixo elevado para garantir desempenho, a precisão não seria facilmente conseguida. Inclusive, nem mesmo a simulação com passo fixo de 1,0 ms – valor usual para simulações de Estabilidade Transitória – se mostrou tão confiável quanto a de passo variável, visto que nos momentos de maior oscilação, houve a necessidade de se utilizar passos menores, não sendo possível isto na simulação com passo fixo. Desta forma, ficou provada a necessidade de utilização do algoritmo de passo de integração variável para equilíbrio entre precisão e desempenho computacional.

5.1 Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros, destaca-se a tarefa de implementar o algoritmo mencionado em *software* comercial e simular um sistema de grande porte (por exemplo, o sistema interligado nacional) para analisar os resultados. Outra linha de estudo seria a criação de uma rotina para ajuste automático das duas tolerâncias em que o algoritmo de passo variável se baseia (TOLN e TOLM), e da lista de passos, mediante tentativas automáticas do próprio algoritmo. Dessa forma, o usuário não precisará declarar estes parâmetros para iniciar a simulação, deixando tudo à disposição do algoritmo. A dedução do tempo máximo de simulação também pode ser mais uma sugestão de aperfeiçoamento do algoritmo, onde com ela o usuário poderia escolher se declara um valor específico de seu interesse, ou se deixa para o algoritmo definir o momento certo de finalizar a simulação. Neste caso, a ideia seria analisar a variação da resposta no tempo do sistema (também com o módulo das tensões) e finalizar a simulação assim que a mesma estivesse amortecida, para evitar que se perca muito tempo simulando um sistema já estabilizado, o que não representa objetivo dos estudos de Estabilidade Transitória.

Referências Bibliográficas

[1] Empresa de Pesquisa Energética (EPE) ; Ministério de Minas e Energia (MME) ; Nota técnica, “Projeção da demanda de energia elétrica para os próximos 10 anos (2017-2026),” Janeiro 2017. [Online]. Available: http://www.epe.gov.br/Estudos.

[2] E. Sant'Anna, L. Monteath, F. Calvelli, L. F. Marques, S. Martins, E. d. F. Silva, M. A. Noli e B. Sessa, “Visão integrada da análise de limites de intercâmbios elétricos do Sistema Interligado Nacional - SIN,” em *XXII SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Foz do Iguaçu, 2015.

[3] KIM, Soobae; OVERBYE, Thomas J. Optimal subinterval selection approach for power system transient stability simulation. Energies, v. 8, n. 10, p. 11871-11882, 2015.

[4] DE SIQUEIRA, José Carlos G. et al. A discussion about optimum time step size and maximum simulation time in EMTP-based programs. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, v. 72, p. 24-32, 2015.

[5] FELTRIN, Antonio Padilha et al. "Cálculo da estabilidade transitória em sistemas de energia elétrica utilizando esquema simultâneo implícito". Dissertação de mestrado apresentada ao Departamente de Engenharia Elétrica da Unicamp, 1986.

[6] JARDIM, Jorge et al. Variable Time Step Application on Hybrid Eletromechanical-Eletromagnetic Simulation. IET Generation, Transmission & Distribution, 2017.

[7] DOMMEL, H. W.; SATO, N. Fast transient stability solutions. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, n. 4, p. 1643-1650, 1972.

[8] S. Gomes Jr., F. L. Lirio, A. Coutinho Netto, L. P. Almeida, “Melhorias na identificação e solução de problemas de convergência do ANATEM,” em XXII SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Foz do Iguaçu, 2015.

[9] OLIVEIRA, Sebastião EM et al. Programa ANATEM para Simulação do Desempenho Dinâmico dos Sistemas Elétricos de Potência. IV SEPOPE, maio/1994, Foz do Iuaçu, 1994.

[10] DE MELLO, F. P. et al. Simulating fast and slow dynamic effects in power systems. IEEE Computer applications in power, v. 5, n. 3, p. 33-38, 1992.

[11] ASTIC, J. Y.; BIHAIN, A.; JEROSOLIMSKI, M. The mixed Adams-BDF variable step size algorithm to simulate transient and long term phenomena in power systems. IEEE Transactions on Power Systems, v. 9, n. 2, p. 929-935, 1994.

[12] KUNDUR, Prabha; BALU, Neal J.; LAUBY, Mark G. Power system stability and control. New York: McGraw-hill, 1994, pp. 17,836-.

[13] ALVARADO, Fernando L.; LASSETER, Robert H.; SANCHEZ, Juan J. Testing of trapezoidal integration with damping for the solution of power transient problems. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, n. 12, p. 3783-3790, 1983.

[14] DOMMEL, Hermann W. Digital computer solution of electromagnetic transients in single-and multiphase networks. IEEE transactions on power apparatus and systems, n. 4, p. 388-399, 1969.

[15] KIZILKAN, Gülnur Çelik; AYDIN, Kemal. Step size strategies for the numerical integration of systems of differential equations. Journal of Computational and Applied Mathematics, v. 236, n. 15, p. 3805-3816, 2012.

[16] KUNDUR, Prabha et al. Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions. IEEE transactions on Power Systems, v. 19, n. 3, p. 1387-1401, 2004.

[17] WILLEMS, J. Direct method for transient stability studies in power system analysis. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 16, n. 4, p. 332-341, 1971.

[18] SHIPLEY, R. B. et al. Direct calculation of power system stability using the impedance matrix. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, n. 7, p. 777-782, 1966.

[19] BRETAS, Newton Geraldo; ALBERTO, Luís Fernando Costa. Estabilidade transitória em sistema eletroenergéticos. EESC/USP, 2000.

[20] PAVELLA, M. From the Lyapunov general theory to a practical direct method for power system transient stability. Electrical Technology Russia, n. 2, p. 112-131, 2000.

[21] VIEIRA FILHO, Xisto. Operação de sistemas de potência com controle automático de geração. Campus, 1984.

[22] TAYLOR, Carson W. Power system voltage stability. McGraw-Hill, 1994.

[23] FATUNLA, Simeon Ola. Numerical methods for initial value problems in ordinary differential equations. Academic Press, 2014.

[24] GEAR, C. William. Numerical initial value problems in ordinary differential equations. 1971. Englewood Cliffs, NJ: Prenctice-Hall.

[25] CROW, M. L.; CHEN, James G. The multirate method for simulation of power system dynamics. IEEE Transactions on Power Systems, v. 9, n. 3, p. 1684-1690, 1994.

[26] HENRICI, Peter. Discrete variable methods in ordinary differential equations. Wiley, New York, 1962.

[27] BAN, Sung Jun et al. A variable step-size adaptive algorithm for direct frequency estimation. Signal Processing, v. 90, n. 9, p. 2800-2805, 2010.

[28] KATO, T.; IKEUCHI, K. Variable order and variable step-size integration method for transient analysis programs. IEEE Transactions on Power Systems, v. 6, n. 1, p. 206-213, 1991.

[29] KROGH, Fred T. Algorithms for changing the step size. SIAM Journal on Numerical Analysis, v. 10, n. 5, p. 949-965, 1973.

[30] SANCHEZ-GASCA, J. J. et al. Variable time step, implicit integration for extended-term power system dynamic simulation. In: Power Industry Computer Application Conference, 1995. Conference Proceedings., 1995 IEEE. IEEE, 1995. p. 183-189.

[31] KIZILKAN, Gülnur Çelik; AYDIN, Kemal. Step size strategies based on error analysis for the linear systems. SDÜ Fen Dergisi, v. 6, n. 2, 2011..

[32] GAO, Yifan et al. A Transient Stability Numerical Integration Algorithm for Variable Step Sizes Based on Virtual Input. Energies, v. 10, n. 11, p. 1736, 2017.

[33] KWONG, Raymond H.; JOHNSTON, Edward W. A variable step size LMS algorithm. IEEE Transactions on signal processing, v. 40, n. 7, p. 1633-1642, 1992.

[34] GELFAND, Saul B.; WEI, Yongbin; KROGMEIER, James V. The stability of variable step-size LMS algorithms. IEEE transactions on signal processing, v. 47, n. 12, p. 3277-3288, 1999.

[35] DORMAND, John R.; PRINCE, Peter J. A family of embedded Runge-Kutta formulae. Journal of computational and applied mathematics, v. 6, n. 1, p. 19-26, 1980.

[36] STUBBE, M. et al. STAG-a new unified software program for the study of the dynamic behaviour of electrical power systems. IEEE Transactions on Power Systems, v. 4, n. 1, p. 129-138, 1989.

[37] SAVCENCO, Valeriu; HAUT, Bertrand. Construction and analysis of an automatic multirate time domain simulation method for large power systems. Electric Power Systems Research, v. 107, p. 28-35, 2014.

[38] MONTICELLI, Alcir José. Fluxo de carga em redes de energia elétrica. E. Blucher, 1983, p. 1.

[39] STOTT, Brian. Power system dynamic response calculations. Proceedings of the IEEE, v. 67, n. 2, p. 219-241, 1979.

[40] STAGG, Glenn W.; EL-ABIAD, Ahmed H. Computer methods in power system analysis. McGraw-Hill, 1968, p. 378.

[41] "Análise de Transitórios Eletromecânicos (ANATEM), Manual do Usuário, versão 11.02.," Rio de Janeiro, Julho de 2017.

[42] JOHNSON, R. B. I.; CORY, B. J.; SHORT, M. J. A tunable integration method for the simulation of power system dynamics. IEEE transactions on power systems, v. 3, n. 4, p. 1530-1537, 1988.

Anexo A - Modelos implementados

A.1 Gerador clássico

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{P_M - P_E - D.\Delta\omega}{2H} \tag{19}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_0.\Delta\omega \tag{20}$$

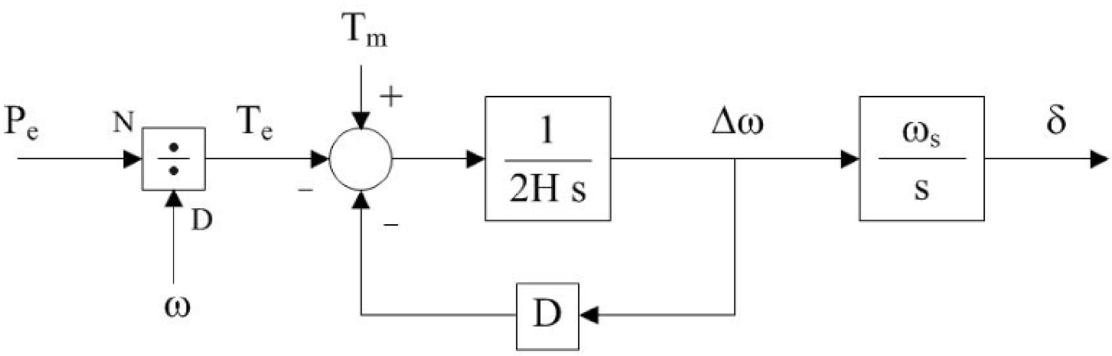

Figura 34 - Diagrama para modelo clássico de gerador.

A.2 Gerador de pólos salientes

$$V_d = E''_d + X''_q.I_q - R_a.I_d \tag{21}$$

$$V_q = E''_q - X''_d.I_d - R_a.I_q \tag{22}$$

$$\frac{dE''_d}{dt} = \frac{1}{T''_{q0}}.\left[-E''_d + \left(X_q - X''_q\right).I_q \right] \tag{23}$$

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T''_{d0}}.\left[E_{fd} + \frac{(X_d - X'_d)}{(X'_d - X_l)}.E''_q - \frac{(X_d - X_l)}{(X'_d - X_l)}.E'_q - \frac{(X_d - X'_d)(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)}.I_d - SAT\right] \tag{24}$$

$$\frac{dE''_q}{dt} = \frac{1}{T''_{d0}}.\left[-E''_q + E'_q - (X'_d - X''_d).I_d\right] + \frac{(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)}.\frac{dE'_q}{dt} \tag{25}$$

$$SAT = A.e^{B.(|E'_q| - C)} \tag{26}$$

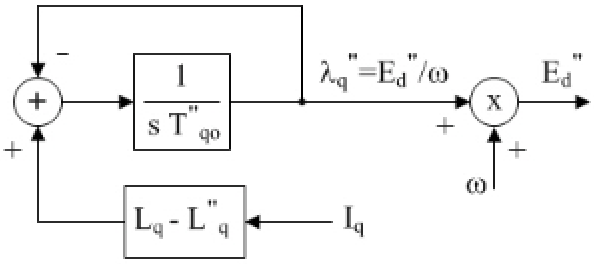

Figura 35 - Diagrama de eixo em quadratura para modelo de gerador de pólos salientes.

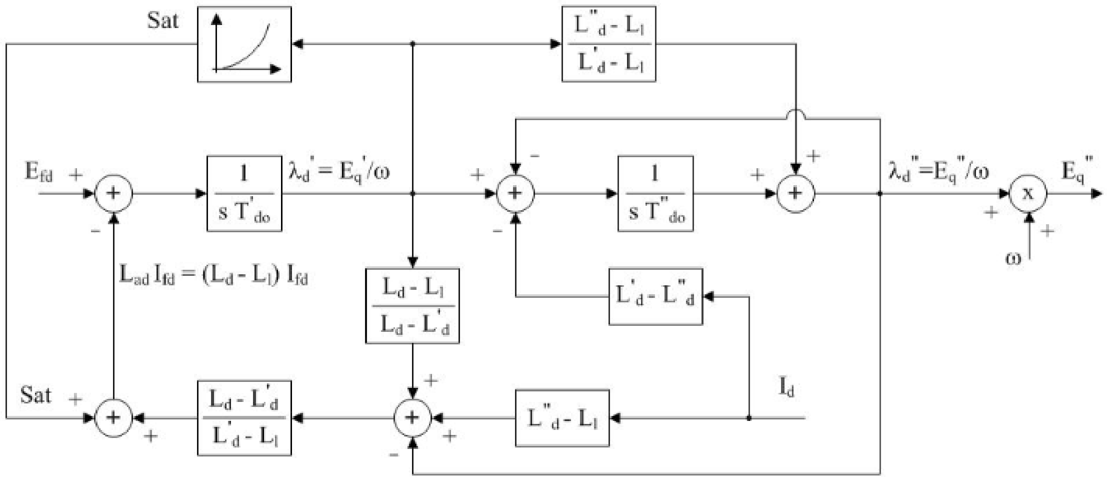

Figura 36 - Diagrama de eixo direto para modelo de gerador de pólos salientes.

A.3 Gerador de rotor cilíndrico

$$V_d = E''_d + X''_q . I_q - R_a . I_d \tag{27}$$

$$V_q = E''_q - X''_d . I_d - R_a . I_q \tag{28}$$

$$\frac{dE'_d}{dt} = \frac{1}{T'_{q0}} . \left[\frac{(X_q - X'_q)}{(X'_q - X_l)} . E''_d - \frac{(X_q - X_l)}{(X'_q - X_l)} . E'_d + \frac{(X_q - X'_q)(X''_q - X_l)}{(X'_q - X_l)} . I_q - SAT_q \right] \tag{29}$$

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} . \left[E_{fd} + \frac{(X_d - X'_d)}{(X'_d - X_l)} . E''_q - \frac{(X_d - X_l)}{(X'_d - X_l)} . E'_q - \frac{(X_d - X'_d)(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)} . I_d - SAT_d \right] \tag{30}$$

$$\frac{dE''_d}{dt} = \frac{1}{T''_{q0}} . \left[-E''_d + E'_d - \left(X'_q - X''_q \right) . I_q \right] + \frac{\left(X''_q - X_l \right)}{\left(X'_q - X_l \right)} . \frac{dE'_d}{dt} \tag{31}$$

$$\frac{dE''_q}{dt} = \frac{1}{T''_{d0}} . \left[-E''_q + E'_q - (X'_d - X''_d) . I_d \right] + \frac{(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)} . \frac{dE'_q}{dt} \tag{32}$$

$$SAT = A.e^{B.(|E_q'|-C)} \tag{33}$$

$$SAT_d = \frac{E_q''}{|E''|}.SAT \tag{34}$$

$$SAT_q = -\frac{(X_q - X_l)}{(X_d - X_l)}\frac{E_d''}{|E''|}.SAT \tag{35}$$

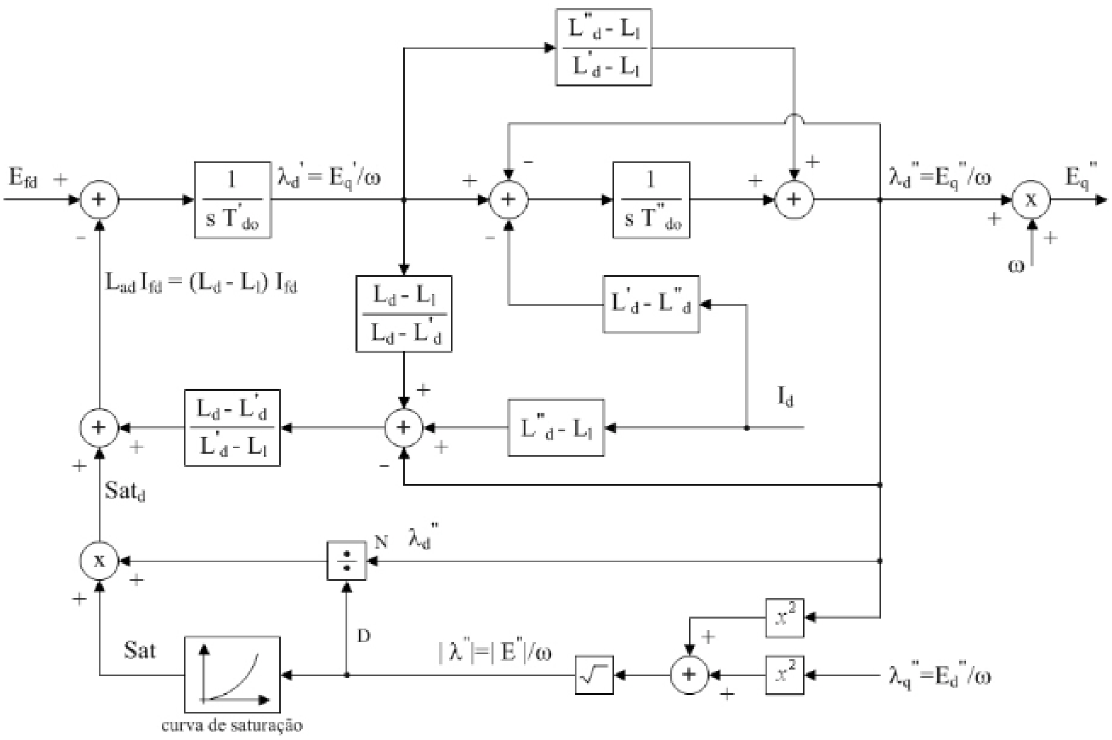

Figura 37 - Diagrama de eixo direto para modelo de gerador com rotor cilíndrico.

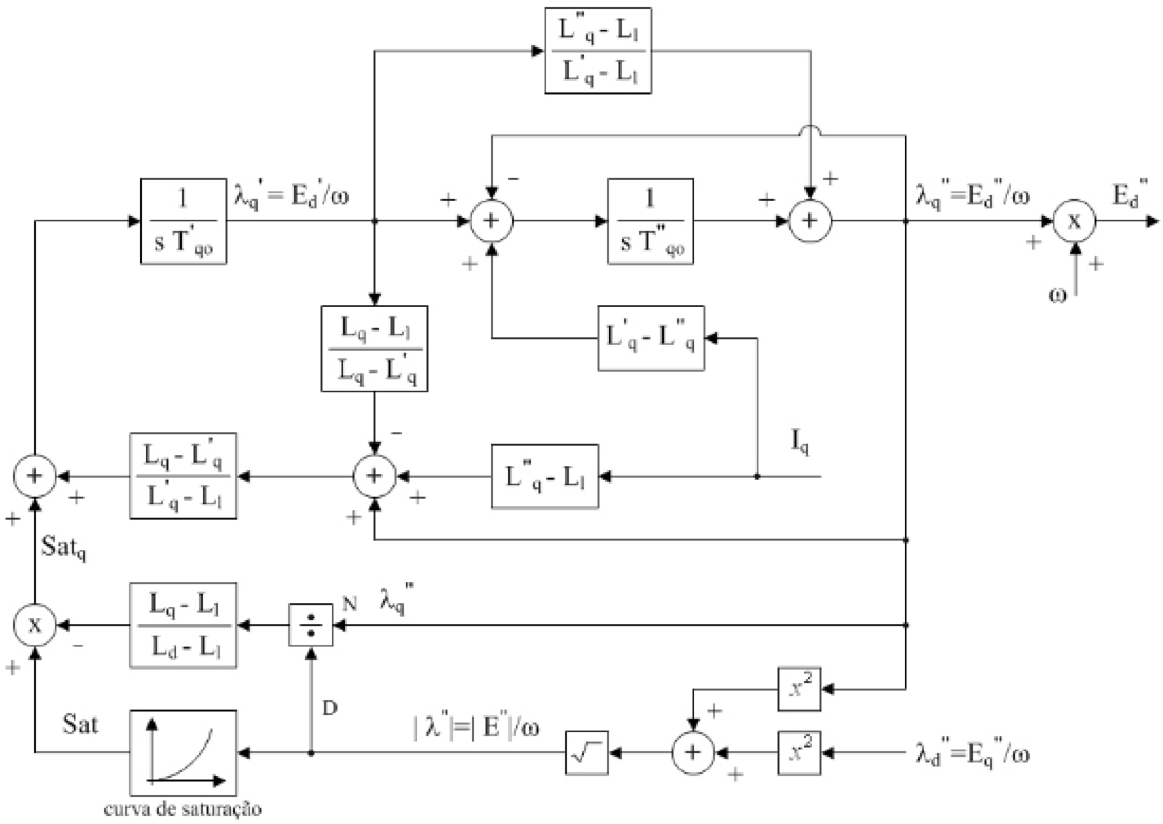

Figura 38 - Diagrama de eixo em quadratura para modelo de gerador com rotor cilíndrico.

A.4 Regulador de tensão com excitatriz estática sem RGT

$$\frac{dx_4}{dt} = -\frac{1}{T_r}.x_4 + \frac{1}{T_r}.E_t \tag{36}$$

$$E_{fd} = K_a.(V_{pss} + V_{ref} - x_4) \tag{37}$$

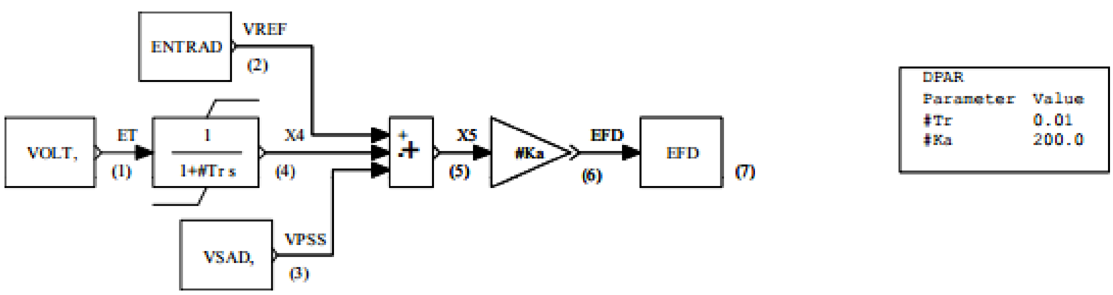

Figura 39 - Diagrama do regulador de tensão com excitatriz estática sem RGT.

A.5 Regulador de tensão com excitatriz estática com RGT

$$\frac{dx_4}{dt} = -\frac{1}{T_r}.x_4 + \frac{1}{T_r}.E_t \tag{38}$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{1}{T_b}.y + K_a.\left(\frac{T_b - T_a}{T_b^2}\right).(V_{ref} + V_{pss} - x_4) \tag{39}$$

$$E_{fd} = \frac{T_a}{T_b}.K_a.\left(V_{ref} + V_{pss} - x_4\right) + y \tag{40}$$

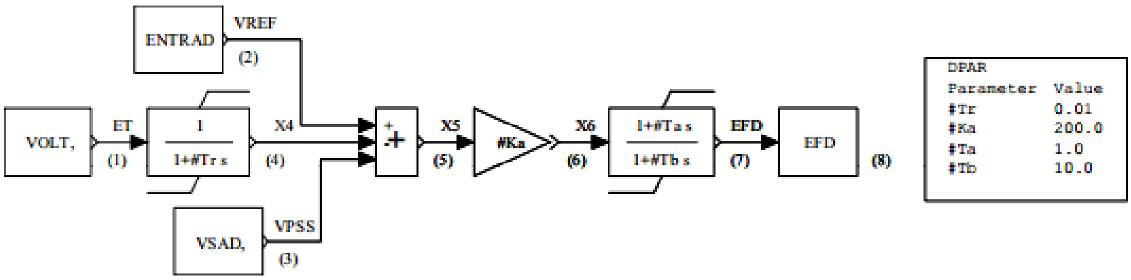

Figura 40 - Diagrama do regulador de tensão com excitatriz estática com RGT.

A.6 Estabilizador

$$\frac{dy_1}{dt} = -\frac{1}{T_\omega}.K_{stab}.\Delta\omega - \frac{1}{T_\omega}.y_1 \tag{41}$$

$$x_3 = K_{stab}.\Delta\omega + y_1 \tag{42}$$

$$\frac{dy_2}{dt} = \left(\frac{T_2 - T_1}{T_2^2}\right).x_3 - \frac{1}{T_2}.y_2 \tag{43}$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{T_1}{T_2}.x_3 + y_2 \tag{44}$$

$$\frac{dy_3}{dt} = \left(\frac{T_4 - T_3}{T_4^2}\right).x_4 - \frac{1}{T_4}.y_3 \tag{45}$$

$$V_{pss} = \frac{T_3}{T_4}.x_4 + y_3 \tag{46}$$

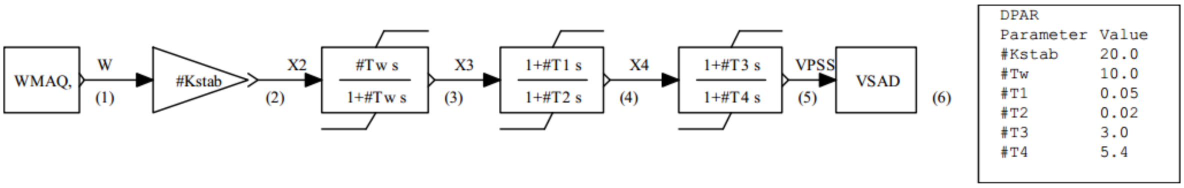

Figura 41 - Diagrama do estabilizador de sistemas de potência.

Anexo B - Dados do sistema teste

B.1 Dados de rede elétrica

```
TITU
2 areas modificado
(
DCTE
(Mn) ( Val) (Mn) ( Val) (Mn) ( Val) (Mn) ( Val) (Mn) ( Val) (Mn) ( Val)
TEPA  .1E-7 TEPR  .1E-7
99999
(
DBAR
(Num)OETGb(   nome     )Gl( V)( A)( Pg)( Qg)( Qn)( Qm)(Bc  )( Pl)( Ql)( Sh)Are(Vf)
    1 L1  Barra1        1050    1100.     -999999999                       11000
    2 L1  Barra2        1020     700.     -999999999                       11000
    3 L2  Barra3        1030                 -999999999                    21000
    4 L1  Barra4        1010     300.     -999999999                       21000
    5 L   Barra5                                                           11000
    6 L   Barra6                                                           11000
    7 L   Barra7                                          1167. 100. 500.  11000
    8 L   Barra8                                                     150.  11000
    9 L   Barra9                                          1567. 100. 350.  21000
   10 L   Barra10                                                          21000
   11 L   Barra11                                                          21000
99999
(
DLIN
(De )d O d(Pa )NcEP ( R% )( X% )(Mvar)(Tap)(Tmn)(Tmx)(Phs)(Bc)
    1         5 1         1.25             1.
    2         6 1         1.6667         1.
    3        11 1         1.6667         1.
    4        10 1         4.2857         1.
    5         6 1      .25   2.5  4.35
    6         7 1       .1    1.  1.75
    7         8 1      1.1   11. 19.25
    7         8 2      1.1   11. 19.25
    8         9 1      1.1   11. 19.25
    8         9 2      1.1   11. 19.25
    9        10 1       .1    1.  1.75
   10        11 1      .25   2.5  4.37
```

```
99999
(
DARE
(Ar    (Xchg)      (       Identificacao da area       ) (Xmin) (Xmax)
  1        0.     *  AREA 1                            *
  2        0.     *  AREA 2                            *
99999
FIM
```

B.2 Dados de geradores

```
DMDG MD03
(No)   (CS) (Ld )(Lq )(L'd)(L'q)(L"d)(Ll )(T'd)(T'q)(T"d)(T"q)
0001   0001   180  170  030  055  025  020  8.0  0.4 0.03 0.05
(No)   (Ra )( H )( D )(MVA)Fr C
0001   .25    6.5  0.0 1200
(
(No)   (CS) (Ld )(Lq )(L'd)(L'q)(L"d)(Ll )(T'd)(T'q)(T"d)(T"q)
0002   0001   180  170  030  055  025  020  8.0  0.4 0.03 0.05
(No)   (Ra )( H )( D )(MVA)Fr C
0002   .25    6.5  0.0  900
(
(No)   (CS) (Ld )(Lq )(L'd)(L'q)(L"d)(Ll )(T'd)(T'q)(T"d)(T"q)
0003   0001   180  170  030  055  025  020  8.0  0.4 0.03 0.05
(No)   (Ra )( H )( D )(MVA)Fr C
0003   .25  6.175  0.0  900
(
(No)   (CS) (Ld )(Lq )(L'd)(L'q)(L"d)(Ll )(T'd)(T'q)(T"d)(T"q)
0004   0001   180  170  030  055  025  020  8.0  0.4 0.03 0.05
(No)   (Ra )( H )( D )(MVA)Fr C
0004   .25  6.175  0.0  350
(
999999
(
DCST
(No) O T (  Y1  ) (  Y2  ) (  X1  )
0001   2 0.015    9.6      0.9
(
999999
FIM
```

B.3 Dados de controladores

```
DCDU IMPR
(
(ncdu) ( nome cdu )
  0001 RAT1MAQ1
(
(EFPAR (npar) (     valpar     )
DEFPAR #Tr                  0.01
DEFPAR #Ka                 200.0
DEFPAR #Lmin                  -4
DEFPAR #Lmax                   4
(
(nb) (tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
   1 IMPORT VOLT          ET
   2 ENTRAD               VREF
   3 IMPORT VSAD          VPSS
   4 LEDLAG        ET     X4     1.0          1.0   #Tr
   5 SOMA         +VREF   X5
                  -X4     X5
                   VPSS   X5
   6 GANHO         X5     X6     #Ka
   7 LIMITA        X6     EFD                              LMIN   LMAX
   8 EXPORT EFD    EFD
(DEFVA (stip) (vdef) ( d1 )
DEFVAL        LMIN   #Lmin
DEFVAL        LMAX   #Lmax
(
FIMCDU
(
(ncdu) ( nome cdu )
  0002 RAT1MAQ2
(
(EFPAR (npar) (     valpar     )
DEFPAR #Tr                  0.01
DEFPAR #Ka                 200.0
DEFPAR #Lmin                  -4
DEFPAR #Lmax                   4
(
(nb) (tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
   1 IMPORT VOLT          ET
   2 ENTRAD               VREF
   3 IMPORT VSAD          VPSS
   4 LEDLAG        ET     X4     1.0          1.0   #Tr
```

```
   5 SOMA          +VREF   X5
                   -X4     X5
                    VPSS   X5
   6 GANHO          X5     X6     #Ka
   7 LIMITA         X6     EFD                             LMIN   LMAX
   8 EXPORT EFD     EFD
(DEFVA (stip) (vdef) ( d1 )
DEFVAL        LMIN   #Lmin
DEFVAL        LMAX   #Lmax
(
FIMCDU
(
(ncdu) ( nome cdu )
  0003 RAT1MAQ3
(
(EFPAR (npar) (     valpar     )
DEFPAR #Tr                  0.01
DEFPAR #Ka                 200.0
DEFPAR #Lmin                  -4
DEFPAR #Lmax                   4
(
(nb) (tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
   1 IMPORT VOLT           ET
   2 ENTRAD                VREF
   3 IMPORT VSAD           VPSS
   4 LEDLAG         ET     X4     1.0          1.0    #Tr
   5 SOMA          +VREF   X5
                   -X4     X5
                    VPSS   X5
   6 GANHO          X5     X6     #Ka
   7 LIMITA         X6     EFD                             LMIN   LMAX
   8 EXPORT EFD     EFD
(DEFVA (stip) (vdef) ( d1 )
DEFVAL        LMIN   #Lmin
DEFVAL        LMAX   #Lmax
(
FIMCDU
(
(ncdu) ( nome cdu )
  0004 RAT1MAQ4
(
(EFPAR (npar) (     valpar     )
DEFPAR #Tr                  0.01
DEFPAR #Ka                 200.0
DEFPAR #Lmin                  -4
```

```
DEFPAR #Lmax                     4
(
(nb) (tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
   1 IMPORT VOLT          ET
   2 ENTRAD               VREF
   3 IMPORT VSAD          VPSS
   4 LEDLAG        ET     X4     1.0          1.0   #Tr
   5 SOMA         +VREF   X5
                  -X4     X5
                   VPSS   X5
   6 GANHO         X5     X6     #Ka
   7 LIMITA        X6     EFD                               LMIN   LMAX
   8 EXPORT EFD    EFD
(DEFVA (stip) (vdef) ( d1 )
DEFVAL        LMIN   #Lmin
DEFVAL        LMAX   #Lmax
(
FIMCDU
(
( nc ) ( nome cdu )
     6 PSS1MAQ2
(EFPAR (nome) (     valor      )
DEFPAR #Tw                     3.
DEFPAR #T1              .2711881
DEFPAR #T2             .07028368
DEFPAR #Kstab           3.115499
(nb)i(tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
   1 IMPORT WMAQ          X1
   2 GANHO         X1     X2     #Kstab
   3 WSHOUT        X2     X3       #Tw     1   #Tw
   4 LEDLAG        X3     X4        1    #T1    1    #T2
   5 EXPORT VSAD   X4
FIMCDU
(
( nc ) ( nome cdu )
     5 PSS1MAQ3
(EFPAR (nome) (     valor      )
DEFPAR #Tw                     3.
DEFPAR #T1              .2717125
DEFPAR #T2              .2317473
DEFPAR #Kstab            14.4136
(nb)i(tipo) (stip)s(vent) (vsai) ( p1 )( p2 )( p3 )( p4 ) (vmin) (vmax)
   1 IMPORT WMAQ          X1
   2 GANHO         X1     X2     #Kstab
   3 WSHOUT        X2     X3       #Tw     1   #Tw
```

```
   4 LEDLAG         X3      X4         1     #T1    1     #T2
   5 EXPORT VSAD   X4
FIMCDU
(
999999
(
FIM
```

Anexo C - Extrapolações numéricas

C.1 Extrapolação linear

A extrapolação linear permite extrapolar valores com base no comportamento de uma reta. Desta forma, são necessários apenas dois pontos para que se tenha este comportamento, e então se pode calcular o valor do terceiro. Na sua dedução, o objetivo é calcular os coeficientes angular e linear (A e B, respectivamente), conforme a equação geral da reta:

$$u(t) = At + B \tag{47}$$

onde $u(t)$ é uma variável que se deseja extrapolar. Partindo do princípio que o objetivo é encontrar os valores de A e B, pode-se montar o seguinte sistema de duas equações:

$$u(t + \Delta t_1 - \Delta t_2) = A(t + \Delta t_1 - \Delta t_2) + B \tag{48}$$

$$u(t - \Delta t_2) = A(t - \Delta t_2) + B \tag{49}$$

onde as indicações de Δt_1 e Δt_2 são feitas na Figura 42, mostrada mais adiante. Dessa forma, colocando as equações (48) e (49) em notação matricial, fica:

$$\begin{bmatrix} t + \Delta t_1 - \Delta t_2 & 1 \\ t - \Delta t_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(t + \Delta t_1 - \Delta t_2) \\ u(t - \Delta t_2) \end{bmatrix} \tag{50}$$

e então, pode-se aplicar a regra de *Cramer:*

$$A = \frac{\begin{vmatrix} u(t + \Delta t_1 - \Delta t_2) & 1 \\ u(t - \Delta t_2) & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} t + \Delta t_1 - \Delta t_2 & 1 \\ t - \Delta t_2 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{u(t + \Delta t_1 - \Delta t_2) - u(t - \Delta t_2)}{\Delta \mathrm{t}_1}$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} t + \Delta t_1 - \Delta t_2 & u(t + \Delta t_1 - \Delta t_2) \\ t - \Delta t_2 & u(t - \Delta t_2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} t + \Delta t_1 - \Delta t_2 & 1 \\ t - \Delta t_2 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\therefore B = \frac{(t + \Delta t_1 - \Delta t_2).u(t - \Delta t_2) - u(t + \Delta t_1 - \Delta t_2).(t - \Delta t_2)}{\Delta \mathrm{t}_1}$$

Substituindo os valores de A e B na equação (47), fica:

$$u_{ext}(t) = \frac{u(t+\Delta t_1-\Delta t_2)-u(t-\Delta t_2)}{\Delta t_1}.t + \frac{(t+\Delta t_1-\Delta t_2).u(t-\Delta t_2)-u(t+\Delta t_1-\Delta t_2).(t-\Delta t_2)}{\Delta t_1}$$

$$u_{ext}(t) = \Delta t_1.u(t - \Delta t_2) - \Delta t_2.u(t - \Delta t_2) + \Delta t_2.u(t + \Delta t_1 - \Delta t_2) \tag{51}$$

$$\therefore\ u_{ext}(t) = \left(\frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\Delta t_1}\right).u(t - \Delta t_2) + \left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right).u(t + \Delta t_1 - \Delta t_2)$$

onde conforme a convenção adotada, se o passo for constante, a relação entre Δt_1 e Δt_2 é $\Delta t_2 = 2.\Delta t_1$, e isto leva à seguinte simplificação:

$$u_{ext}(t) = 2.u(t + \Delta t_1 - \Delta t_2) - u(t - \Delta t_2) \tag{52}$$

Para ilustrar a dedução feita, é mostrada a Figura 42, com as marcações de cada elemento.

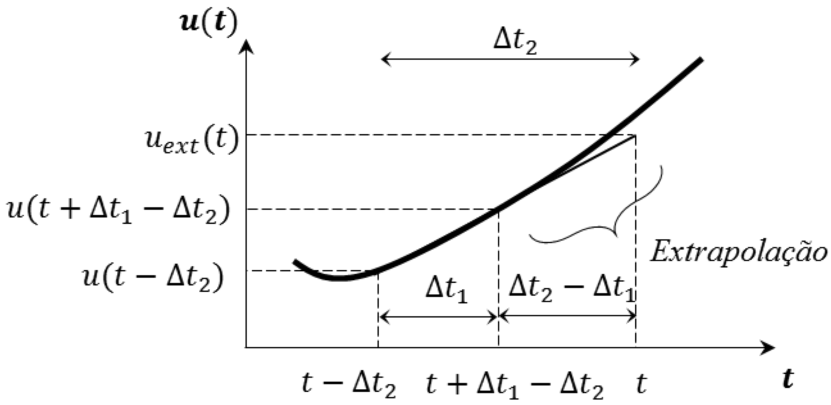

Figura 42 - Ilustração da extrapolação linear.

C.2 Extrapolação quadrática

A extrapolação quadrática permite extrapolar valores com base no comportamento de uma parábola. Desta forma, são necessários três pontos para determinar tal comportamento, e então se pode calcular o quarto. O objetivo é calcular os coeficientes (A, B e C), conforme a equação geral da parábola:

$$u(t) = At^2 + Bt + C \tag{53}$$

Onde $u(t)$ é a variável a ser extrapolada. Logo, tendo-se os três pontos que dão o comportamento quadrático, é possível simplificar a dedução fazendo a seguinte mudança de variáveis:

$$\alpha = \Delta t_3$$
$$\beta = \Delta t_3 + \Delta t_2$$
$$\gamma = \Delta t_3 + \Delta t_2 + \Delta t_1$$

pode-se escrever:

$$A(t-\alpha)^2 + B(t-\alpha) + C = u(t-\alpha) \tag{54}$$

$$A(t-\beta)^2 + B(t-\beta) + C = u(t-\beta) \tag{55}$$

$$A(t-\gamma)^2 + B(t-\gamma) + C = u(t-\gamma) \tag{56}$$

que na forma matricial, fica:

$$\begin{bmatrix} (t-\alpha)^2 & t-\alpha & 1 \\ (t-\beta)^2 & t-\beta & 1 \\ (t-\gamma)^2 & t-\gamma & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(t-\alpha) \\ u(t-\beta) \\ u(t-\gamma) \end{bmatrix} \tag{57}$$

Desta forma, pode-se encontrar os coeficientes A, B e C de forma que possa ser calculado o valor extrapolado para qualquer ponto apenas com os valores passados $u(t-\alpha)$, $u(t-\beta)$ e $u(t-\gamma)$. Para resolver o sistema linear, é escolhida a regra de *Cramer*:

$$A = \frac{\begin{vmatrix} u(t-\alpha) & t-\alpha & 1 \\ u(t-\beta) & t-\beta & 1 \\ u(t-\gamma) & t-\gamma & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (t-\alpha)^2 & t-\alpha & 1 \\ (t-\beta)^2 & t-\beta & 1 \\ (t-\gamma)^2 & t-\gamma & 1 \end{vmatrix}}$$

$$A = \frac{\begin{matrix} (t-\beta).u(t-\alpha)+(t-\alpha).u(t-\gamma)+(t-\gamma).u(t-\beta)+ \\ -(t-\beta).u(t-\gamma)-(t-\gamma).u(t-\alpha)-(t-\alpha).u(t-\beta) \end{matrix}}{\begin{matrix} (t-\alpha)^2.(t-\beta)+(t-\alpha).(t-\gamma)^2+(t-\beta)^2.(t-\gamma)+ \\ -(t-\gamma)^2.(t-\beta)-(t-\alpha)^2.(t-\gamma)-(t-\beta)^2.(t-\alpha) \end{matrix}}$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} (t-\alpha)^2 & u(t-\alpha) & 1 \\ (t-\beta)^2 & u(t-\beta) & 1 \\ (t-\gamma)^2 & u(t-\gamma) & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (t-\alpha)^2 & t-\alpha & 1 \\ (t-\beta)^2 & t-\beta & 1 \\ (t-\gamma)^2 & t-\gamma & 1 \end{vmatrix}}$$

$$B = \frac{\left[(t-\alpha)^2-(t-\gamma)^2\right].u(t-\beta)}{\begin{matrix}(t-\alpha)^2.(t-\beta)+(t-\alpha).(t-\gamma)^2+(t-\beta)^2.(t-\gamma)+ \\ -(t-\gamma)^2.(t-\beta)-(t-\alpha)^2.(t-\gamma)-(t-\beta)^2.(t-\alpha)\end{matrix}}$$

$$C = \frac{\begin{vmatrix} (t-\alpha)^2 & t-\alpha & u(t-\alpha) \\ (t-\beta)^2 & t-\beta & u(t-\beta) \\ (t-\gamma)^2 & t-\gamma & u(t-\gamma) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (t-\alpha)^2 & t-\alpha & 1 \\ (t-\beta)^2 & t-\beta & 1 \\ (t-\gamma)^2 & t-\gamma & 1 \end{vmatrix}}$$

$$C = \frac{\begin{matrix}(t-\alpha)^2.(t-\beta).u(t-\gamma)+(t-\gamma)^2.(t-\alpha).u(t-\beta)+(t-\beta)^2.(t-\gamma).u(t-\alpha)+ \\ -(t-\gamma)^2.(t-\beta).u(t-\alpha)-(t-\alpha)^2.(t-\gamma)u(t-\beta)-(t-\beta)^2.(t-\alpha).u(t-\gamma)\end{matrix}}{\begin{matrix}(t-\alpha)^2.(t-\beta)+(t-\alpha).(t-\gamma)^2+(t-\beta)^2.(t-\gamma)+ \\ -(t-\gamma)^2.(t-\beta)-(t-\alpha)^2.(t-\gamma)-(t-\beta)^2.(t-\alpha)\end{matrix}}$$

Então, substituindo os valores de A, B e C na equação (53), chega-se ao valor extrapolado:

$$\begin{aligned} u_{ext}(t) = &\left[\frac{h_1h_2(h_1+h_2)+h_1h_3(h_1+h_3)+2h_1h_2h_3}{h_1h_2(h_1+h_2)}\right].u(t-\alpha)+ \\ &+\left[\frac{-h_1h_3(h_1+h_3)-h_2h_3(h_2+h_3)-2h_1h_2h_3}{h_1h_2(h_1+h_2)}\right].u(t-\beta)+ \\ &+\left[\frac{h_2h_3(h_2+h_3)}{h_1h_2(h_1+h_2)}\right].u(t-\gamma) \end{aligned} \qquad (58)$$

Para o caso com passo fixo, em que $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3$, pode-se chegar à seguinte simplificação:

$$u_{ext}(t) = 3\,[u(t-\alpha)-u(t-\beta)] - u(t-\gamma) \qquad (59)$$

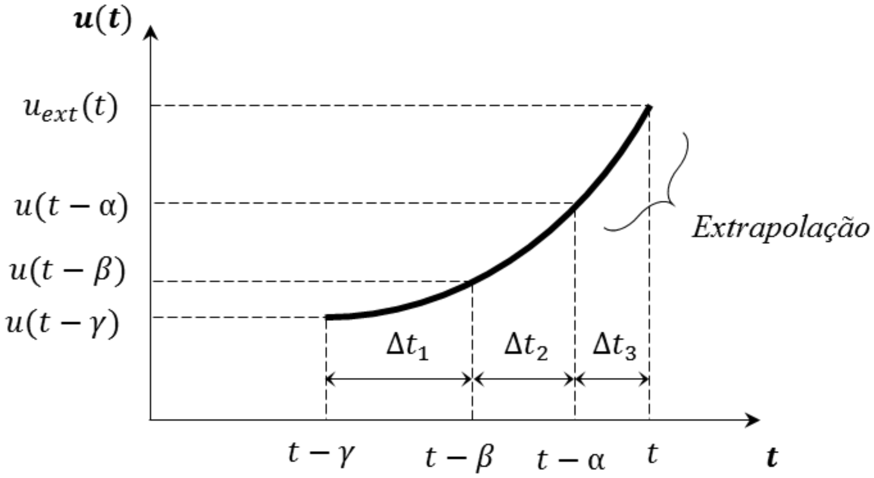

Figura 43 - Ilustração da extrapolação quadrática.

Anexo D - Aplicação do método trapezoidal

Como o método trapezoidal é utilizado nas implementações desta dissertação, sua definição pode ser mais detalhada, mostrando uma organização mais prática do ponto de vista computacional. Seja a seguinte equação diferencial ordinária:

$$\dot{x} + ax = bu \tag{60}$$

ao integrá-la literalmente, fica:

$$\int_{t-\Delta t}^{t} dx + \int_{t-\Delta t}^{t} a\,x\,dt = \int_{t-\Delta t}^{t} b\,u\,dt \tag{61}$$

onde a sua solução é dada por:

$$x(t) - x(t-\Delta t) + a\frac{\Delta t}{2}[x(t) + x(t-\Delta t)] = \frac{\Delta t}{2}[u(t) + u(t-\Delta t)] \tag{62}$$

e, portanto, chega-se a:

$$x(t) = B(t-\Delta t) + \frac{\frac{\Delta t}{2}}{1 + a\frac{\Delta t}{2}}u(t) \tag{63}$$

sendo $B(t-\Delta t)$ o termo histórico, devido à sua dependência apenas com os valores anteriores $x(t-\Delta t)$ e $u(t-\Delta t)$, conforme:

$$B(t-\Delta t) = \frac{1 - a\frac{\Delta t}{2}}{1 + a\frac{\Delta t}{2}}\,x(t-\Delta t) + \frac{\frac{\Delta t}{2}}{1 + a\frac{\Delta t}{2}}u(t-\Delta t) \tag{64}$$

É possível observar que ao utilizar esta notação do método trapezoidal, definido em [41], a variável $x(t)$ não depende só de $x(t-\Delta t)$ e $u(t-\Delta t)$, mas também de $u(t)$. Esta dependência de valores presentes de outras variáveis para realizar a integração numérica é a razão da necessidade de se fazer iteração, e por isso o método é implícito, conforme definido em [42], e mostrado no item 2.4.3 deste trabalho.

A aplicação do método trapezoidal organizada desta forma permite que sejam separados os coeficientes das equações, o que permite que eles sejam armazenados em variáveis auxiliares. Isso possibilita uma melhora de desempenho pois os coeficientes são calculados uma única vez, e então armazenados. Durante o processo iterativo, não há necessidade de realizar tantas operações, somente a multiplicação destes coeficientes pelos termos de suas equações.