# UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE CENTRO TECNOLÓGICO - ESCOLA DE ENGENHARIA ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÕES

DAVID SANTOS GODOY

# SIMULADOR WDM EM FIBRA ÓPTICA DISPERSIVA, NÃO-LINEAR E COM PERDAS

NITERÓI 2006 DAVID SANTOS GODOY

### SIMULADOR WDM EM FIBRA ÓPTICA DISPERSIVA, NÃO-LINEAR E COM PERDAS

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Telecomunicações da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre. Área de Concentração: Sistemas de Telecomunicações.

Orientadora: Profa. Dra. Paula Brandão Harboe

Niterói 2006

# FICHA CATALOGRÁFICA

Simulador WDM em fibra óptica dispersiva, não-linear e com perdas

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca da Escola de Engenharia e Instituto de Computação da UFF

S729 Godoy, David Santos. Simulador WDM em fibra óptica dispersiva, não-linear e com perdas/ David Santos Godoy – Niterói, RJ : [s.n.], 2006. 251 f.
Orientadora: Paula Brandão Harboe Dissertação (Mestrado em Engenharia de Telecomunicações) - Universidade Federal Fluminense, 2006.
1. Engenharia de telecomunicação. 2. Simulador WDM. 3. Fibra óptica dispersiva, não-linear e com perdas. I. Título
CDD 621.3811

### DAVID SANTOS GODOY

#### SIMULADOR WDM EM FIBRA ÓPTICA DISPERSIVA, NÃO-LINEAR E COM PERDAS

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Telecomunicações da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre. Área de Concentração: Sistemas de Telecomunicações.

Aprovada em 20 de Dezembro de 2006.

### **BANCA EXAMINADORA**

### Profa. Dra. Paula Brandão Harboe - Orientadora Universidade Federal Fluminense - UFF

#### Maria Thereza Miranda Rocco Giraldi Instituto Militar de Engenharia - IME

**Ricardo Marques Ribeiro** Universidade Federal Fluminense - UFF

# Ricardo Guerra Pereira

Universidade Estácio de Sá - UES

Niterói 2006

# AGRADECIMENTOS

A Deus, que com sua bondade e misericórdia tem me guiado e me protegido. Aos meus amados e queridos pais, Isalino e Nelma, por todo o amor e exemplo de vida, responsáveis pela pessoa que eu sou hoje. A professora Paula Brandão Harboe que tem sido uma grande amiga e um exemplo como pessoa e profissional. E a todos que acreditaram e acreditam em meus esforços e em minha dedicação.

# AGRADECIMENTOS

Gostaria de começar agradecendo minha orientadora, a Professora Paula Brandão Harboe, por ter me guiado ao longo de minha jornada acadêmica, esclarecendo minhas dúvidas, me ajudando a superar as dificuldades e fazendo de sua experiência a certeza de meu sucesso. Tive a honra e o privilégio de trabalhar com a professora Paula Brandão Harboe desde a graduação quando era seu orientado em um projeto de Iniciação Científica pela FAPERJ. Ao longo deste tempo pude perceber que a professora e hoje grande amiga é uma mestra e orientadora no sentido mais pleno da palavra.

Gostaria de agradecer de forma especial ao professor Andrés Pablo que foi muito mais que o coordenador, um constante colaborador e um grande amigo.

Os meus agradecimentos, também, a todos os professores que me ajudaram, enriquecendo meus conhecimentos para esta dissertação e para minha vida: Professor Edson Cataldo, pelas aulas de Processos Estocásticos e Métodos Matemáticos e pelas muitas vezes que tirou minhas dúvidas de matemática; Professor Mauro Assis, pelas árduas aulas de Eletromagnetismo Avançado; Professor Júlio César R. Dal Bello, pelas fascinantes aulas de Radiopropagação no ambiente Celular e pelas dicas e conselhos constantes e valiosos; Professoras Thereza e Maria José do IME pelas valiosas e enriquecedoras aulas de Redes WDM. Serei um eterno devedor a estes extraordinários professores.

A toda a turma da secretaria, Rafael, Jussara, Carmen e ao Coordenador do Mestrado, o Professor Pablo, obrigado por toda a atenção dispensada ao longo deste tempo.

Também gostaria de deixar meus agradecimentos a FAPERJ, que financiou todo este trabalho, por meio de uma bolsa de pesquisa, permitindo que eu pudesse me dedicar em tempo integral ao desenvolvimento da ciência brasileira no campo da Engenharia. Aproveitando, agradeço ao Departamento de Estudos de Pessoal do Exército Brasileiro, por me permitir participar de seus projetos de Ensino a Distância e de Radiopropagação para Telecomunicações. Obrigado Cel. Costa Rodrigues, Cel. Guelfi e Ralph Xavier.

#### RESUMO

Esta dissertação de mestrado tem por objetivo desenvolver um simulador WDM baseado na solução numérica de equações não-lineares de Schrödinger acopladas, para a propagação de trens de pulsos em fibra óptica monomodo dispersiva, não-linear e com perdas. O efeito conjunto dos mecanismos de dispersão, auto-modulação de fase e modulação de fase cruzada é levado em consideração no modelo e as distorções nas formas temporal e espectral de pulsos curtos e de diferentes formatos são investigadas, considerando diversas condições iniciais de propagação. Os resultados numéricos obtidos estão em perfeita concordância com os disponíveis na literatura e mostram a versatilidade e robustez do simulador.

Palavras-chave — Simulador numérico, sistemas e redes WDM, não-linearidades ópticas.

# ABSTRACT

The goal of this work is to develop a WDM simulator to the propagation of pulses on monomode dispersive non-linear and with losses optic fiber based on the numeric solution of Schrödinger non-linear coupled equations. The effects of dispersion mechanisms, shelf phase modulation and cross- phase modulation are considered in the model. Time and spectral distortions are investigated considering several initial propagation types. Numerical results obtained in the study are according to the ones found in the literature and show versatility and robustness of the simulator.

Key -words: numeric simulator, WDM systems and networks, optic non-linearity

# SUMÁRIO

1	Introdução	.17
1.1	Evolução dos Sistemas de Comunicações Ópticas	.19
1.2	Não-Linearidades da Fibra Óptica	.21
1.3	Proposta da Dissertação de Mestrado	.24
1.4	Organização do Trabalho	.26
2	Propagação Monocanal em Fibra Optica Monomodo Padrão	.29
2.1	Equação de Propagação	32
2.2	Regimes de Propagação	.44
	2.2.1 Regime de Propagação A: Efeito da Dispersão (GVD)	.46
	2.2.2 Regime de Propagação B: Efeito de Auto-Modulação de Fase (SPM)	.57
	2.2.3 Regime de Propagação C: Efeito conjunto de GVD e SPM	.65
	2.2.3.1 Análise da propagação de um pulso Gaussiano sob o efeito conjunto de GVD e SPM	. 66
	2.2.3.2 Quebra da Onda Óptica (Optical wave breaking)	.70
	2.2.4 Regime de Propagação D: Efeito da Atenuação	.74
	2.2.4.1 Coeficiente de Atenuação	.74
	2.2.4.2 Absorção Material	.75
	2.2.4.3 Espalhamento Rayleigh	.77
	2.2.4.4 Imperfeições Geométricas da Fibra	.78
2.3	Método da Propagação de Feixes (BPM)	.79
2.4	Conclusão	.83

2	Dropogooão Multicopol om Eibro	Ontina Manamada Dadrãa	06
3	Frodadacao Multicanal em Fibra		.00
-			

3.1	Conjunto de Equações Acopladas	87
3.2	Descasamento de Velocidade de Grupo (walk-off)	93
3.3	Modulação de Fase Cruzada (XPM)	. 96
3.4	Efeitos Temporal e Espectral Induzidos pela XPM	99
	3.4.1 Alargamento Espectral Assimétrico	101
	3.4.2 Mudanças Temporais Assimétricas	. 114
3.5	Conclusão	117

Simulador WDM	114	
Conceitos Básicos	120	
Variação da razão entre P1 e P2	122	
Variação do retardo relativo entre os pulsos	142	
Variação do Parâmetro $\delta$	164	
Inclusão da Dispersão	169	
Sistema de 4 Canais	174	
Outras Aplicações do Simulador	182	
Conclusão	184	
Conclusões	185	
Referências Bibliográficas191		
Apêndice A – Mistura de Quatro Ondas (FWM)		
	Simulador WDM Conceitos Básicos Variação da razão entre P1 e P2 Variação do retardo relativo entre os pulsos Variação do Parâmetro δ Inclusão da Dispersão Sistema de 4 Canais Outras Aplicações do Simulador Conclusão <b>Conclusões</b> <b>ências Bibliográficas</b>	

Apêndice B - Método da Propagação de Feixes (BPM)......202

# LISTA DE FIGURAS

Fig 2.1 - Medida da variação do parâmetro de dispersão com o comprimento da onda para uma fibra monomodo padrão	.48
Fig 2.2 - Evolução temporal (a) e espectral (b) de um pulso gaussiano, com largura T <sub>0</sub> = 1 ps em uma fibra dispersiva e linear, com $\beta_2$ =-20 ps <sup>2</sup> /km e comprimento L=2L <sub>D</sub>	.51
Fig 2.3 - Evolução temporal (a) e espectral (b) de um pulso solitônico, com largura $T_0 = 1$ ps em uma fibra dispersiva e linear, com $\beta_2$ =-20 ps <sup>2</sup> /km e comprimento L=2L <sub>D</sub>	.53
Fig 2.4 - Envelope de um pulso gaussiano em z = 0 (curva contínua) na presença dos efeitos dispersivos de ordem superior	а .56
Fig 2.5 - Evolução espectral de um pulso gaussiano com largura T <sub>0</sub> = 1 ps em uma fibra óptica dispersiva e linear, com L=5L <sub>D</sub> e parâmetros $\beta_2$ = 0 e $\beta_3$ = 0,1 ps <sup>3</sup> /km.	56
Fig 2.6 - Variação temporal do deslocamento de fase induzido pela SPM (a) e Variação do <i>chirp</i> de freqüência (b)	.59
Fig 2.7 - Espectro, em $\phi_{max}$ =0 (a) $\phi_{max}$ =0.5 $\pi$ (b) $\phi_{max}$ = $\pi$ (c) $\phi_{max}$ =1.5 $\pi$ (d) e $\phi_{max}$ =2 $\pi$ , de um pulso gaussiano com largura T <sub>0</sub> = 100 ps e potência de pico P <sub>0</sub> = 1 W, em uma fibra óptica não dispersiva, não-linear, sem perdas e comprimento L=10L <sub>NL</sub> .	.63
Fig 2.8 - Evolução temporal (a) e espectral (b) de um pulso gaussiano com largura $T_0$ = 100 ps e potência de pico $P_0$ = 1 W, em uma fibra óptica não dispersiva, não-linear, sem perdas e comprimento L=10L <sub>NL</sub>	. 64
Fig 2.9 - Evolução temporal (a) e espectral (b) de um pulso gaussiano com largura T <sub>0</sub> = 1 ps em uma fibra óptica dispersiva, não-linear, sem perdas, com $\beta_2$ = 20 ps <sup>2</sup> /km e L=2L <sub>p</sub> .	67
Fig 2.10 - Evolução temporal(a) e espectral (b) de um pulso gaussiano com largura T <sub>0</sub> = 1 ps em uma fibra óptica dispersiva, não-linear, sem perdas, com $\beta_2$ = -20 ps <sup>2</sup> /km e L=2L <sub>D</sub> .	68
Fig 2.11 - Evolução temporal (a) e espectral (b) de um pulso solitônico com largura $T_0 = 1$ ps em uma fibra óptica dispersiva, não-linear, sem perdas, com $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km} \text{ e L}=10L_D$ .	69

Figura 2.12 - Evolução temporal de um pulso gaussiano com largura $T_0$ = 100 ps em uma fibra óptica dispersiva, não-linear, sem perdas, com $\beta_2$ = 20 ps <sup>2</sup> /km e N=307	'1
Fig 2.13 - Envelope (a) e Espectro (b) de um pulso inicialmente Gaussiano em $z/L_D=0,08$ 7	'2
Fig 2.14 - Envelope (a) e Espectro (b) de um pulso inicialmente Gaussiano em $z/L_D=0.08$ . os mesmos parâmetros da figura 2.13 exceto pela troca do sinal de	0
β <sub>2</sub>	3
Fig 2.15 - Espectro de atenuação de uma fibra monomodo7	<i>'</i> 5
Fig 2.16 - Atenuação e dispersão da fibra seca7	7
Fig 2.17 - Ilustração esquemática do espalhamento Rayleigh7	7
Fig 3.1 - Variação de $\beta_2$ e d <sub>12</sub> em função do comprimento de onda para uma fibra de sílica9	94
Fig 3.2 - Flutuações de potência induzidas pela XPM 9	8
Fig 3.3 - Evolução temporal (a) e envelopes (b) dos pulsos 1 e 2 no final da fibra. Os parâmetros são $\gamma_1$ =80(W/km) , $\gamma_2/\gamma_1$ =1.2, P <sub>1</sub> = 100W, P <sub>2</sub> /P <sub>1</sub> = 0.5, $\tau_d$ =0 ,T <sub>0</sub> = 10 ps, L=5m e $\delta$ =51	04
Fig 3.4 - Evolução temporal (a) e envelopes (b) dos pulsos 1 e 2 no final da fibra. Os parâmetros são os mesmos da Figura 3.3 exceto pela troca do sinal de $\delta$ 1	05
Fig 3.5 - Espectro óptico de dois pulsos copropagantes exibindo um alargamento assimétrico induzido pelo efeito XPM. Na Figura (a) temos o espectro do pulso 1 e na Figura (b) temos o espectro do pulso 2. Os parâmetros são $\gamma_1$ =80 (W/km), P <sub>2</sub> /P <sub>1</sub> = 0.5, $\gamma_2/\gamma_1$ =1.2, $\tau_d$ = 0 e $\delta$ = 5	07
Fig 3.6 - Espectro óptico de dois pulsos copropagantes exibindo um alargamento assimétrico induzido pelo efeito XPM. Na Figura (a) temos o espectro do pulso 1 e na Figura (b) temos o espectro do pulso 2. Os parâmetros são $\gamma_1$ =3 (W/km), P <sub>2</sub> /P <sub>1</sub> = 0.5, $\gamma_2/\gamma_1$ = 1.06, T <sub>0</sub> = 10 ps, $\tau_d$ = 0 e $\delta$ = 5	07
Fig 3.7 – Espectro óptico , fase e chirp de freqüência para um pulso de teste copropagando com um pulso de bombeio que é mais rápido( $v_{gbombeio} > v_{gteste}$ ). O envelope do pulso de teste é mostrado pela linha preta. As Figuras 3.7(a),3.7(b) e 3.7(c) correspondem a $\tau_d$ = 0, 2 e 4, respectivamente	12
Fig 3.8 - Chirp de freqüência de um pulso de teste de comprimento de onda central igual a 530 nm como função do retardo de tempo do pulso de bombeio centrado em 1060 nm, para $\delta$ = -4 (a), $\delta$ = -2 (b), $\delta$ = 2 (c) e $\delta$ = 4 (d). Os parâmetros deste sistema são: largura dos pulsos(T0) = 20 ps , L = 1m 1	13

Fig 3.9 – Deslocamento de comprimento de onda (induzido pelo XPM) de um pulso de teste centrado em 530 nm como função da potencia de pico de um pulso de bombeio centrado em 1060 nm copropagante, no caso de não haver retardo inicial (T <sub>d</sub> = 0) entre os dois pulsos
Fig 3.10 - Envelopes do pulso de teste (a) e do pulso de bombeio (b) e Espectros do pulso de teste(c) e do pulso de bombeio(d) em $\xi$ = 0,4116
Fig 3.11- Espectro dos pulsos de teste (a) e de bombeio (b) sob condições idênti- cas àquelas da Figura 3.13, exceto que a GVD é desprezada. Os envelopes dos pulsos não são mostrados pois eles não se alteram
Fig 4.1 - evolução temporal de dois pulsos centrados em $\lambda_1$ = 630 nm e $\lambda_2$ = 530 nm121
Fig 4.2 - evolução temporal de dois pulsos centrados em $\lambda_1$ =1610 nm e $\lambda_2$ = 1510 nm.
Fig 4.3 - Simulação 1125
Fig 4.4 - Simulação 2127
Fig 4.5 - Simulação 3129
Fig 4.6 - Simulação 4130
Fig 4.7 - Simulação 5132
Fig 4.8 - Simulação 6134
Fig 4.9 - Simulação 7136
Fig 4.10 - Simulação 8138
Fig 4.11 - Simulação 9140
Fig 4.12 - Simulação 10141
Fig 4.13 - Simulação 11 145
Fig 4.14 - Simulação 12146
Fig 4.15 - Simulação 13148
Fig 4.16 - Simulação 14150
Fig 4.17 - Simulação 15151
Fig 4.18 - Simulação 16153
Fig 4.19 - Simulação 17155

Fig 4.20 - Simulação 18156
Fig 4.21 - Simulação 19158
Fig 4.22 - Simulação 20160
Fig 4.23 - Simulação 21161
Fig 4.24 - Simulação 22163
Fig 4.25 - Simulação 23165
Fig 4.26 - Simulação 24167
Fig 4.27 - Simulação 25168
Fig 4.28 - Simulação 26 171
Fig 4.29 - Simulação 27 173
Fig 4.30 - Simulação 28177
Fig 4.31 - Simulação 29181
Fig 4.32 - Evolução (a) de um pulso gaussiano (1557,1 nm, 1,3 W, T <sub>FWHM</sub> = 31,7 ps ) e (b) de uma onda CW (1565 nm, 2 mW) em um trecho curto (1,37 km) de fibra DSF
Fig 4.33 -Evolução do sinal CW nos regimes de dispersão (a) normal (1540nm) e (b) anômala (1550nm), que interage com um canal consistindo de dois pulsos gaussianos intensos (1535 nm, $T_{FWHM}$ = 8ps) em um trecho de 5 km de fibra DSF
Figura 1A - Eficiência da FWM (normalizada em relação a eficiência de um canal com casamento de fase perfeito), calculada para um enlace de fibra monomodo padrão de 100 km de comprimento e cuja atenuação da fibra é $\alpha$ = 0,21 dB/km200
Figura 2A - Espectros resultantes da FWM entre dois canais em $\lambda_1$ =1549,8 nm e $\lambda_2$ =1550,2 nm, para fibras (a) monomodo padrão e (b) dispersão deslocada( $\lambda_{ZD}$ = 1550 nm)

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Variação da razão entre P1 e P2, para P1=100W	.123
Tabela 2 - Variação da razão entre P1 e P2, para P1=50W	.133
Tabela 3 - Variação do retardo relativo entre os pulsos, para ( $\delta$ = - 4) e atrasado em relação a ele ( $\tau_D$ > 0 )	.143
Tabela 4 - Variação do retardo relativo entre os pulsos, para ( $\delta$ = - 2) e atrasado em relação a ele ( $\tau_D$ > 0 )	.149
Tabela 5 - Variação do retardo relativo entre os pulsos, para ( $\delta$ = 2) e atrasado em relação a ele ( $\tau_D$ < 0 )	.154
Tabela 6 - Variação do retardo relativo entre os pulsos, para ( $\delta$ = 4) e atrasado em relação a ele ( $\tau_D$ < 0 )	.159
Tabela 7 - Variação do Parâmetro $\delta$ , para $\tau_D$ =0	.164
Tabela 8 - Idêntica a tabela 1 com a inclusão da dispersão	170
Tabela 9 - Os parâmetros são idênticos aos da Figura 31, exceto pela ausência da dispersão, isto é, $\beta_2$ =0	172
Tabela 10 - Propagação de 4 pulsos na ausência da dispersão	.175
Tabela 11 - Propagação de 4 pulsos na presença da dispersão	179

# LISTA DE ACRÔNIMOS

- AON Rede Totalmente Óptica
- BPM Método da Propagação de Feixes
- DFB Laser com realimentação distribuída
- DSF Fibra com Dispersão Deslocada
- EDFA Amplificador Óptico a Fibra Dopada com Érbio
- FDM Multiplexação por Divisão em Freqüência
- FWM Mistura de Quatro Ondas
- GVD Dispersão de Velocidade de Grupo
- IM Instabilidade de Modulação
- NLSE Equação Não-Linear de Schrödinger
- NRZ Não Retorna para Zero
- NZFD Fibra com Dispersão Não-Nula
- PMD Dispersão por Modo de Polarização
- SBS Espalhamento Brillouin Estimulado
- SOA Amplificador Óptico Semicondutor
- SPM Auto-Modulação de Fase
- SRS Espalhamento Raman Estimulado
- STDF Fibra Padrão
- TDM Multiplexação no Domínio do Tempo
- WDM Multiplexação por Divisão em Comprimento de Onda
- XPM Modulação de Fase Cruzada

# 1 Introdução

Durante as últimas décadas, os sistemas de comunicação óptica tiveram um progresso significativo, proporcionando uma maior capacidade de transmissão da informação, por longas distâncias, a custos cada vez mais reduzidos. Tradicionalmente, a expansão da capacidade de uma rede era feita através de um aumento em sua taxa de transmissão. De fato, sistemas comerciais operando em taxas de até 2,5 Gb/s estão disponíveis no mercado desde 1991. Por sua vez, sistemas operando em hierarquias seguintes, em taxas de 10 Gb/s ou 40 Gb/s, têm seu desempenho severamente degradado por efeitos que incluem as características da própria fibra óptica e de amplificadores ópticos.

Para contornar esse problema, desde meados dos anos 90, a técnica de multiplexação por divisão em comprimento de onda (WDM – *Wavelength Division Multiplexing*) vem sendo largamente utilizada para aumentar a capacidade de redes e sistemas ópticos. A propagação simultânea de canais finamente espaçados, em altas taxas de transmissão, permite explorar a ampla largura de banda oferecida por fibras ópticas. Em muitas situações práticas, no entanto, não há necessidade de recorrer à eletrônica de alta velocidade (10 ou 40Gb/s) e, conseqüentemente, os efeitos de dispersão por modo de polarização (PMD – *Polarization-Mode Dispersion*) podem ser desprezados (AGRAWAL, 2005), (KEISER, 2002) (KAMINOW,LI, 2002).

O desenvolvimento de projetos criteriosos, assim como a análise e otimização de desempenho de redes WDM modernas, requerem a disponibilidade de algoritmos numéricos robustos e a realização de extensivas simulações. A propagação de sinais ópticos em fibra é governada pela bem conhecida Equação Não-Linear de Schrödinger (NLSE – Non-Linear Schrödinger Equation). Na maioria dos casos práticos, esta equação não admite solução analítica, exigindo o emprego de aproximações numéricas, como, por exemplo, o Método da Propagação de Feixes (BPM- *Beam Propagation Method*).

De um modo geral, não-linearidades ópticas tais como auto-modulação de fase (SPM - Self-Phase Modulation), modulação de fase cruzada (XPM - Cross-Phase Modulation) e mistura de quatro ondas (FWM – *Four-Wave Mixing*) provocam interações entre os canais, sérias distorções no sinal, e resultam na degradação do desempenho dos sistemas. Os efeitos SPM e XPM têm origem na refração não-linear, um fenômeno que se caracteriza pela dependência do índice de refração com a intensidade óptica. Por sua vez, contribuições significativas de FWM ocorrem apenas quando a condição de casamento de fase é atingida, resultando na geração de novas freqüências ópticas. O efeito FWM pode, portanto, ser evitado, enquanto os efeitos SPM e XPM, dependentes da intensidade do sinal, usualmente se manifestam em sistemas de alta capacidade (AGRAWAL, 2001a), (KAMINOW, 2002).

Este trabalho tem como principal objetivo apresentar um simulador WDM baseado na solução numérica de um conjunto de NLSE acopladas, para a análise da propagação de pulsos em fibra óptica dispersiva, não-linear e com perdas. O algoritmo inclui os efeitos de dispersão cromática ou dispersão de velocidade de grupo (GVD – *Group Velocity Dispersion*), SPM e XPM. O mecanismo de FWM não é considerado, embora o simulador possa ser facilmente adaptado para incluí-lo. As alterações impostas pelos efeitos SPM e XPM na forma temporal (envelope) e no espectro de pulsos de diferentes formatos e em variadas condições iniciais de propagação, são criteriosamente investigadas (AGRAWAL, 2005), (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b).

Para maior clareza e entendimento, o trabalho está dividido em cinco capítulos e organizado da seguinte forma. Inicialmente, nesse capítulo é feita uma cuidadosa revisão bibliográfica da evolução de sistemas de comunicação óptica, de maneira a situar o tema proposto. Particular atenção é dada às limitações impostas aos sistemas WDM, pelos fenômenos de SPM e XPM, que constituem a base deste trabalho. Em seguida, no Capítulo 2, o estudo da propagação monocanal é minuciosamente apresentado: o modelo matemático utilizado é desenvolvido e algumas situações de interesse são ilustradas. O estudo então feito é estendido para um sistema multicanal e apresentado no Capítulo 3. O formalismo matemático pertinente é apresentado e algumas simulações numéricas são realizadas visando apresentar, no Capítulo 4, o simulador WDM e demonstrar sua versatilidade e robustez. Ainda nesse capítulo, inúmeros resultados numéricos são obtidos e discutidos e mostram excelente concordância com outros encontrados na literatura (AGRAWAL, BALDECK, ALFANO, 1989). Para finalizar, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões, assim como sugestões para a extensão dessa pesquisa.

#### 1.1 Evolução dos Sistemas de Comunicações Ópticas

A invenção do laser em 1960 deu início à nova era das comunicações ópticas. Ainda nesta década, em torno de 1966, especulou-se que as fibras ópticas poderiam ser utilizadas como meio de guiamento de luz, embora as fibras disponíveis na época apresentassem perdas maiores que 1000 dB/km. Em 1970 foi fabricada a primeira fibra com perdas de 20 dB/km, na região de comprimento de onda de 1 µm. Paralelamente, lasers semicondutores de arseneto de gálio (GaAs) foram sendo desenvolvidos e os assim chamados sistemas de comunicações a fibra óptica foram tornando-se cada vez mais rápidos e eficientes.

As pesquisas laboratoriais rapidamente cederam lugar a sistemas comerciais. Já em 1978, a primeira geração de sistemas ópticos, utilizando fibras multimodo, operava comercialmente na região de comprimento de onda de 0,8  $\mu$ m, com espaçamento entre repetidores de até 10 km e uma capacidade aproximada de 450 (Mb/s)-km.

A segunda geração de sistemas ópticos foi implementada no início dos anos 80, com o desenvolvimento de lasers semicondutores de InGaAsP e de detectores operando na região de comprimento de onda de 1,3 µm, onde a fibra apresenta um mínimo de dispersão e perdas menores que 1 dB/km. Espaçamentos entre repetidores de até 20 km tornaram-se possíveis, embora a taxa de bits dos primeiros sistemas estivesse limitada a 100 Mb/s, principalmente pela dispersão intermodal presente nas fibras multimodo então utilizadas. Esta limitação foi superada com a demonstração experimental em 1981 de uma transmissão de 2 Gb/s, por uma distância de 44 km, utilizando fibras monomodo. De fato, em 1987, sistemas ópticos de segunda geração operavam comercialmente a taxas de 1,7 Gb/s e com espaçamento entre repetidores em torno de 50 km.

A terceira geração de sistemas ópticos, operando na região de comprimento de onda de  $1,55 \,\mu$ m, onde as perdas na fibra são mínimas (em torno de  $0,2 \,d$ B/km), possibilitou um aumento no espaçamento entre repetidores. Por outro lado, esses sistemas sofrem o severo efeito de dispersão cromática (GVD), apresentado pelas fibras monomodo em torno de  $1,55 \,\mu$ m, resultando no alargamento temporal dos pulsos. A introdução de sistemas operando na terceira janela foi, portanto, vagarosa. Os lasers convencionais de InGaAsP, de espectro muito largo, produziam um grande alargamento temporal dos pulsos e a conseqüente

interferência entre bits adjacentes. Duas abordagens foram sugeridas para minimizar o problema: a utilização de fibras com dispersão deslocada (DSF - *Dispersion -Shifted Fibers*), que apresentam um mínimo de dispersão para comprimentos de onda em torno de 1,55  $\mu$ m, e/ou de lasers semicondutores operando em um único modo longitudinal e com espectro mais fino (AGRAWAL, 2005), (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b).

Em 1985, experimentos desenvolvidos em laboratório indicaram a possibilidade de transmissões de até 4 Gb/s por distâncias superiores a 100 km. Entretanto, estes sistemas apresentavam a desvantagem de utilizar repetidores optoeletrônicos, bastante lentos e com espaçamento periódico típico de 60-70 km. Sistemas comerciais com taxas de 2,5 Gb/s só entraram em operação em 1990, com o advento dos amplificadores ópticos a fibra dopada com Érbio (EDFAs - *Erbium-Doped Fiber Amplifiers*).

Os primeiros amplificadores a fibra foram fabricados nos anos 60, mas foi somente após 1987 que seu desenvolvimento foi acelerado. EDFAs atraíram a atenção devido ao fato de operarem adequadamente na região de 1,55 µm, onde as perdas na fibra são mínimas. Além disso, EDFAs necessitam de baixa potência de bombeio e exibem ganho elevado, o que faz com que sejam utilizados em aplicações comerciais desde 1995. Seu uso conduziu de fato a uma revolução no projeto de sistemas multicanal (DESURVIRE, 2002).

A quarta geração de sistemas ópticos tem feito uso da amplificação óptica para aumentar o espaçamento entre repetidores e da tecnologia WDM para aumentar a taxa de bits. Conceitualmente o esquema WDM é o mesmo da multiplexação por divisão em freqüência (FDM *-Frequency-Division Multiplexing*), empregado em transmissões rádio e via satélite. O advento da técnica WDM iniciou uma revolução que resultou na duplicação da capacidade dos sistemas a cada seis meses e assim levou a sistemas ópticos operando na taxa de bits de 10 Tb/s em 2001. Na maioria dos sistemas WDM, as perdas na fibra são compensadas usando-se EDFAs espaçados de 60 a 80 km.

Apesar da considerável desaceleração que o mercado de telecomunicações tem sofrido desde 2000, as pesquisas têm continuado pelo mundo inteiro e estão se movendo rumo à chamada 5<sup>a</sup> geração de sistemas ópticos. Esta nova geração tem como principal desafio operar sistemas WDM na ampla faixa de comprimentos de onda entre 1,3 - 1,65 µm. A operação nesta faixa tem se tornado possível através do aumento da largura de banda dos amplificadores ópticos e

do uso de fibras especiais, cujo pico de atenuação em torno de 1,4  $\mu$ m é praticamente eliminado.

Além disto, a quinta geração de sistemas ópticos tem melhorado a eficiência espectral número de bits transmitido por unidade de freqüência (em Hz) - através da adoção de novos formatos de modulação (formato do pulso no domínio do tempo), aliado a um aumento da taxa de bits de cada canal WDM. A partir de 1996, foram feitos inúmeros experimentos com sistemas ópticos operando na taxa padrão de 40 Gb/s por canal e, mais tarde, por volta de 2003, tais sistemas tornaram-se comerciais. Na mesma época, as pesquisas avançaram para sistemas ópticos cujos canais operavam a taxas agregadas de 160 Gb/s por canal. Tais sistemas necessitam de um gerenciamento de dispersão extremamente cuidadoso. Novas técnicas capazes de compensar a dispersão cromática e a dispersão por modo de polarização (PMD) de forma dinâmica estão sendo desenvolvidas para satisfazer a tais mudanças. Uma abordagem interessante é baseada no conceito de sólitons – pulsos que preservam sua forma durante a propagação em fibras sem perdas compensando a dispersão através das nãolinearidades da fibra. Muitos novos formatos de modulação estão sendo propostos para avançar o estado da arte. Mesmo que as comunicações ópticas só tenham em torno de 25 anos de idade, elas progrediram rapidamente e alcançaram um certo estágio de maturidade (AGRAWAL, 2005), (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (PALAIS, 2004).

#### 1.2 Não-Linearidades da Fibra Óptica

Atualmente, o aumento na capacidade dos sistemas ópticos é devido, principalmente, à larga utilização da tecnologia WDM. A análise de desempenho desses sistemas e redes requer o estudo das não-linearidades da fibra óptica e sua incorporação nos modelos anteriormente desenvolvidos, que consideravam apenas os efeitos da dispersão cromática e atenuação.

Estes efeitos advêm da resposta não-linear da sílica a um campo eletromagnético externamente aplicado. Fundamentalmente, a origem dessa resposta não-linear está relacionada com o movimento anarmônico dos elétrons ligados sob a influência do campo aplicado e é tanto mais relevante quanto maiores forem os níveis de potência utilizados ou

quanto menor for o espaçamento, em freqüência, entre canais. Esses efeitos podem ser divididos em duas classes.

A primeira classe trata de efeitos não-lineares que ocorrem devido à dependência existente entre o índice de refração e a potência óptica (efeito *Kerr*). Entre esses efeitos, pode-se citar: auto-modulação de fase (SPM), modulação de fase cruzada (XPM), mistura de quatro ondas (FWM) e instabilidade de modulação (MI - *Modulation Instability*). A outra classe de efeitos não-lineares compreende aqueles que correspondem a efeitos de espalhamento devidos à interação entre o campo eletromagnético e os fônons (vibrações moleculares) do meio que constitui a fibra. Nessa classe enquadram-se os fenômenos de espalhamento estimulado Brillouin (SBS - *Stimulated Brillouin Scattering*) e espalhamento estimulado Raman (SRS - *Stimulated Raman Scattering*). Esta última classe não será comentada, pois está fora do escopo deste trabalho de pesquisa.

Além disso, a caracterização de diversos elementos de linha, tais como amplificadores e filtros, torna-se fundamental.

Vale a pena tecer alguns comentários sobre os efeitos não-lineares que ocorrem devido à dependência existente entre o índice de refração e a potência óptica, pois são os efeitos de maior interesse e abordagem nesta dissertação de mestrado.

A auto-modulação de fase causa um desvio de fase induzido que é proporcional à intensidade óptica do sinal. Assim, diferentes partes de um mesmo pulso são submetidas a diferentes desvios de fase, ocasionando um chirp, que por sua vez gerará um alargamento espectral. Se esse alargamento atuar da mesma forma que o causado pela dispersão, a SPM pode aumentar significativamente as penalidades causadas pela dispersão. Caso contrário, a automodulação de fase pode compensar os efeitos dispersivos e, sob condições especiais, gerar pulsos solitônicos.

No caso de sistemas transmitindo informações em diferentes comprimentos de onda, como os sistemas WDM, o desvio de fase induzido, citado no parágrafo anterior, em um dado canal, também será proporcional à intensidade dos pulsos em outros canais. Essa dependência dá origem ao fenômeno conhecido por modulação de fase cruzada e pode ser bastante relevante, principalmente, em sistemas WDM que operam com fibras de dispersão deslocada, altas taxas de transmissão e espaçamento entre canais relativamente pequeno.

Outro destes efeitos que causa interferência em sistemas WDM é a mistura de quatro ondas. Tal efeito dá origem a novos sinais em canais cuja freqüência corresponde à freqüência de batimento entre quaisquer três sinais presentes no sistema. Ao contrário de SPM e XPM, esse fenômeno é independente da taxa de transmissão de bits e é criticamente dependente do parâmetro de dispersão da fibra e do espaçamento entre canais. Em particular, sistemas que utilizam fibra DSF e que adotam um espaçamento uniforme entre canais estão mais sujeitos ao *crosstalk* gerado por FWM. Vários grupos de pesquisa no mundo estão dedicados ao desenvolvimento de algoritmos que permitem o espaçamento não-uniforme entre canais. Porém, a mistura de quatro ondas só é relevante em situações especiais, nas quais a condição de casamento de fase é, ao menos aproximadamente, satisfeita. Esta situação ocorre, por exemplo, na propagação de sinais em fibra com dispersão deslocada (fibra DSF), projetadas para minimizar as penalidades devidas à atenuação e dispersão (AGRAWAL, 2001a, 2001b), (AGRAWAL, BALDECK, ALFANO, 1989), (BLOEMBERGEN, 2000).

Desde cedo os sistemas ópticos eram caros, porém, devido a sua capacidade de transmissão ser muito superior a de outros sistemas eles apresentavam uma boa relação custo/benefício. No entanto, este fato motivou a implementação de ferramentas computacionais que dessem aos engenheiros e pesquisadores a capacidade de prever, projetar e analisar o comportamento de sistemas e redes ópticos cada vez mais complexos. Hoje existem, disponíveis no mercado, *softwares* com uma boa precisão numérica e com uma interface gráfica amigável capazes de simular diferentes sistemas ópticos.

Um bom exemplo deste tipo de software é o OptiSystem, desenvolvido pela Optiwave, uma poderosa ferramenta computacional utilizada para projetar e simular diversas aplicações em Comunicações Ópticas, tais como: redes ópticas, aplicações FTTH (*Fiber-to-the-Home*), teve a cabo (CATV), PON, anéis SONET, anéis SDH e amplificadores ópticos (MIKHAILOV, KILLEY, PRAT, BAYVEL, 1999).

Apesar de softwares como o OptiSystem serem versáteis, podendo ser usados para projetar e simular os mais variados e complexos sistemas ópticos com uma boa precisão, nem sempre eles atendem as necessidades dos engenheiros e pesquisadores além de serem verdadeiras "caixas pretas". Por fim, vale lembrar que o *upgrade* de tais *softwares* pode custar, via de regra, o preço de uma nova versão (MIKHAILOV, KILLEY, PRAT, BAYVEL, 1999).

Levando-se tudo isto em conta, o "saber-fazer" torna-se fundamental para o desenvolvimento de uma solução própria, que embora mais simples que as oferecidas por uma *software house*, culminam por atender satisfatoriamente às necessidades de projeto.

### 1.3 Proposta da Dissertação de Mestrado

O trabalho apresentado nesta dissertação faz parte de um projeto da linha de pesquisa de Sistemas Ópticos do Mestrado em Engenharia de Telecomunicações da Universidade Federal Fluminense, que visa ao desenvolvimento de modelos numéricos, algoritmos robustos e ferramentas computacionais eficientes, capazes de simular os efeitos concernentes à geração, transmissão e recepção de sinais em redes ópticas.

Os propósitos para o desenvolvimento de pacotes de *software* abrangem as possibilidades de se projetar, analisar e planejar o desempenho de redes de comunicação óptica, de forma flexível, a custos relativamente baixos, além de permitir a pesquisa de fenômenos físicos relacionados àquelas atividades.

Outra potencialidade dos *softwares* diz respeito a sua utilização em ambiente de sala de aula, em cursos de graduação e pós-graduação, complementando e exemplificando as explicações teóricas em disciplinas de Teoria Eletromagnética e/ou de Comunicações Ópticas, através da realização de diversas simulações. Tal experiência vem sendo adotada na Unicamp com o *software* PC-Simfo, desenvolvido pelo grupo do Laboratório de Tecnologia Fotônica, e tem apresentado grande êxito e boa repercussão entre alunos e outros profissionais da área.

O próprio OptiSystem, da Optiwave, vem sendo utilizado por várias Universidades e centros de pesquisa para fins acadêmicos, como por exemplo o Rochester Institute of Technology da Universidade de Rochester e a Universidade do Arizona (ROUDAS, 2000).

Obviamente, todas essas possibilidades estão sujeitas às restrições inerentes a qualquer ambiente de simulação. Os resultados obtidos em simulações ganham confiabilidade à medida que são comparados com outros resultados experimentais e/ ou teóricos disponíveis na literatura (ROUDAS, 2000).

Um dos objetivos desta dissertação consiste no estudo e implementação de um método numérico eficiente para a simulação da propagação de um trem de pulsos em fibra óptica monomodo, sob o efeito conjunto dos mecanismos de dispersão cromática, atenuação e nãolinearidades. Inicialmente, apenas os mecanismos de SPM e XPM foram considerados, mas o algoritmo pode ser facilmente adaptado para a inclusão do efeito de FWM. É importante notar que novas situações de interesse são também facilmente incorporadas ao algoritmo. Por exemplo, embora o modelo desenvolvido considera a propagação em fibra óptica monomodo padrão, outros tipos de fibra, denominadas fibras especiais, podem ser avaliadas, bastando que suas características fundamentais sejam fornecidas.

Em grande parte das simulações de sistemas ópticos de interesse atuais, como os sistemas WDM citados anteriormente, pelo menos 60% do tempo de simulação são despendidos com os cálculos realizados na fibra óptica, o que reforça a importância de se desenvolver e disponibilizar estas ferramentas (ROUDAS, 2000).

Um bom exemplo de trabalho de pesquisa que tem como seu principal foco o tempo de simulação é o apresentado por Jochen Leibrich e Werner Rosenkranz (FONSECA, 2001). Eles vêm estudando métodos de simulação de sistemas de transmissão WDM na presença dos mecanismos de dispersão, SPM, XPM e FWM. Em seu trabalho eles mostram que o tempo de computação é reduzido quase em uma ordem de grandeza levando-se em conta o descasamento da velocidade de grupo (*walk-off*) dos canais na escolha do tamanho do passo no Método da Propagação de Feixes. Tal trabalho mostra que a matemática é apenas um meio, e não um fim em si mesma, pois, um bom conhecimento destes efeitos pode simplificar e muito os cálculos numéricos (FONSECA, 2001).

Como será detalhado nos capítulos seguintes, foi implementada uma rotina numérica eficiente que resolve a Equação Não-linear Generalizada de Schrödinger (GNLSE – *Generalized Non-Linear Schrödinger Equation*), permitindo, dentro de certas aproximações, o estudo de todos os efeitos acima citados.

A rotina implementada leva em consideração os parâmetros de maior relevância para cada situação e procura realizar um número mínimo de operações, de acordo com os dados de entrada fornecidos pelo usuário. As rotinas implementadas foram extensivamente testadas e

confrontadas com resultados teóricos e experimentais encontrados na literatura. Em todos os casos, verificou-se uma excelente concordância entre os resultados numéricos obtidos e os utilizados na literatura para comparação.

Recentemente, o presente trabalho de pesquisa foi submetido e aceito para publicação na conferência MOMAG 2006 que aconteceu em Belo Horizonte, Minas Gerais, em agosto passado. Nessa publicação (GODOY, HARBOE, SOUZA, 2006), as distorções nas formas temporal e espectral de pulsos curtos e de diferentes formatos são investigadas, considerando diversas condições iniciais de propagação utilizando-se o *software* (simulador WDM) apresentado nesta dissertação de mestrado. Os resultados obtidos demonstraram excelente concordância com outros publicados na literatura (AGRAWAL, 2001a). O trabalho demonstra, ainda, a versatilidade e robustez do simulador proposto, ou seja, a eficiência da ferramenta numérica apresentada. Vale ainda destacar que o simulador pode ser facilmente estendido para a inclusão de outros efeitos não-lineares tais como FWM, através da inclusão de termos adequados no lado direito da GNLSE.

#### 1.4 Organização do Trabalho

No Capítulo 2 estuda-se a propagação de um único sinal luminoso em uma fibra óptica monomodo padrão de índice degrau, dispersiva e não-linear, sendo este, organizado da seguinte maneira: na **seção 2.1**, obtém-se a equação não-linear de Schrödinger que, sob determinadas aproximações, descreve a propagação de pulsos ópticos em fibras. O principal objetivo é discutir estas aproximações, estabelecer os limites de validade do modelo implementado e analisar cada um dos termos desta equação nas subseções seguintes. Na **seção 2.2**, discute-se a importância relativa dos efeitos de atenuação, dispersão e automodulação de fase, através da apropriada definição de quatro regimes de propagação. Nas subseções seguintes, investiga-se a propagação de pulsos em cada um desses regimes. Na **seção 2.2.1**, considera-se o problema da propagação de um pulso tratando-se a fibra como um meio dispersivo, linear e sem perdas. Nesta seção, define-se a dispersão da velocidade de grupo (GVD) e analisa-se o alargamento temporal causado pelos parâmetros de dispersão de segunda e terceira ordens. Pulsos gaussiano e solitônico são usados para ilustrar essa situação. Na **seção 2.2.2**, considera-se o problema da propagação de um pulso tratando a fibra como um

meio não-linear, não dispersivo e sem perdas. Nesta seção estuda-se o mecanismo da automodulação de fase (SPM) e analisa-se o alargamento espectral sofrido por um pulso gaussiano. Na **seção 2.2.3**, analisa-se a propagação de um pulso sob o efeito conjunto da GVD e SPM, na ausência de perdas, ou seja, tratando-se a fibra como um meio dispersivo, não linear e sem perdas. O efeito de quebra de onda óptica é discutido e exemplificado. Na **seção 2.2.4**, os efeitos dispersivos e não-lineares são desprezados. Admite-se que o sinal sofre exclusivamente o efeito da atenuação ao longo do comprimento da fibra. As principais fontes de atenuação do sinal – absorção, espalhamento e curvaturas – são, então, discutidas. Já na **seção 2.3**, descreve-se o método numérico da propagação de feixes (*BPM - Beam Propagation Method*) usado para resolver a equação de propagação, em situações onde não há solução analítica. Por fim na **seção 2.4**, são apresentadas algumas conclusões.

No Capítulo 3, a equação de propagação obtida na seção 2.1, para um único canal, é estendida para múltiplos canais. Matematicamente, o problema se relaciona com a solução de um conjunto de N equações de Schrödinger acopladas e o Método da Propagação de Feixes (BPM) é novamente utilizado. Portanto, na **seção 3.1** e com o auxílio da seção 2.1, obtém-se um conjunto de equações que descreve a propagação de múltiplos canais em uma única fibra óptica. Em seguida, para um bom entendimento do conjunto de equações obtido, na **seção 3.2**, o conceito de descasamento de velocidade de grupo é introduzido e na **seção 3.3**, o efeito de Modulação de Fase Cruzada (XPM) é discutido. A **seção 3.4.1** discute, com mais detalhes, os efeitos conjuntos de SPM e XPM na evolução temporal e espectral de dois pulsos e, na **seção 3.4.2**, o efeito de GVD é ainda incluído na situação anteriormente estudada. A **seção 3.5** resume as principais conclusões.

O Capítulo 4 apresenta o simulador WDM propriamente dito. Diferentes situações de interesse são investigadas separadamente. Na **seção 4.1** se faz a revisão de alguns conceitos básicos, essenciais para o entendimento das simulações. As **seções 4.2, 4.3** e **4.4** são dedicadas à análise da propagação de dois pulsos em fibra não dispersiva, variando-se, respectivamente, a razão de potências, os retardos relativos e o parâmetro  $\delta$  (definido na equação 3.36). Na **seção 4.5** o efeito da dispersão é incluído. Na **seção 4.6** analisa-se a propagação de quatro pulsos variando a razão entre os comprimentos de *walk-off* (L<sub>w</sub>) e de dispersão (L<sub>D</sub>). Na **seção 4.7**, a título de ilustração, são ainda investigadas duas situações relacionadas à geração de pulsos a partir de ondas CW usando XPM. Por fim, na **seção 4.8** 

são apresentadas as principais conclusões pertinentes ao simulador WDM, a partir dos resultados obtidos.

Para finalizar, no **Capítulo 5** são apresentadas as conclusões do trabalho de pesquisa e sugestões para trabalhos futuros nessa área de pesquisa.

# 2 PROPAGAÇÃO MONOCANAL EM FIBRA ÓPTICA MONOMODO PADRÃO

As primeiras fibras de vidro foram fabricadas ainda nos anos 20, embora seu uso prático só tenha acontecido no início dos anos 50, com o aperfeiçoamento das técnicas de guiamento de luz. Nesta época, e até final dos anos 60, fibras ópticas eram usadas basicamente em aplicações médicas de curtíssima distância. Sua utilização em comunicações não era prática, devido às elevadas perdas de potência que apresentava, em torno de 1000dB/km (BUTCHER, COTTER, 1990).

No entanto, a partir dos anos 70, o avanço no processo de fabricação das fibras reduziu sua atenuação para cerca de 20dB/km (BOYD, 1992) e, por volta de 1979, atingiu um valor de cerca de 0,25 dB/km, (SHEN, 1984), (BUTCHER, COTTER, 1990), muito próximo ao limite mínimo teórico imposto pelo espalhamento Rayleigh (MORSE, FESHBACH, 1953) para a região espectral de 1,55 μm.

Esta baixíssima atenuação, estendendo-se por uma largura de banda de cerca de 20 THz (AGRAWAL, 2001a), não se verifica em outros materiais e fez com que a capacidade de transmissão de sistemas de comunicação por fibras ópticas passasse a ser determinada por outros fenômenos, como dispersão e efeitos não-lineares.

As primeiras fibras utilizadas em sistemas de comunicação foram as do tipo multimodo. Nestas, o campo eletromagnético se propaga com diferentes configurações (modos) (HECHT, 1999), cada uma tendo sua própria velocidade de propagação. Devido a esta diferença de velocidades, ocorre um alargamento temporal dos pulsos ópticos, caracterizando a dispersão intermodal, que é bastante relevante e restringe o alcance desses sistemas a alguns poucos quilômetros, até que o sinal precise ser regenerado eletronicamente. As fibras multimodo ainda são utilizadas, sobretudo para conectar redes locais de computadores a baixos custos, mas não serão abordadas neste trabalho devido às suas limitações em distância e taxa de transmissão (algumas centenas de Mb/s) (AGRAWAL, 2001a).

As fibras monomodo, que suportam apenas uma configuração de campo para a onda propagante, começaram a ser utilizadas em sistemas de telecomunicações no início da década de 1980. Estas fibras não apresentam dispersão intermodal e sua capacidade de transmissão pode atingir milhares de quilômetros em taxas de Gb/s, sendo limitada, principalmente, pelos efeitos da dispersão cromática (ou intramodal) e dispersão por modo de polarização (PMD) (AGRAWAL, 2001a), (LI, 1985), (SISAKYAN, SHVARTSBURG, 1984), (ALFANO, 1989), (MARCUSE, 1980), (MARCUSE, 1981), (BORN, WOLF, 1999), (AGRAWAL, 2002), (SHIMIZU, 1967), (STOLEN, LIN, 1978), efeitos não-lineares (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970) e pelo ruído introduzido pelos amplificadores ópticos (DESURVIRE, 2002), (AGRAWAL, 2001a).

As primeiras fibras monomodo utilizadas, conhecidas como fibras padrão (STDF- *Standard Fiber*) e atualmente descritas pela recomendação ITU-T G.652 (LIN, GUSTAFSON, 1972), possuíam dispersão nula e apresentavam moderados valores de atenuação na janela de 1,3µm (segunda janela de transmissão óptica). A fim de aumentar a distância entre regeneradores, no final dos anos 80, houve uma migração para a janela de perdas mínimas, em torno de 1,55 µm (terceira janela de transmissão óptica).

Entretanto, a crescente demanda pelo aumento da taxa de transmissão de bits fez com que os elevados valores de dispersão na terceira janela, cerca de 17ps/(km-nm), começassem a comprometer o desempenho de sistemas empregando fibras padrão. Apesar da introdução de fontes com largura espectral relativamente estreita, como os lasers com realimentação distribuída (DFB - *Distributed-Feedback*) (AGRAWAL, 2001a), a elevada dispersão cromática de fibras STDF na terceira janela motivou o desenvolvimento da fibra com dispersão deslocada (DSF) que possui tanto dispersão nula como atenuação mínima nesta janela. Estas fibras são normatizadas pela recomendação ITU-T G.653 (PINAULT, POTASEK, 1985).

Com os adventos da tecnologia WDM e dos amplificadores a fibra dopada com Érbio (EDFAs), ocorridos no final da década de 1980, vários canais passaram a ser propagados

simultaneamente em uma única fibra. Além disto, com o aprimoramento dos equipamentos que constituem os nós de redes WDM, ocorreu um rápido aumento da densidade de canais no espectro óptico e da intensidade de energia transportada ao longo da fibra óptica. Dessa forma, os sistemas de transmissão óptica de alta capacidade passaram a serem penalizados também por efeitos não-lineares, além dos já conhecidos efeitos de dispersão e atenuação, característicos dos sistemas lineares.

Vale a pena salientar que, nesse trabalho, são considerados apenas os efeitos não-lineares que ocorrem devido à dependência existente entre o índice de refração e a potência óptica (efeito Kerr). Entre estes efeitos, pode-se citar a auto-modulação de fase (SPM), a modulação de fase cruzada (XPM) e a mistura de quatro ondas (FWM). Os efeitos não-lineares devido à interação entre o campo eletromagnético e os fônons (vibrações moleculares) do meio que constitui a fibra não serão levados em consideração. Nessa classe, enquadram-se os fenômenos de Espalhamento Estimulado Brillouin (SBS) e Espalhamento Estimulado Raman (SRS).

O Capítulo 2 é dedicado ao estudo da propagação de um único sinal luminoso em uma fibra óptica monomodo padrão de índice degrau, dispersiva e não-linear, sendo organizado da seguinte maneira:

Na **seção 2.1,** obtém-se a equação não-linear de Schrödinger (NLSE) que, sob determinadas aproximações, descreve a propagação de pulsos ópticos em fibras. As etapas matemáticas necessárias a sua obtenção são cuidadosamente mostradas, com o objetivo de discutir as aproximações introduzidas, estabelecer os limites de validade do modelo implementado e analisar cada um dos termos da equação nas subseções seguintes.

Na **seção 2.2**, discute-se a importância relativa dos efeitos de atenuação, dispersão e automodulação de fase, através da apropriada definição de quatro regimes de propagação. Nas subseções seguintes, investiga-se a propagação de pulsos em cada um desses regimes. As primeiras simulações do trabalho são então realizadas e algumas situações de interesse são convenientemente ilustradas. Na **seção 2.2.1**, considera-se o problema da propagação de um pulso tratando-se a fibra como um meio dispersivo, linear e sem perdas. Nesta seção, definese a dispersão da velocidade de grupo (GVD) e analisa-se o alargamento temporal causado pelos parâmetros de dispersão de segunda e terceira ordens. Pulsos gaussiano e solitônico são usados para ilustrar essa situação. Na **seção 2.2.2**, considera-se o problema da propagação de um pulso tratando a fibra como um meio não-linear, não dispersivo e sem perdas. Nesta seção estuda-se o mecanismo da auto-modulação de fase e analisa-se o alargamento espectral sofrido por um pulso gaussiano. Extensões podem ser facilmente feitas para o caso de um pulso solitônico. Na **seção 2.2.3**, analisa-se a propagação de um pulso sob o efeito conjunto da dispersão (GVD) e auto-modulação de fase, na ausência de perdas, ou seja, tratando-se a fibra como um meio dispersivo e não-linear. O efeito de perturbação de onda óptica é discutido e exemplificado. Por fim, na **seção 2.2.4**, os efeitos dispersivos e não-lineares são desprezados. Admite-se que o sinal sofre exclusivamente o efeito da atenuação ao longo do comprimento da fibra. As principais fontes de atenuação do sinal – absorção, espalhamento e curvaturas – são, então, caracterizadas.

Para finalizar o capítulo, a **seção 2.3** apresenta os conceitos básicos e fundamentais associados ao Método da Propagação de Feixes (BPM), usado em todas as situações de interesse – mono e multicanal - que envolvem a solução numérica da NLSE nesse trabalho.

#### 2.1 Equação de Propagação

Como todos os fenômenos eletromagnéticos, a propagação de pulsos em fibras ópticas é descrita pelas Equações de Maxwell (DIAMENT, 1990) (BALANIS, 1989):

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
(2.1)

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
(2.2)

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{D}} = \rho_{\rm f} \tag{2.3}$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0 \tag{2.4}$$

nas quais  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{J}$  e  $\rho_f$  representam, respectivamente, os fasores de campo elétrico, campo magnético, densidade de fluxo elétrico, densidade de fluxo magnético, densidade de corrente e densidade de cargas do meio.

As densidades de fluxo  $\vec{D}$  e  $\vec{B}$  aparecem em resposta aos campos  $\vec{E}$  e  $\vec{H}$ , que se propagam no meio, e estão relacionadas entre si através das seguintes relações constitutivas (HECHT, 1999):

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{2.5}$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \boldsymbol{\mu}_0 \left( \vec{\mathbf{H}} + \vec{\mathbf{M}} \right) \tag{2.6}$$

sendo  $\vec{P}$  e  $\vec{M}$  respectivamente, as polarizações elétrica e magnética induzidas;  $\varepsilon_0$  é a permissividade do vácuo e  $\mu_0$  é a permeabilidade do vácuo.

Como a fibra é um meio não-magnético ( $\vec{M} = 0$ ) e sem cargas livres ( $\vec{J} = 0$  e  $\rho_f = 0$ ), as equações de Maxwell podem ser reescritas em termos dos campos elétrico e magnético, utilizando-se as equações (2.5) e (2.6):

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \dot{H}}{\partial t}$$
(2.7)

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$$
(2.8)

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{D}} = 0 \tag{2.9}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{2.10}$$

Tomando o rotacional de (2.7) e utilizando (2.8) e a bem conhecida relação  $c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$ , na qual c denota a velocidade da luz no vácuo, obtém-se (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970), (FOWLES, 1989):

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$
(2.11)

Em geral, a avaliação de  $\vec{P}$  exige procedimentos de mecânica quântica (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970). Entretanto, longe das condições de ressonância do meio, como é o caso das fibras empregadas em sistemas de telecomunicações, que operam na

faixa de comprimento de onda de 0,5 a 2 μm, pode-se utilizar uma relação fenomenológica como (FOWLES, 1989):

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \left( \chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} : \vec{E}\vec{E} + \chi^{(3)} : \vec{E}\vec{E}\vec{E}\vec{E} + ... \right)$$
(2.12)

Nesta equação,  $\chi^{(j)}$  (j=1,2,3,...) é a susceptibilidade elétrica de j-ésima ordem. Para levar em conta os efeitos de polarização da luz,  $\chi^{(j)}$  é um tensor de tipo (j+1).

A susceptibilidade linear  $\chi^{(1)}$  representa a contribuição dominante para  $\vec{P}$ . Seus efeitos são incluídos através do índice de refração linear n( $\omega$ ) e do coeficiente de atenuação linear  $\alpha(\omega)$  dados, respectivamente, por (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970):

$$\mathbf{n} = \left[\mathbf{l} + \operatorname{Re}\left(\widetilde{\boldsymbol{\chi}}^{(1)}\right)\right]_{2}^{1/2} \cong \mathbf{l} + \frac{1}{2}\operatorname{Re}\left(\widetilde{\boldsymbol{\chi}}^{(1)}\right)$$
(2.13)

$$\alpha = \frac{\omega}{nc} \operatorname{Im}(\widetilde{\chi}^{(1)})$$
(2.14)

e relacionados com a constante dielétrica linear do meio, dependente da freqüência, através de (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970):

$$\varepsilon(\omega) = \left(n + j\frac{\alpha.c}{2.\omega}\right)^2 \tag{2.15}$$

Para simplificar a notação, nas equações (2.13) - (2.15), a dependência em relação a freqüência angular  $\omega$  é omitida.

As susceptibilidades de ordem par,  $\chi^{(j)}$  (j par), são nulas para meios que possuem simetria de inversão em escala molecular, ou seja, a inversão do campo elétrico implica a inversão da polarização. Como a sílica apresenta tal simetria de inversão, a contribuição de  $\chi^{(2)}$  é, normalmente, desprezada no caso dessas fibras (SHEN, 1984).

Assim, considerando-se apenas a susceptibilidade não-linear de terceira ordem, que representa a contribuição apreciável de mais baixa ordem, a equação (2.12) pode ser reescrita como:

$$\vec{P}(\vec{r},t) = \vec{P}_{L}(\vec{r},t) + \vec{P}_{NL}(\vec{r},t)$$
 (2.16)

sendo  $\vec{P}_{_L}(\vec{r},t)$  a parte linear do vetor polarização, dada por:

$$\vec{P}_{L}(\vec{r},t) = \varepsilon_{0} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') \cdot \vec{E}(\vec{r},t') dt'$$
(2.17)

e  $\vec{P}_{NL}(\vec{r},t)$ a parte não-linear do vetor polarização, escrita como (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970):

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \iint \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t-t_1,t-t_2,t-t_3) : \vec{E}(\vec{r},t_1)\vec{E}(\vec{r},t_2)\vec{E}(\vec{r},t_3)dt_1dt_2dt_3 \quad (2.18)$$

As equações (2.11), (2.12), (2.17) e (2.18) fornecem um formalismo geral para tratar os efeitos não-lineares de mais baixa ordem em fibras ópticas. Através delas, pode-se obter uma equação que descreva o comportamento dos pulsos que se propagam na fibra, em bandas de interesse em telecomunicações (BALANIS,1989).

Para fazer isso, a equação (2.16) é substituída na equação (2.11) e se utiliza a bem conhecida identidade de operadores diferenciais vetoriais:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$$
(2.19)

Admitindo a condição de guiamento fraco,  $\nabla \cdot \vec{D} = \varepsilon (\nabla \cdot \vec{E}) = 0$ , obtém-se, então:

$$\nabla^{2}\vec{E} = \frac{1}{c^{2}}\frac{\partial^{2}\vec{E}}{\partial t^{2}} + \mu_{0}\frac{\partial^{2}(\vec{P}_{L} + \vec{P}_{NL})}{\partial t^{2}}$$
(2.20)

A equação (2.20) descreve adequadamente a propagação de pulsos em fibras ópticas. É importante lembrar que a única aproximação feita até agora é que a polarização não-linear, dada pela equação (2.18), leva em conta apenas a contribuição não-linear de terceira ordem.
Entretanto, para resolver esta equação, é conveniente fazer uma série de outras aproximações e simplificações. Tais procedimentos, que resultarão no desenvolvimento da chamada Equação Não-Linear de Schrödinger (NLSE), também permitirão que se identifique e entenda o comportamento dos diversos fenômenos que atuam sobre a propagação de pulsos em fibras.

Primeiramente, considera-se que  $\vec{P}_{NL}(\vec{r},t)$  é uma perturbação à polarização total induzida. Isto é razoável, uma vez que os efeitos não-lineares são relativamente fracos em fibras de sílica, para intensidades moderadas (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970).

Admite-se que o campo óptico é quase monocromático, isto é, que a largura espectral do sinal,  $\Delta \omega$ , é pequena em relação à freqüência da portadora do mesmo,  $\omega_0$ . Como f<sub>0</sub> é da ordem de 100THz, nas regiões de interesse das fibras em telecomunicações, essa aproximação restringe a aplicação das equações desenvolvidas nesse trabalho a pulsos com duração mínima de 0,1ps (10THz).

Tal aproximação, conhecida como aproximação de variação lenta do envelope ou aproximação para-axial, permite que os vetores de campo e de polarização induzida sejam escritos como o produto entre uma função de variação lenta no tempo e um termo que descreve as oscilações da portadora.

Assim, admitindo-se, ainda, que a polarização do campo óptico seja mantida ao longo da fibra, por exemplo, na direção  $\hat{x}$ , pode-se escrever o campo elétrico e as contribuições linear e não-linear da polarização como (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970):

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\hat{x}[E(\vec{r},t)\exp(-j\omega_0 t) + c.c.]$$
(2.21)

$$\vec{P}_{L}(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\hat{x}[P_{L}(\vec{r},t)\exp(-j\omega_{0}t) + c.c.]$$
(2.22)

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\hat{x} \left[ P_{NL}(\vec{r},t) \exp(-j\omega_0 t) + c.c. \right]$$
(2.23)

nas quais c.c. representa o complexo conjugado do termo anterior.

Por fim, uma última simplificação admitida é que a resposta não-linear do meio é instantânea, eliminando a dependência temporal de  $\chi^{(3)}$  (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970). Assim, a equação (2.18) pode ser reescrita na forma:

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \vdots \vec{E}(\vec{r},t) \vec{E}(\vec{r},t) \vec{E}(\vec{r},t)$$
(2.24)

Esta simplificação despreza a contribuição das vibrações moleculares à susceptibilidade nãolinear. Em geral, tanto os elétrons, como o núcleo, levarão um certo tempo para responder à ação do campo óptico (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970), sendo a resposta nuclear inerentemente mais lenta. Para fibras de sílica, o tempo de resposta vibracional, ou de resposta Raman, ocorre em uma escala de tempo de 60-70 fs (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970).

Assim, o limite imposto anteriormente para a largura mínima de pulso deve ser reconsiderado para ~ 1ps.

Iniciando a dedução da Equação Não-Linear de Schrödinger, substitui-se (2.22) em (2.17) e obtém-se uma expressão para a polarização linear:

$$P_{L}(\vec{r},t) = \varepsilon_{0} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') \mathbb{E}(\vec{r},t') \exp[j\omega_{0}(t-t')] dt'$$
$$= \varepsilon_{0} \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{\chi}^{(1)}(\omega) \widetilde{\mathbb{E}}(\vec{r},\omega-\omega_{0}) \exp[-j(\omega-\omega_{0})t] d\omega \qquad (2.25)$$

na qual  $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)$  e  $\tilde{E}(\vec{r},\omega)$  representam, respectivamente, as transformadas de Fourier de  $\chi^{(1)}$  e  $E(\vec{r},t)^{1}$ .

<sup>1</sup> Na notação adotada, F(t) é uma função do tempo e  $\widetilde{F}(\omega)$  é sua Transformada de Fourier, dada por:  $\widetilde{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) \exp(j\omega t) dt$ 

F(t) pode ser obtida a partir de  $\widetilde{F}(\omega)$  através da Transformada de Fourier inversa:

$$F(t) = \frac{1}{2.\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{F}(\omega) \exp(-j\omega t) d\omega$$

Analogamente, substituindo (2.23) em (2.18) e desprezando os termos que oscilam na freqüência do terceiro harmônico,  $3\omega_0$ , obtém-se uma expressão para a componente não-linear da polarização:

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r},t) \approx \varepsilon_0 \varepsilon_{NL} E(\vec{r},t)$$
 (2.26)

na qual  $\epsilon_{\text{NL}}$  é a contribuição não-linear à constante dielétrica, dada por:

$$\varepsilon_{\rm NL} = \frac{3}{4} \chi^{(3)} |E(\vec{r}, t)|^2$$
(2.27)

Assim, com os resultados de (2.25) e (2.26), a equação (2.20) é reescrita na forma:

$$\nabla^{2} E(\vec{r},t) + \frac{1}{c^{2}} \frac{\partial^{2} E(\vec{r},t)}{\partial t^{2}} = -\mu_{0} \frac{\partial^{2} P_{L}(\vec{r},t)}{\partial t^{2}} - \mu_{0} \frac{\partial^{2} P_{NL}(\vec{r},t)}{\partial t^{2}}$$
(2.28)

onde

$$\frac{\partial^2 P_L(\vec{r},t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') E(\vec{r},t') \exp[j\omega_0(t-t')] dt \right)$$
(2.29)

$$\frac{\partial^2 P_{NL}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \varepsilon_0 \varepsilon_{NL} E(\vec{r},t) \right)$$
(2.30)

Em conseqüência da aproximação de variação lenta do envelope e do pressuposto caráter perturbativo da polarização não-linear, pode-se considerar que  $\varepsilon_{NL}$  é aproximadamente constante (SISAKYAN, SHVARTSBURG, 1984), (MARCUSE, 1981) e escrever (2.28) no domínio da freqüência, substituindo as derivadas temporais,  $\frac{\partial}{\partial t}$ , por -j $\omega$ . Fazendo isto, obtém-se a equação de Helmholtz:

$$\nabla^{2}\widetilde{\mathbf{E}} + \varepsilon(\omega)\mathbf{k}_{0}^{2}\widetilde{\mathbf{E}} = 0$$
(2.31)

na qual  $k_0 = \omega/c \ e \ \varepsilon(\omega)$  é a constante dielétrica, dada por:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \widetilde{\chi}^{(1)}(\omega) + \varepsilon_{\rm NL} \tag{2.32}$$

Em analogia com as equações (2.13) - (2.15), a dependência entre a constante dielétrica, o índice de refração  $\overline{n}$  e o coeficiente de perdas  $\overline{\alpha}$ , é dada pelas equações a seguir (AGRAWAL, 2001a), (BALANIS, 1989):

$$\varepsilon(\omega) = \left(\overline{n}(\omega) + j\frac{\overline{\alpha}(\omega)}{2k_0}\right)^2$$
(2.33)

$$\overline{\mathbf{n}}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{n}(\boldsymbol{\omega}) + \mathbf{n}_2 \left| \mathbf{E} \right|^2$$
(2.34)

$$\overline{\alpha}(\omega) = \alpha(\omega) + \alpha_2 |\mathbf{E}|^2 \tag{2.35}$$

onde n( $\omega$ ) é o índice de refração linear e  $\alpha(\omega)$  é o coeficiente de perdas linear. Além disto, o índice de refração não-linear, n<sub>2</sub>, e o coeficiente de perdas não-linear,  $\alpha_2$ , estão relacionados com o tensor de susceptibilidade de terceira ordem através de (AGRAWAL, 2001a):

$$n_2 = \frac{3}{8n} \operatorname{Re}(\chi^{(3)})$$
 (2.36)

$$\alpha_2 = \frac{3\omega_0}{4\mathrm{nc}} \mathrm{Im}(\widetilde{\chi}^{(3)}) \tag{2.37}$$

A equação (2.31) pode ser resolvida pelo método de separação das variáveis, admitindo-se uma solução da forma:

$$\widetilde{E}(\vec{r},\omega-\omega_0) = F(x,y)\widetilde{A}(z,\omega-\omega_0)\exp(j\beta_0 z)$$
(2.38)

na qual  $\beta_0$  é a constante de fase, que será determinada posteriormente.

Assim, mediante a aproximação de variação lenta do envelope,  $\frac{\partial^2 \widetilde{A}(z,\omega)}{\partial z^2} \cong 0$  e substituindose (2.38) em (2.31), obtém-se o seguinte par de equações:

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} + \left[ \varepsilon(\omega) k_0^2 - \overline{\beta}^2 \right] F(x, y) = 0$$
(2.39)

$$2j\beta_{0}\frac{\partial\widetilde{A}}{\partial z} + \left(\overline{\beta}^{2} - \beta_{0}^{2}\right)\widetilde{A} = 0$$
(2.40)

Na obtenção da equação (2.40), a segunda derivada  $\partial^2 \widetilde{A} / \partial z^2$  foi desprezada, uma vez que  $\widetilde{A}(z, \omega)$  é uma função de variação lenta em z. A constante de separação  $\overline{\beta}^2$  é obtida calculando-se os autovalores da equação (2.39).

O coeficiente  $\alpha_2$  é consideravelmente menor que  $\alpha$  nas fibras de sílica (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970). Desta forma, para resolver (2.39), pode-se utilizar o procedimento de teoria de perturbação de primeira ordem, no qual a constante dielétrica é aproximada por:

$$\varepsilon(\omega) = (n + \Delta n)^2 \approx n^2 + 2n\Delta n \qquad (2.41)$$

sendo ∆n uma pequena perturbação expressa através de:

$$\Delta n = n_2 \left| E \right|^2 + \frac{j\alpha}{2k_0}$$
(2.42)

A equação (2.39) é resolvida utilizando a teoria perturbacional de primeira ordem (AGRAWAL, 2001a) (BALANIS, 1989). Inicialmente, substitui-se  $\varepsilon$  por n<sup>2</sup>, obtendo-se a distribuição modal F(x,y) e a correspondente constante de propagação  $\beta(\omega)$ . Para uma fibra monomodo, como considerado nesta dissertação, F(x,y) corresponde a distribuição modal do modo fundamental HE<sub>11</sub>. Em seguida, o efeito  $\Delta n$  é incluído na equação (2.39) o que, segundo a teoria perturbacional de primeira ordem, não modifica a distribuição modal F(x,y), alterando apenas o autovalor  $\overline{\beta}(\omega)$ , que passa a ser determinado por:

$$\overline{\beta}(\omega) = \beta(\omega) + \Delta\beta \tag{2.43}$$

Fazendo-se a aproximação  $\overline{\beta}^2 \approx \beta^2 + 2\beta\Delta\beta$  e substituindo na equação (2.39), obtém-se, após alguma manipulação algébrica:

$$\Delta \beta = \frac{k_0 \langle \Delta n F^2 \rangle}{\langle F^2 \rangle} = j \frac{\alpha}{2} + k_0 |A|^2 n_2 \frac{\langle F^4 \rangle}{\langle F^2 \rangle}$$
(2.44)

onde  $\langle F^{q} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^{q} dx dy$ 

Utilizando a equação (2.43) e aproximando-se  $\overline{\beta}^2 - \beta_0^2$  por  $2\beta_0(\overline{\beta} - \beta_0)$ , a equação (2.40) é reescrita como:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = j[\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0]\tilde{A}$$
(2.45)

Expandindo  $\beta(\omega)$  em Série de Taylor em torno de  $\omega = \omega_0$ ,

$$\beta(\omega) = n(\omega)\frac{\omega}{c} = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)\beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)\beta_3 + \dots \quad (2.46)$$

na qual

$$\beta_{n} = \left[\frac{d^{n}\beta}{d\omega^{n}}\right]_{\omega=\omega_{0}}$$
(2.47)

Onde  $1/\beta_1$  é igual a velocidade de grupo com a qual se move o envelope do pulso. Já o parâmetro  $\beta_2$ , chamado de parâmetro GVD, é responsável pelo alargamento temporal do pulso. O parâmetro  $\beta_3$  tem influência reduzida e será discutido ainda nesse capítulo, um pouco mais adiante.

Substituindo-se (2.46) em (2.45), e considerando-se até o terceiro termo da expansão de  $\beta(\omega)$  em Série de Taylor, tem-se:

$$\frac{\partial \widetilde{A}(z,\omega)}{\partial z} = j \left[ \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0) + \Delta\beta \right] \widetilde{A}(z,\omega)$$
(2.48)

Esta aproximação, que retém até o terceiro termo da expansão de  $\beta(\omega)$ , é válida desde que a consideração de pulso quase-monocromático seja aceitável, e que o parâmetro  $\beta_2$  não seja nulo ou de valor muito pequeno.

Aplicando-se a Transformada de Fourier Inversa nos dois membros de (2.48), tem-se:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = j\Delta\beta A$$
(2.49)

Finalmente, incluindo na equação (2.49) os efeitos de atenuação e não-linearidades, através da dependência entre  $\Delta\beta$  e  $\Delta$ n, obtém-se a seguinte equação:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = jk_0 n_2 \frac{\left\langle F^4 \right\rangle}{\left\langle F^2 \right\rangle} \left| A \right|^2 A$$
(2.50)

Definindo  $n'_2 = n_2 \langle F^4 \rangle \langle F^2 \rangle^{-1}$ , a equação para a propagação do pulso é escrita como:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = jk_0 n'_2 |A|^2 A$$
(2.51)

A equação (2.51) pode ser convenientemente normalizada:

$$\overline{\mathbf{A}}(\mathbf{z}, \mathbf{t}) = \left\langle \mathbf{F}^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} \mathbf{A}(\mathbf{z}, \mathbf{t})$$
(2.52)

o que permite escrever:

$$\frac{\partial \overline{A}}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial \overline{A}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \overline{A}}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} \overline{A} = j \frac{k_0 n_2'}{\langle F^2 \rangle} |\overline{A}|^2 \overline{A}$$
(2.53)

O coeficiente de não-linearidade  $\gamma$  é definido como:

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{\text{eff}}}$$
(2.54)

O parâmetro  $A_{eff}$  representa a área efetiva do núcleo da fibra e é definido pela seguinte relação:

$$A_{eff} = \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} |F(x,y)|^2 dx dy\right)^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |F(x,y)|^4 dx dy}$$
(2.55)

De acordo com a equação (2.55), a área efetiva depende do conhecimento da distribuição modal de F(x,y) que geralmente pode ser aproximada por uma distribuição gaussiana:

$$F(x, y) = \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{w^2}\right]$$
(2.56)

O parâmetro w representa o raio modal, podendo ser obtido ajustando-se a curva gaussiana à real distribuição de F(x,y). Dentro desta aproximação,  $A_{eff} = \pi .w^2$ . Tipicamente, na região de comprimentos de onda em torno de 1,55µm, a área efetiva do núcleo de uma fibra varia entre 20 e 100µm<sup>2</sup>. Como resultado, γ pode variar entre 1 e 10W<sup>-1</sup>/km se n<sub>2</sub> ≈2,6×10<sup>-20</sup> m<sup>2</sup>/W.

Logo, a partir das definições acima, relativas a  $\gamma$  e A<sub>eff</sub>, a equação (2.53) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial \overline{A}}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial \overline{A}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \overline{A}}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} \overline{A} = j\gamma |\overline{A}|^2 \overline{A}$$
(2.57)

A equação (2.57) é conhecida como Equação Não-Linear de Schrödinger (NLSE) e descreve a propagação do envelope de um pulso em uma fibra óptica monomodo, no regime de propagação não-linear, dispersivo e com perdas. Fisicamente, o envelope do pulso se move com velocidade de grupo  $v_g=1/\beta_1$ . O parâmetro  $\beta_2$  é responsável pelo alargamento temporal do pulso. O parâmetro  $\beta_2$  pode ser positivo ou negativo, dependendo se o comprimento de onda  $\lambda$  está abaixo ou acima do comprimento de onda de zero de dispersão cromática  $\lambda_D$  da fibra. No regime de dispersão anômala ( $\lambda > \lambda_D$ ),  $\beta_2$  é negativo, já no regime de dispersão normal ( $\lambda < \lambda_D$ ),  $\beta_2$  é positivo. As perdas na fibra estão representadas por  $\alpha$ . Os efeitos nãolineares, representados através do parâmetro  $\gamma$ , manifestam-se, qualitativamente, de diferentes maneiras, dependendo do sinal de  $\beta_2$ .

Embora um grande número de efeitos não-lineares esteja previsto na equação de propagação (2.57), novos termos devem ser adicionados à equação de modo a incluir fenômenos inelásticos tais como espalhamento Raman estimulado (SRS) e espalhamento Brillouin estimulado (SBS) (AGRAWAL, 2001a). Além disto, pulsos contrapropagantes são completamente ignorados e, conseqüentemente, a utilização de redes de Bragg não está prevista. Outra grande limitação da equação (2.57) é com relação à omissão da natureza vetorial dos campos eletromagnéticos. Desta maneira, efeitos de birrefringência, onde todas as componentes de campo precisam ser consideradas, não são levados em conta e a análise do efeito de PMD não é possível.

A equação (2.57) será minuciosamente investigada nas seções seguintes. Os mecanismos de dispersão, auto-modulação de fase (SPM) e atenuação são então discutidos através de apropriada definição de quatro regimes de propagação. A influência de cada um dos termos da equação na propagação monocanal é também destacada.

#### 2.2 Regimes de Propagação

Na seção 2.1 obteve-se a equação não-linear de Schrödinger (NLSE) que governa a propagação de pulsos em fibras monomodo padrão. Para pulsos com largura maior que 5 ps, pode-se usar a equação (2.57), que é convenientemente reescrita:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = j\gamma |A|^2 A$$
(2.58)

Por simplicidade de notação, a amplitude complexa  $\overline{A}(z,t)$  é substituída por A(z,t). Para resolver a equação (2.58), é conveniente se fazer uma mudança na variável temporal, de modo que o novo referencial T = t-z/v<sub>g</sub> se mova com a velocidade de grupo v<sub>g</sub> do envelope do pulso. A equação (2.58) é assim reescrita:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \frac{\alpha}{2} A = j\gamma |A|^2 A$$
(2.59)

O segundo termo do lado esquerdo da equação (2.59) representa os efeitos dispersivos de  $2^a$  ordem, já o terceiro termo do lado esquerdo desta mesma equação representa as perdas na fibra, enquanto o termo do lado direito representa os efeitos não-lineares da fibra. Dependendo da largura inicial T<sub>0</sub> e da potência de pico P<sub>0</sub> do pulso incidente, um dos efeitos, dispersão ou não-linearidades, pode se tornar dominante em relação ao outro. Para melhor entendimento desses efeitos, são introduzidas normalizações no tempo e na amplitude, a saber:

$$\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z / v_g}{T_0}$$
(2.60)

$$U(z,\tau) = \frac{A(z,\tau)}{\sqrt{P_0} \exp(-\alpha z/2)}$$
(2.61)

Vale a pena reforçar que, com a normalização indicada na equação (2.61), o efeito de atenuação não é observado e, conseqüentemente, os mecanismos de dispersão e SPM são melhor visualizados. Substituindo (2.60) e (2.61) em (2.59), tem-se, após alguma manipulação algébrica:

$$j\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D}\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{\text{exp}(-\alpha z)}{L_{NL}}|U|^2 U, \qquad (2.62)$$

onde, sgn( $\beta_2$ )= ± 1 dependendo da região de propagação. Os comprimentos de dispersão L<sub>D</sub> e de não-linearidade L<sub>NL</sub> são definidos por:

$$L_{\rm D} = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad L_{\rm NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$$
 (2.63)

Dependendo da magnitude relativa de L<sub>D</sub>, L<sub>NL</sub>, e do comprimento da fibra L, um efeito tornase relevante ou desprezível (SISAKYAN, SHVARTSBURG, 1984), (ALFANO, 1989).

As magnitudes relativas de  $L_D$  e  $L_{NL}$ , quando comparadas com o comprimento total da fibra L, definem quatro regimes de propagação, designados por A, B, C e D e descritos a seguir:

Regime de Propagação A	Efeitos dispersivos dominam a propagação do pulso. Alargamento temporal dos pulsos. ( $L>L_D$ e $L< )$
Regime de Propagação B	Efeitos não-lineares dominam a propagação do pulso. Alargamento espectral dos pulsos. ( $L << L_D e L < L_{NL}$ )
Regime de Propagação C	Interação entre GVD e SPM. Comportamento qualitativamente diferente comparado com a GVD ou a SPM agindo separadamente. ( $L>>L_D e L>>L_{NL}$ )
Regime de Propagação D	Efeitos dispersivos e não-lineares desprezíveis. Atenuação dos pulsos. (L< <l_d )<="" e="" l<<l_nl="" th=""></l_d>

Por questões de interesse prático, os regimes de propagação A (efeito isolado de GVD), B (efeito isolado de SPM) e C (efeito conjunto de GVD e SPM) são minuciosamente estudados a seguir. O regime de propagação D, que admite que o sinal sofre apenas o efeito da atenuação, é de fato pouco realista, mas será utilizado para apresentar as principais fontes de atenuação do sinal.

## 2.2.1 Regime de Propagação A: Efeito da Dispersão

Quando uma onda eletromagnética interage com os elétrons ligados (*bound electrons*) de um dielétrico, a resposta do meio depende, em geral, da freqüência da onda. Esta propriedade chamada de *dispersão cromática* ou *dispersão de velocidade de grupo* (GVD), se manifesta através da dependência do índice de refração com a freqüência, expressa como  $n(\omega)$ . Longe das freqüências de ressonância do meio, esta dependência é bem aproximada pela fórmula de Sellmeier (HECHT, 1999):

$$n^{2}(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^{m} \frac{B_{j} \omega_{j}^{2}}{\omega_{j}^{2} - \omega^{2}}$$
(2.64)

onde,  $\omega_j$  é a j-ésima freqüência de ressonância e  $B_j$  é a correspondente intensidade da ressonância. O somatório indicado na equação (2.64) estende-se a todas as ressonâncias materiais. No caso das fibras, os parâmetros  $\omega_j$  e  $B_j$  são obtidos experimentalmente ajustandose as curvas de dispersão medidas com a equação (2.64) com m = 3. Para a fibra de sílica, estes parâmetros são dados por:  $B_1 = 0,6961663$ ,  $B_2 = 0,4079426$ ,  $B_3 = 0,8974794$ ,  $\lambda_1 = 0,0684043 \,\mu\text{m}$ ,  $\lambda_2 = 0,1162414 \,\mu\text{m}$  e  $\lambda_3 = 9,896161 \,\mu\text{m}$ , onde  $\lambda_j = 2\pi c/\omega_j$  e c é a velocidade da luz no vácuo.

A dispersão cromática desempenha um papel importante na propagação de pulsos curtos, pois as diversas componentes de freqüência de um pulso viajam com velocidades de grupo ligeiramente diferentes, o que, como se verá, conduz ao alargamento temporal dos pulsos.

Consultando a literatura de fibras ópticas, um parâmetro comumente usado no lugar de  $\beta_2$  é o parâmetro de dispersão D, que está relacionado com  $\beta_2$  através de (AGRAWAL, 2001a):

$$\mathbf{D} = \frac{\partial \beta_1}{\partial \lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \tag{2.65}$$

A Figura 2.1 mostra a variação (ou perfil) do parâmetro D em função do comprimento de onda para uma fibra óptica monomodo padrão. O parâmetro D é expresso em unidades de ps/(km-nm), indicando o alargamento temporal (em ps) sofrido por um pulso cuja fonte tem largura espectral de 1 nm (medida em termos de comprimento de onda), em 1 km de fibra. Vale a pena observar que o parâmetro  $\beta_2$  indica o alargamento sofrido pelo pulso quando a largura espectral da fonte é medida em termos de freqüência.



Figura 2.1 - Medida da variação do parâmetro de dispersão com o comprimento da onda para uma fibra monomodo padrão (AGRAWAL, 2001a).

Antes de prosseguir, é conveniente apresentar um fenômeno importante em sistemas ópticos, cujas causas são várias. Este fenômeno é chamado *chirp* de freqüência, que representa um desvio da freqüência instantânea ( $\delta \omega = \omega - \omega_0$ ) em relação à freqüência nominal ou central ( $\omega_0$ ). Portanto, um pulso sofre *chirp* se sua freqüência varia com o tempo.

Na Figura 2.1 duas regiões de propagação são identificadas: uma é a região de dispersão anômala (D>0 ou  $\beta_2$ <0), correspondendo a comprimentos de onda maiores que 1,3 µm. Nesta região, as componentes de freqüências mais elevadas se propagam com maior velocidade de grupo, e conseqüentemente se agrupam na frente do pulso, enquanto as componentes de freqüência mais baixas se agrupam na cauda do pulso, caracterizando o *chirp* positivo. Na outra região, dita de dispersão normal (D<0 ou  $\beta_2$ >0) e correspondendo a comprimentos de onda menores que 1,3 µm, acontece o contrário: as componentes de freqüências mais elevadas se propagam com menor velocidade de grupo, e conseqüentemente se agrupam na cauda do pulso, enquanto as componentes de freqüência mais baixas se propagam com menor velocidade de grupo, e conseqüentemente se agrupam na cauda do pulso, enquanto as componentes de freqüência mais baixas se agrupam na cauda do pulso, enquanto as componentes de freqüência mais baixas se agrupam na cauda do pulso, enquanto as componentes de freqüência mais baixas se agrupam na cauda do pulso, enquanto as componentes de freqüência mais baixas se agrupam na frente do pulso, caracterizando o *chirp* negativo (AGRAWAL, 2001a) (AGRAWAL, 2001b) (AGRAWAL, 2005).

Considerando a propagação de pulsos curtos ( $T_0 \approx 1 \text{ ps}$ ) e de baixa intensidade ( $P_0 \ll 1 \text{ W}$ ), e de acordo com a equação (2.63), os efeitos não-lineares podem ser desprezados, o que caracteriza o regime de propagação A. A equação de propagação (2.62) é reescrita como:

$$j\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial T^2}$$
(2.66)

A equação (2.66) é facilmente resolvida usando o método da transformada de Fourier. Se  $\widetilde{U}(z, \omega)$  é a transformada de Fourier de U(z,T) tal que

$$U(z,T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{U}(z,\omega) \exp(-j\omega T) d\omega$$
(2.67)

então a equação (2.67) satisfaz a equação diferencial ordinária abaixo:

$$j\frac{\partial \widetilde{U}}{\partial z} = -\frac{1}{2}\beta_2\omega^2\widetilde{U}$$
(2.68)

cuja solução é dada por

$$\widetilde{U}(z,\omega) = \widetilde{U}(0,\omega) \exp\left(\frac{j}{2}\beta_2 \omega^2 z\right)$$
(2.69)

A equação (2.69) mostra que a dispersão da velocidade de grupo (GVD) muda a fase de cada componente espectral do pulso por uma quantidade que depende tanto da freqüência quanto da distância de propagação. Apesar desta mudança de fase não afetar o espectro do pulso, afeta sua forma temporal. Substituindo a equação (2.69) na equação (2.67), a solução geral de (2.69) é dada por:

$$U(z,T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{U}(0,\omega) \exp(j\beta_2 \omega^2 z - j\omega T) d\omega$$
(2.70)

onde  $\widetilde{U}(0,\omega)$  é a transformada de Fourier do campo incidente em z = 0 e é obtida usando

$$\widetilde{U}(0,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(0,T) \exp(j\omega T) dT$$
(2.71)

As equações (2.70) e (2.71) podem ser usadas para pulsos de entrada de formas temporais arbitrárias.

Como um exemplo simples, considera-se o caso de um pulso gaussiano para o qual o campo incidente é da forma (MORSE, FESHBACH, 1953):

$$U(0,T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right)$$
(2.72)

onde  $T_0$  é a meia largura do pulso no ponto em que sua intensidade cai a 1/e do valor de pico. Na prática é comum utilizar a largura total do pulso a meia altura (*Full Width at Half Maximum* – FWHM). Para um pulso gaussiano, a relação entre estas larguras é dada por:

$$T_{\rm FWHM} = 2(\ln 2)^{1/2} T_0 \approx 1,665 T_0$$
(2.73)

Usando as equações (2.70) - (2.73), obtém-se:

$$U(z,T) = \frac{T_0}{\left(T_0^2 - j\beta_2 z\right)^{1/2}} \exp\left(\frac{T^2}{2\left(T_0^2 - j\beta_2 z\right)}\right)$$
(2.74)

Pode-se observar que o pulso mantém sua forma temporal (gaussiano) durante a propagação, mas sua nova largura  $T_1$  aumenta com a distância percorrida (z) de acordo com a equação a seguir:

$$T_{1}(z) = T_{0} \left[ 1 + (z/L_{D})^{2} \right]^{1/2}$$
(2.75)

Como pode ser observado em (2.75), o alargamento temporal do pulso será tão maior quanto menor for o comprimento de dispersão L<sub>D</sub>. Em outras palavras, para um dado comprimento de fibra L, pulsos curtos sofrem um maior alargamento temporal, por causa, de um comprimento de dispersão menor. Em  $z = L_D$ , um pulso gaussiano sofre um alargamento de  $\sqrt{2}$ . A Figura 2.2a mostra o alargamento temporal induzido pela dispersão para um pulso gaussiano. Já a Figura 2.2b mostra que o espectro do pulso permanece inalterado, o que é esperado no regime de propagação A.



Figura 2.2 - Evolução (a) temporal e (b) espectral de um pulso gaussiano, com largura  $T_0=1$  ps em uma fibra dispersiva e linear, com  $\beta_2=-20$  ps<sup>2</sup>/km e comprimento L=2L<sub>D</sub>.

Além disto uma variação temporal da fase é observada à medida que o pulso se propaga na fibra. A equação (2.74) pode ser reescrita na forma:

$$U(z,T) = \left| U(z,T) \right| \exp \left[ j\phi(z,T) \right]$$
(2.76)

onde

$$\phi(z,T) = -\frac{\text{sgn}(\beta_2)(z/L_D)}{1 + (z/L_D)^2} \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{z}{L_D}\right)$$
(2.77)

Como indica a equação (2.77), a fase do pulso é uma função da coordenada temporal. Logo, o conseqüente desvio de freqüência instantâneo  $\delta \omega = \omega - \omega_0$  é descrito segundo a expressão:

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi}{\partial T} = \frac{\operatorname{sgn}(\beta_2)(z/L_{\rm D})}{1 + (z/L_{\rm D})^2} \frac{2T}{T_0^2}$$
(2.78)

A equação (2.78) mostra que a freqüência muda linearmente através do pulso, isto é, a fibra impõe um *chirp* linear ao pulso, sendo que este *chirp* ( $\delta\omega$ ), depende do sinal de  $\beta_2$ . Na região de dispersão normal ( $\beta_2 > 0$ ),  $\delta\omega$  é negativo na frente do pulso e aumenta linearmente através do pulso. O oposto ocorre na região de dispersão anômala ( $\beta_2 < 0$ ).

Uma forma de pulso importante para sistemas ópticos de alta capacidade é o pulso solitônico, cuja amplitude inicial coincide com a de uma secante hiperbólica e é dada por:

$$U(0,T) = \sec h \left(\frac{T}{T_0}\right)$$
(2.79)

O campo transmitido é obtido usando-se as equações (2.70), (2.71) e (2.79). Infelizmente, para pulsos com formato diferente do gaussiano, não é possível calcular a integral da equação (2.70) analiticamente. Para tais pulsos a equação (2.70) é resolvida numericamente, utilizando-se o método da propagação de feixes (BPM *-Beam Propagation Method*) que será descrito no final deste capítulo. A Figura 2.3 mostra a evolução temporal e espectral de um pulso secante hiperbólica sob as mesmas condições da Figura 2.2. O pulso secante hiperbólica, sob o efeito apenas da GVD, apresenta comportamentos temporal e espectral semelhantes ao do pulso gaussiano (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (AGRAWAL, 2005).



Figura 2.3 - Evolução (a) temporal e (b) espectral de um pulso solitônico, com largura  $T_0 = 1$  ps em uma fibra dispersiva e linear, com  $\beta_2$ =-20 ps<sup>2</sup>/km e comprimento L=2L<sub>D</sub>.

O alargamento do pulso induzido pelo mecanismo de dispersão discutido até aqui é devido ao termo GVD de mais baixa ordem proporcional a  $\beta_2$  na equação (2.46). Apesar da contribuição deste termo ser dominante na maioria dos casos de interesse prático, algumas vezes é necessário incluir o termo de terceira ordem, que é proporcional a  $\beta_3$  nesta expansão. Por exemplo, se o comprimento de onda do pulso for próximo ao comprimento de onda de zero de dispersão  $\lambda_D$  ( $\beta_2 \approx 0$ ) o termo  $\beta_3$  fornece então a contribuição dominante ao efeito GVD (MIYAGI, NISHIDA, 1979). Para pulsos ultra-curtos ( $T_0 < 1$  ps), é necessário incluir o termo  $\beta_3$  mesmo quando  $\beta_2 \neq 0$ , porque o parâmetro  $\Delta\omega/\omega_0$  não é pequeno o suficiente para justificar o truncamento da expansão na equação (2.46) após o termo  $\beta_2$ . Logo, fazendo-se o

truncamento da equação (2.46) após o 4º termo e refazendo as contas apresentadas na seção 2.1, têm-se:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A = j\gamma |A|^2 A$$
(2.80)

Fazendo-se  $\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/v_g}{T_0}$ ,  $U(z,\tau) = \frac{A(z,\tau)}{\sqrt{P_0} \exp(-\alpha z/2)}$ ,  $\alpha = 0$  e  $\gamma = 0$ , tem-se após

alguma manipulação algébrica:

$$j\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial \Gamma^2} + \frac{j}{6}\beta_3 \frac{\partial^3 U}{\partial \Gamma^3}$$
(2.81)

Esta equação pode também ser resolvida usando-se a técnica de Fourier, substituindo a equação (2.70) por:

$$U(z,T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{U}(0,\omega) \exp\left(\frac{j}{2}\beta_2 \omega^2 z + \frac{j}{6}\beta_3 \omega^3 z - j\omega T\right) d\omega$$
(2.82)

A transformada de Fourier  $\tilde{U}(0,\omega)$  do campo incidente é dada pela equação (2.71), e a equação (2.82) pode ser usada para estudar o efeito de dispersão de ordem superior, para diferentes formas de campo incidente U(0,T).

Como esperado, a evolução do pulso ao longo da fibra depende das magnitudes relativas dos parâmetros  $\beta_2$  e  $\beta_3$ , os quais por outro lado dependem do desvio do comprimento de onda óptico  $\lambda_0$  em relação à  $\lambda_D$ . Em  $\lambda_0 = \lambda_D$ ,  $\beta_2 = 0$ , e tipicamente  $\beta_3 \approx 0.1 \text{ ps}^3/\text{km}$ . Porém,  $|\beta_2| \approx 1 \text{ps}^2 / \text{km}$ , mesmo quando  $\lambda_0$  difere de  $\lambda_D$  por uma quantidade de aproximadamente 10 nm. A fim de comparar a importância relativa dos termos incluindo  $\beta_2$  e  $\beta_3$  na equação (2.81), é usual introduzir um comprimento de dispersão associado com a dispersão de terceira ordem (TOD - *third-order dispersion*), escrito como:

$$L'_{\rm D} = T_0^3 / |\beta_3| \tag{2.83}$$

O efeito TOD é significativo somente se  $L'_D \leq L_D$  ou  $|\beta_2 / \beta_3| = 1/T_0$ . Para um pulso de 100 ps de largura, esta condição implica que  $\beta_2 < 10^{-3} \text{ps}^2/\text{km}$  quando  $\beta_3 = 0.1 \text{ ps}^3 / \text{km}$ . Tais valores tão baixos de  $\beta_2$  são possíveis somente se  $\lambda_0$  e  $\lambda_D$  diferem entre si de uma quantidade menor que  $10^{-2}$  nm. Na prática não é desejável casar  $\lambda_0$  e  $\lambda_D$  com tal exatidão para evitar o efeito de FWM, e a contribuição de  $\beta_3$  é geralmente desprezível comparada com a de  $\beta_2$  (AGRAWAL, 2001a) (AGRAWAL, 2001b) (AGRAWAL, 2005).

Conseqüentemente, o envelope do pulso permanece inalterado somente quando o termo  $\beta_2$  na equação (2.81) contribui para a GVD (Figura 2.2), o TOD distorce o envelope do pulso tal que ele torna-se assimétrico com uma estrutura oscilatória próximo a uma de suas extremidades. No caso de  $\beta_3$  ser positivo, como mostrado na Figura 2.4, as oscilações aparecem próximas à cauda do pulso. Quando  $\beta_3$  é negativo, as oscilações ocorrem junto à frente do pulso. Quando  $\beta_2 = 0$ , as oscilações são mais intensas, com a intensidade caindo a zero entre sucessivas oscilações. Porém, estas oscilações diminuem significativamente mesmo para valores relativamente pequenos de  $\beta_2$ . Para o caso  $L_D = L'_D$ , mostrado na Figura 2.4 ( $\beta_2 = \beta_3 / T_0$ ), as oscilações quase desaparecem, e o pulso tem a cauda mais acentuada. Para valores maiores de  $\beta_2$ , de modo que  $L_D << L'_D$ , o envelope do pulso mantêm-se praticamente o mesmo, pois o TOD tem uma importância relativamente menor (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (AGRAWAL, 2005).

A Figura 2.5 mostra a evolução espectral de um pulso quando  $\beta_2 = 0$  e  $\beta_3 = 0.1 \text{ps}^3/\text{km}$ . Podese verificar que tal como antes o espectro não é alterado pelos efeitos dispersivos de ordem superior.



Figura 2.4 - Envelope de um pulso gaussiano em z = 0 (curva contínua) na presença dos efeitos dispersivos de ordem superior. A curva tracejada é para o caso de  $\lambda_0 = \lambda_D$ . A curva pontilhada mostra o caso para o qual  $\beta_2$  é finito e  $L_D = L'_D$ .



Figura 2.5 – Evolução espectral de um pulso gaussiano com largura  $T_0=1$  ps em uma fibra óptica dispersiva e linear, com L=5L<sub>D</sub> e parâmetros  $\beta_2 = 0$  e  $\beta_3 = 0,1$  ps<sup>3</sup>/km.

# 2.2.2 Regime de Propagação B: Efeito de Auto-Modulação de Fase (SPM)

Uma manifestação interessante da dependência do índice de refração em relação à intensidade do campo em um meio não-linear ocorre através da auto-modulação de fase, um fenômeno que conduz ao alargamento espectral do pulso óptico, mas que não afeta seu envelope (SHIMIZU, 1967), (STOLEN, LIN, 1978).

Uma avaliação do mecanismo de SPM em fibras ópticas requer soluções numéricas da equação de propagação (2.57) obtida na seção 2.1. Uma simplificação ocorre se o efeito de GVD é negligenciado, de modo que o termo  $\beta_2$  na equação (2.57) possa ser desprezado. As condições sob as quais a GVD pode ser ignorada foram discutidas na seção 2.2, quando foram introduzidos os comprimentos  $L_D$  e  $L_{NL}$  (ver equação (2.63)). Em geral, a largura do pulso e a potência de pico devem ser tais que  $L_D >> L > L_{NL}$  para uma fibra de comprimento L. Na prática, o efeito de GVD é desprezível para pulsos relativamente largos ( $T_0 > 100$  ps) e de potência de pico intensa ( $P_0 > 1$ W).

Em termos de amplitude normalizada U(z,T), definida como na equação (2.61), a equação de propagação do pulso (2.62), no limite  $\beta_2 = 0$ , torna-se :

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{j \exp(-\alpha z)}{L_{NL}} |U|^2 U$$
(2.84)

onde  $\alpha$  leva em conta as perdas da fibra.

A solução da equação (2.84) é escrita na forma:

$$U(L,T) = U(0,T) \exp[j\phi_{NL}(L,T)]$$
(2.85)

onde, U(0,T) é a amplitude do campo em z = 0 e

$$\phi_{\rm NL}({\rm L},{\rm T}) = \left| {\rm U}(0,{\rm T}) \right|^2 ({\rm L}_{\rm eff} / {\rm L}_{\rm NL})$$
(2.86)

O comprimento efetivo L<sub>eff</sub> é definido como:

$$L_{eff} = \left[1 - \exp(-\alpha L)\right] / \alpha$$
(2.87)

A equação (2.85) mostra que a SPM gera um deslocamento de fase dependente da intensidade do pulso inicial, embora a forma temporal do pulso permaneça inalterada. O deslocamento de fase não-linear  $\phi_{NL}$  na equação (2.86) cresce com o comprimento da fibra L. O comprimento efetivo é usado para simplificar os cálculos, pois a atenuação da potência óptica ao longo da fibra leva a uma redução do efeito das não-linearidades. Assume-se que a potência é constante ao longo do comprimento efetivo. Na ausência de perdas na fibra ( $\alpha = 0$ ), L<sub>eff</sub> = L. O deslocamento de fase máxima  $\phi_{max}$  ocorre no centro do pulso localizado em T = 0. Com U normalizado tal que |U(0,0)| = 1, ele é dado por

$$\phi_{\text{max}} = L_{\text{eff}} / L_{\text{NL}} = \gamma P_0 L_{\text{eff}}$$
(2.88)

O significado físico do comprimento não-linear  $L_{NL}$  fica claro a partir da equação (2.88).  $L_{NL}$ é a distância de propagação efetiva na qual  $\phi_{max} = 1$ . Usando-se um valor típico de  $\gamma = 2 \text{ W}^{-1}$  km<sup>-1</sup> na região de comprimento de onda em torno de 1550 nm,  $L_{NL} = 50$  km para um nível de potência  $P_0 = 10$  mW e decresce inversamente com o aumento de  $P_0$ .

O alargamento espectral induzido pela SPM é uma conseqüência da dependência temporal de  $\phi_{NL}$ . Isto pode ser entendido notando que uma fase variando temporalmente implica que a freqüência óptica instantânea varia ao longo do pulso. O desvio de freqüência  $\delta\omega$  é dado por:

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi_{\rm NL}}{\partial T} = -\left(\frac{L_{\rm eff}}{L_{\rm NL}}\right)\frac{\partial}{\partial T}\left|U(0,T)\right|^2$$
(2.89)

O sinal negativo é devido à escolha do fator exp  $(-j\omega_0 t)$  na equação (2.85). A dependência temporal de  $\delta\omega$  pode ser vista como um *chirp* de freqüência – na frente do pulso, o desvio de freqüência é negativo, e conseqüentemente freqüências mais baixas posicionam-se na frente do pulso enquanto que freqüências mais altas concentram-se na cauda do pulso. O *chirp* de freqüência é determinado pela forma de onda inicial do pulso. Ou seja, o pulso modula sua própria fase, daí o nome auto-modulação de fase. Logo o *chirp* induzido pela auto-modulação de fase aumenta à medida que o pulso se propaga na fibra, provocando o alargamento espectral do pulso, enquanto sua forma temporal permanece inalterada.

Para ilustrar o fato de que a extensão do alargamento espectral depende da forma temporal do pulso, é considerado, mais uma vez, o caso de um pulso gaussiano com o campo incidente U(0,T) dado pela equação (2.72). O *chirp* induzido pela SPM,  $\delta\omega(T)$ , para tal pulso é:

$$\delta\omega(T) = \frac{2}{T_0} \frac{L_{eff}}{L_{NL}} \left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left[-\left(\frac{T}{T_0}\right)^2\right]$$
(2.90)

A Figura 2.6 mostra a variação temporal do deslocamento de fase não-linear e o *chirp* de freqüência induzido ao longo do pulso.



Figura 2.6 - Variação temporal do deslocamento de fase induzido pela SPM  $\phi_{NL}(a)$  e *chirp* de freqüência  $\delta \omega$  para um pulso gaussiano (b).

Como esperado, o gráfico de  $\phi_{NL}$  é idêntico ao da intensidade do pulso  $|U(0,T)|^2$ . Por sua vez, o *chirp* de freqüência  $\delta \omega$  apresenta algumas características importantes:  $\delta \omega$  é negativo próximo à frente do pulso, tornando-se positivo próximo à cauda do pulso. Na região central, o *chirp* é linear.

Uma estimativa da magnitude do alargamento espectral induzido pela SPM pode ser obtida do valor de pico de  $\delta\omega$  na Figura 2.6. Porém, pode-se calcular o valor de pico maximizando  $\delta\omega(T)$  na equação (2.90). Avaliando as derivadas temporais e tomando-as nulas, o valor máximo de  $\delta\omega$  para um pulso gaussiano é dado por:

$$\delta\omega_{\text{max}} = 0.86 \times \phi_{\text{max}} / T_0 \tag{2.91}$$

onde  $\phi_{max}$  é dado na equação (2.88) .

Para obter fator de alargamento, o parâmetro T<sub>0</sub> deveria ser relacionado à largura espectral inicial  $\Delta \omega_0 = 1/T_0$  do pulso. A equação (2.91) torna-se, então:

$$\delta \omega_{\rm max} = 0.86 \Delta \omega_0 \phi_{\rm max} \tag{2.92}$$

O espectro do pulso  $S(\omega)$  é obtido calculando-se a transformada de Fourier da equação (2.85). Usando  $S(\omega) = \left| \widetilde{U}(L, \omega) \right|^2$ , obtém-se:

$$S(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U(0,T) \exp[j\phi_{NL}(L,T) + j(\omega - \omega_0)T] dT \right|^2$$
(2.93)

Em geral, o espectro do pulso depende não somente da sua forma temporal, mas também da largura espectral da fonte. A Figura 2.7 mostra o espectro de um pulso gaussiano para diversos valores do deslocamento de fase máximo  $\phi_{max}$ . Para um dado comprimento de fibra,  $\phi_{max}$  aumenta linearmente com a potência de pico P<sub>0</sub> de acordo com a equação (2.88). O aspecto mais digno de nota da Figura 2.7 é que o alargamento espectral induzido pela SPM é acompanhado por uma estrutura oscilatória cobrindo todo a faixa de freqüência. Em geral, o espectro consiste de muitos picos, e picos extremos mais intensos. O número de picos

depende de  $\phi_{max}$  e aumenta linearmente com ele. A origem da estrutura oscilatória pode ser entendida através da Figura 2.6 onde a dependência temporal do *chirp* é mostrada. Em geral, o mesmo *chirp* ocorre em dois valores de T, mostrando que o pulso tem a mesma freqüência instantânea em dois pontos distintos. Qualitativamente falando, estes dois pontos distintos representam duas ondas de mesma freqüência, mas fases diferentes que podem interferir construtiva ou destrutivamente dependendo de suas diferenças de fase relativas. A estrutura multipico no espectro do pulso é resultado de tal interferência (SHIMIZU, 1967) (AGRAWAL,2001a), (AGRAWAL,2001b), (AGRAWAL,2002), (AGRAWAL,2005).





0,2

0,0 +-5

-3 -2 -1



5

2 3 4



Figura 2.7 –Espectros, em pontos diferentes da fibra, de um pulso gaussiano com largura  $T_0=100$  ps e potência de pico  $P_0=1$  W, em uma fibra óptica não dispersiva, não-linear, sem perdas e comprimento L=10L<sub>NL</sub>.

A Figura 2.8 mostra as evoluções temporal e espectral de um pulso gaussiano, sob o efeito da SPM. É relevante comentar que as Figuras 2.7(a), (b), (c), (d), (e) e (f) são obtidas a partir de cortes transversais ao longo do eixo  $z/L_{NL}$ , da Figura 2.8b.





Figura 2.8 – Evolução (a) temporal e (b) espectral de um pulso gaussiano com largura  $T_0=100$  ps e potência de pico  $P_0=1$  W, em uma fibra óptica não dispersiva, não-linear, sem perdas e comprimento L=10L<sub>NL</sub>.

Usando-se o método da fase estacionária, pode-se obter uma expressão analítica de  $S(\omega)$  que é válida para grandes valores de  $\phi_{max}$ . Esta expressão mostra que o número M de picos no espectro espalhado pela SPM é dado aproximadamente pela relação (CUBEDDU, POLLONI, SACCHI, SVELTO, 1970):

$$\phi_{\max} \approx \left( M - \frac{1}{2} \right) \pi \tag{2.94}$$

A equação (2.94), junto com a equação (2.92), pode ser usada para estimar a largura espectral inicial  $\Delta \omega_0$  ou a largura do pulso T<sub>0</sub> se o pulso não tem *chirp* inicial (LIN, GUSTAFSON, 1972). O método é exato somente se  $\phi_{max} >> 1$ . Para obter uma medida do alargamento espectral, dever-se-ia usar a largura espectral RMS  $\Delta \omega_{rms}$ , definida como:

$$\Delta \omega_{\rm rms}^2 = \left\langle \left(\omega - \omega_0\right)^2 \right\rangle - \left\langle \left(\omega - \omega_0\right) \right\rangle^2 \tag{2.95}$$

onde o colchete angulado denota uma média sobre o espectro dado pela equação (2.93). Mais especificamente:

$$\left\langle \left(\omega - \omega_{0}\right)\right\rangle^{n} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega_{0})^{n} S(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega}$$
(2.96)

# 2.2.3 Regime de Propagação C: efeito conjunto de GVD e SPM

Em uma situação mais realista e interessante, considera-se a propagação de pulsos curtos ( $T_0 \approx 1 \text{ ps}$ ) e intensos ( $P_0 > 1W$ ). Nesse caso, os efeitos dispersivos e não-lineares devem ser analisados conjuntamente e a equação de propagação (2.62) é aqui reescrita como:

$$j\frac{\partial U}{\partial \xi} = \operatorname{sgn}(\beta_2) \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - N^2 \exp(-\alpha z) |U|^2 U$$
(2.97)

onde,  $\xi$  e  $\tau$  representam, respectivamente, a distância e o tempo normalizados e são definidos como:

$$\xi = z / L_{\rm D}, \tau = T / T_0 \tag{2.98}$$

Um importante parâmetro, que governa a importância relativa dos efeitos de GVD e SPM é definido como:

$$N^{2} = \frac{L_{D}}{L_{NL}} \equiv \frac{\gamma P_{0} T_{0}^{2}}{|\beta_{2}|}$$
(2.99)

A partir da equação (2.99) pode-se definir três situações de interesse prático:

- Se N<<1 (L<sub>D</sub><<L<sub>NL</sub>) ⇒ Os efeitos dispersivos são dominantes sobre os não-lineares durante a propagação.
- Se N>>1 (L<sub>D</sub>>>L<sub>NL</sub>) ⇒ Os efeitos não-lineares são dominantes sobre os dispersivos durante a propagação.
- 3) Se N $\approx$ 1 (L<sub>D</sub> $\approx$  L<sub>NL</sub>)  $\Rightarrow$  Ambos SPM e GVD são importantes durante a propagação.

Na equação (2.97), sgn( $\beta_2$ ) = ± 1 dependendo da região de propagação. Logo, tem-se que:

- Se  $\beta_2 > 0$  (regime de dispersão normal)  $\Rightarrow$  sgn $(\beta_2) = +1$
- Se  $\beta_2 < 0$  (regime de dispersão anômala)  $\Rightarrow$  sgn $(\beta_2) = -1$

A equação (2.97) é resolvida numericamente através do método BPM conforme comentado no parágrafo após a equação (2.79). Inúmeros resultados interessantes podem ser obtidos a partir da solução numérica da equação (2.97). Alguns deles são destacados e estudados na seção seguinte.

#### 2.2.3.1 Análise da propagação de um pulso Gaussiano sob o efeito conjunto de GVD e SPM

Tendo em vista que o comportamento de pulsos nos regimes de dispersão normal e anômala apresenta características distintas, essas duas situações são analisadas separadamente, por meio da solução numérica da equação (2.97), considerando-se que N = 1.

A Figura 2.9 mostra a evolução do envelope e do espectro de um pulso gaussiano no regime de dispersão normal ( $\beta_2>0$ ) de uma fibra para qual N=1 e  $\alpha = 0$ . O comportamento qualitativo é muito diferente daquele esperado quando um dos dois (GVD ou SPM) é dominante em relação ao outro. Em particular, o alargamento temporal sofrido pelo pulso é maior que aquele sofrido quando o efeito de GVD é dominante. Isto pode ser entendido notando que a SPM gera novas componentes de freqüência, das quais, as mais baixas se concentram na frente do pulso e as mais altas, na cauda do pulso. Portanto, no regime de dispersão normal, a SPM reforça o efeito de GVD, resultando em um alargamento temporal do pulso maior que aquele esperado na presença apenas de GVD. Por outro lado, isto afeta o alargamento espectral, pois o deslocamento de fase induzido pela SPM,  $\phi_{NL}$ , agora se torna menor que àquele que ocorre quando somente a SPM atua na propagação(AGRAWAL,2001a), (AGRAWAL,2001b), (AGRAWAL,2005).



(b)

Figura 2.9 – Evolução temporal (a) e espectral (b) de um pulso gaussiano com largura  $T_0 = 1$  ps em uma fibra óptica dispersiva, não-linear, sem perdas, com  $\beta_2 = 20 \text{ ps}^2/\text{km}$  e L=2L<sub>D</sub>.

A situação é diferente para pulsos propagando no regime de dispersão anômala ( $\beta_2 < 0$ ). A Figura 2.10 mostra o envelope e o espectro de um pulso gaussiano que está propagando sob as mesmas condições do pulso da Figura 2.9, exceto pela troca do sinal do parâmetro de GVD ( $\beta_2 < 0$ ). O pulso sofre um alargamento inicial muito menor que o esperado na ausência de SPM e, em seguida, alcança um formato constante para  $z > 4L_D$ . Ao mesmo tempo, observase um estreitamento do espectro, ao contrário do que ocorreria se o pulso estivesse propagando apenas sob o efeito de SPM. Isto pode ser entendido notando que o *chirp* de freqüência induzido pela SPM, dado pela equação (2.90), é positivo, enquanto o *chirp* de

freqüência induzido pela dispersão, dado pela equação (2.78), é negativo para  $\beta_2$ <0. Logo, o chirp total praticamente se cancela na parte central do pulso, onde ambas as contribuições são lineares e de inclinações opostas. Neste sentido, GVD e SPM cooperam uma com a outra, reduzindo o *chirp* de freqüência total (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (AGRAWAL, 2002), (AGRAWAL, 2005).



Figura 2.10 – Evolução temporal (a) e espectral (b) de um pulso gaussiano com largura  $T_0 = 1$  ps em uma fibra óptica dispersiva, não-linear, sem perdas, com  $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$  e L=2L<sub>D</sub>.

Uma manifestação interessante da interação entre os efeitos de GVD e SPM no regime de dispersão anômala é ilustrada na Figura 2.11, onde a forma de onda do pulso considerado é

secante hiperbólica (pulso solitônico). As formas (a) temporal e (b) espectral do pulso se mantêm invariantes ao longo da propagação na fibra, devido a um equilíbrio perfeito entre os *chirps* produzidos pela dispersão cromática, no regime de dispersão anômala, e auto-modulação de fase. Assim, caracterizam-se os solitons, pulsos que, na ausência de perdas na fibra, podem se propagar por distâncias efetivamente ilimitadas (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (AGRAWAL, 2002), (AGRAWAL, 2005).



Figura 2.11 – Evolução temporal (a) e espectral (b) de um pulso solitônico com largura  $T_0 = 1$  ps em uma fibra óptica dispersiva, não-linear, sem perdas, com  $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$  e L=10L<sub>D</sub>.

# 2.2.3.2 Quebra da Onda Óptica (*Optical wave breaking*)

A equação (2.97) sugere que a SPM deveria ter um efeito maior que a GVD para valores de N >> 1, pelo menos durante o estágio inicial de evolução do pulso. De fato, introduzindo uma nova variável de distância a qual é  $Z = N^2 \xi = z/L_{NL}$ , a equação (2.97) pode ser reescrita como:

$$j\frac{\partial U}{\partial Z} = \frac{d}{2}\frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \left|U\right|^2 U$$
(2.100)

onde as perdas na fibra são desprezadas ( $\alpha$ =0) e d =  $\beta_2$  / ( $\gamma P_0 T_0^2$ ). Usando a transformação

$$U(z,T) = \sqrt{\rho(z,T)} \exp\left(j\int_{0}^{T} \nu(z,T)dT\right)$$
(2.101)

na equação (2.100), o problema de propagação do pulso reduz-se, aproximadamente, a um problema de dinâmica de fluidos, no qual as variáveis  $\rho$  e v desempenham, respectivamente, os papéis de densidade e velocidade de um fluído (KODAMA, WABNITZ, 1995a). No caso óptico, estas variáveis representam os perfis de potência e de *chirp* do pulso. Para um pulso de formato quadrado, o problema apresenta solução analítica. Esta solução é usual para sistemas ópticos usando o formato NRZ e fornece considerável entendimento físico do problema (KODAMA, WABNITZ, 1995b), (KODAMA, WABNITZ, TANAKA, 1996).

A solução aproximada, apesar de usual, não leva em conta o fenômeno conhecido como Quebra da Onda Óptica (*Optical Wave Breaking*) (TOMLINSON, STOLEN, JOHNSON, 1985), (JOHNSON, SIMPSON, 1985), (LASSEN, 1985), (HAMAIDE, EMPLIT, 1988), (ROTHENBEG, 1989), (ANDERSON, DESAIX, LISAK, QUIROGA-TEIXEIRO, 1992), (ANDERSON, 1993). Este fenômeno não permite que a GVD seja tratada como uma pequena perturbação, mesmo quando N é grande. A razão é que, por causa do grande *chirp* de freqüência induzido pela SPM, mesmo efeitos dispersivos fracos conduzem a uma significativa mudança no envelope do pulso. No caso da dispersão normal ( $\beta_2 > 0$ ), o pulso torna-se aproximadamente retangular, com a cauda e a frente ligeiramente inclinadas (vide Figura 2.12), e isto é acompanhado por um *chirp* linear através de toda a largura do pulso (NAKATSUKA, GRISCHKOWSKY, BALANT, 1981). A mudança no envelope do pulso induzida pela GVD tem um outro efeito na propagação do pulso, pois a mesma aumenta a importância da GVD, visto que a derivada de segunda ordem na equação (2.97) torna-se grande próximo às extremidades do pulso. A Figura 2.12 mostra a evolução de um pulso gaussiano para N = 30. A estrutura oscilatória próxima às extremidades do pulso está presente já em  $z / L_D = 0,06$ , caracterizando o fenômeno de quebra da onda óptica. Futuros incrementos em z conduzem ao alargamento da cauda do pulso.



Figura 2.12– Evolução temporal de um pulso gaussiano com largura  $T_0 = 100$  ps em uma fibra óptica dispersiva, não-linear, sem perdas, com  $\beta_2 = 20$  ps<sup>2</sup>/km e N=30.

A Figura 2.13 mostra o envelope e o espectro do pulso em  $z / L_D = 0,08$ . O aspecto mais digno de nota é que oscilações rápidas próximas às extremidades do pulso são sempre acompanhadas pelos lobos laterais no espectro. A estrutura multipico central do espectro é também consideravelmente modificada pela GVD.




Figura 2.13-Envelope (a) e Espectro (b) de um pulso inicialmente Gaussiano em  $z/L_D=0,08$ . Todos os parâmetros são idênticos ao da Figura 2.10. Os lobos laterais e a estrutura temporal próxima às extremidades do pulso são devido à perturbação da onda óptica.

A origem fisica das oscilações temporais próximas às extremidades do pulso está relacionada à quebra da onda óptica (TOMLINSON, STOLEN, JOHNSON, 1985). Ambas GVD e SPM impõem *chirp* de freqüência no pulso quando ele se propaga através da fibra. Porém, como visto nas equações (2.78) e (2.90), apesar do *chirp* induzido pela GVD ser linear, o *chirp* induzido pela SPM não é linear. Por causa da natureza não-linear do *chirp* composto, partes diferentes do pulso propagam em diferentes velocidades (ANDERSON, DESAIX, LISAK, QUIROGA-TEIXEIRO, 1992). Em particular, no caso da GVD normal (D < 0), as componentes de freqüências mais elevadas se propagam com menor velocidade de grupo, e conseqüentemente, se movem para a cauda do pulso. As componentes de freqüência mais baixas, que, por sua vez, se propagam com maior velocidade de grupo, se movem para a frente do pulso. Em ambos os casos, na frente e na cauda do pulso, existe energia em duas freqüências diferentes que interferem. Resumindo, quando as componentes de freqüências mais elevadas estão se movendo para a cauda do pulso e as componentes de freqüências mais baixas estão se movendo para a frente do pulso, na região central do pulso ocorrerá o batimento de algumas destas freqüências, tal como no processo de mistura de quatro ondas.

Como foi dito antes, o fenômeno chamado de quebra da onda óptica pode também ser entendido fazendo-se uma analogia com o processo de mistura das quatro ondas (ver seção 2.6). Uma mistura não-linear de duas freqüências diferentes  $\omega_1 e \omega_2$  na cauda do pulso gera novas freqüências em  $2\omega_1$ -  $\omega_2 e 2\omega_2$ -  $\omega_1$ . Os lobos laterais da Figura 2.13 representam estas novas componentes de freqüência. As oscilações temporais próximas às extremidades do pulso e os lobos laterais são manifestações do mesmo fenômeno. É interessante notar que a quebra da onda óptica não ocorre no caso da dispersão anômala (D>0). A razão é que as freqüências baixas do pulso não alcançam as freqüências intermediárias localizadas à direita (e próximas) do centro do envelope do pulso, pois estas estão movendo-se mais rápido. A Figura 2.14 mostra o envelope e o espectro do pulso em  $z / L_D = 0,08$ , de um pulso que se propaga sob as mesmas condições da Figura 2.13, exceto pela troca do sinal do parâmetro  $\beta_2$ .



Figura 2.14 - Envelope (a) e Espectro (b) de um pulso inicialmente Gaussiano em  $z/L_D=0,08$ . Todos os parâmetros são idênticos ao da Figura 2.11, exceto pela troca do sinal de  $\beta_2$ .

## 2.2.4 Regime de Propagação D: Efeito da Atenuação

A atenuação é uma propriedade da fibra óptica que se caracteriza pela redução da potência do sinal ao longo da propagação. Receptores ópticos necessitam de um nível mínimo de potência óptica, expresso pelo parâmetro sensibilidade, para recuperar o sinal transmitido na presença das muitas fontes de ruído e, por este motivo, as distâncias de transmissão são limitadas pela atenuação (AGRAWAL, 2002), (KEISER, 2000), (PALAIS,2004).

## 2.2.4.1 Coeficiente de Atenuação

O último termo que descreve efeitos lineares na equação (2.59) é o termo proporcional a  $\alpha$ . Esse termo é responsável pela atenuação do sinal na fibra e, para sua análise, desprezam-se as contribuições da dispersão e não-linearidades. A equação (2.59) é reescrita como:

$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} A(z,T)$$
(2.102)

A solução dessa equação é bastante simples

$$A(z,T) = A(0,T) \exp\left(\frac{-\alpha z}{2}\right) \text{ ou } P(z,T) = P(0,T) \exp(-\alpha z)$$
(2.103)

Logo a atenuação do sinal de potência ao longo da fibra é convenientemente expressa em dB/km e dada pela relação a seguir:

$$\alpha_{dB/km} = -\frac{10}{L_{km}} \log\left(\frac{P_{saida}}{P_{entrada}}\right) \approx 4,434 \alpha_{km^{-1}}$$
(2.104)

onde  $\alpha_{dB/km}$  é o coeficiente da atenuação, L (km) é o comprimento da fibra, P<sub>entrada</sub> é a potência do sinal na entrada da fibra e P<sub>saída</sub> é a potência do sinal na saída da fibra.

A atenuação depende do comprimento de onda da luz transmitida. A Figura 2.15 mostra o espectro de atenuação  $\alpha(\lambda)$  de uma fibra monomodo obtido em 1979. As características são:

9,4 µm de diâmetro do núcleo,  $\Delta = (n_1-n_2)/n_1 = 1.9 \times 10^{-3}$ , e comprimento de onda de corte de 1,1 µm. As fibras atuais exibem uma atenuação em torno de 0,2 dB/km, na região de comprimento de onda em torno de 1,55 µm. Este valor está próximo do limite fundamental de aproximadamente 0,16 dB/km para fibras de sílica, a ser comentado posteriormente. Vários fatores contribuem para a atenuação do sinal. Os mais importantes são: a absorção material, o espalhamento Rayleigh e as imperfeições geométricas da fibra. Suas contribuições relativas são mostradas na Figura 2.15 e comentadas nas seções seguintes.



Figura 2.15 - Espectro de atenuação de uma fibra monomodo fabricada em 1979. A dependência do comprimento de onda de vários mecanismos fundamentais de perdas é também mostrado.

## 2.2.4.2 Absorção Material

A absorção material pode ser dividida em duas categorias:

- Absorção intrínseca, correspondente às perdas causadas pelo próprio material (sílica).
- Absorção extrínseca, correspondente às perdas causadas por impurezas que são adicionadas a sílica.

Qualquer material mesmo o mais puro vidro absorve energia em certos comprimentos de onda. Para as moléculas de sílica esta absorção, denominada intrínseca, ocorre nas regiões ultravioleta (com pico de ressonância em torno de 0,4 µm) e infravermelho (com pico de ressonância em torno de 0,7 µm) do espectro eletromagnético, com extensão para a região visível. A Figura 2.15 mostra que a absorção do material para fibra de sílica na faixa de comprimento de onda de 0,8-1,6 µm é menor que 0,1 dB/km. De fato, ela é menor que 0,03 dB/km na janela de comprimento de onda de 1,3 a 1,6 µm comumente usada em sistemas ópticos.

A absorção extrínseca resulta da presença de impurezas na sílica. Dois tipos de impurezas são particularmente importantes: Íons metal de transição e Íons Hidroxila (OH). Metais de transição tais como Fe, Cu, Co, Ni, Mn, e Cr absorvem fortemente na faixa de comprimento de onda que vai de 0,6 a 1,6 µm. Sua quantidade deveria reduzir a uma parte por milhão para se obter um nível de perdas abaixo de 1 dB/km. Tal fibra de alta pureza pode ser obtida usando-se técnicas modernas.

A principal fonte de absorção extrínseca no atual estado da arte de fibras de sílica é a presença dos íons Hidroxila (OH). A ressonância dos íons OH ocorre próximo de 2,73  $\mu$ m. Suas bandas de sobretons e combinação com a sílica produzem absorção nos comprimentos de onda de 1,39, 1,24 e 0,94  $\mu$ m. Os três picos espectrais vistos na Figura 2.15 ocorrem próximos a estes valores de comprimentos de onda e são devido a presença residual do íon Hidroxila na sílica. Mesmo a concentração de uma parte por milhão pode causar uma atenuação de aproximadamente 50 dB/km em torno de 1,39  $\mu$ m. A concentração de 0H é reduzida a menos que 10<sup>-8</sup> nas fibras modernas para reduzir o pico de 1,39  $\mu$ m abaixo de 1 dB. Em um novo tipo de fibra, conhecido como fibra seca (*Dry fiber*), a concentração de íon OH é reduzida a tal ponto que o pico em torno de 1,39  $\mu$ m quase desaparece. A Figura 2.16 compara o perfil de atenuação da fibra seca com o da padrão, e mostra o perfil de dispersão da fibra padrão.



Figura 2.16 – Atenuação e dispersão da fibra seca (*Dry fiber*). Atenuação de uma fibra convencional é mostrada com um pico de atenuação. (Courtesy Lucent Technologies).

# 2.2.4.3 Espalhamento Rayleigh

O espalhamento Rayleigh é o principal mecanismo de perda da fibra e surge de flutuações microscópicas em sua densidade, ainda durante o processo de fabricação, quando a sílica é aquecida (puxamento da fibra) e resfriada rapidamente. As flutuações de densidade, por sua vez, produzem flutuações aleatórias de índice de refração e o conseqüente espalhamento da luz. Foi verificado que o coeficiente de espalhamento Rayleigh varia inversamente com a quarta potencia do comprimento de onda, ou seja,  $\alpha_R \propto 1/\lambda^4$ , e desta maneira, o efeito torna-se tão acentuado quanto menor o comprimento de onda. Nas janelas de operação de sistemas ópticos (0,8 µm, 1,3 µm e 1,55 µm), a atenuação da fibra é fundamentalmente limitada pelo espalhamento Rayleigh.



Figura 2.17 – Ilustração esquemática do espalhamento Rayleigh.

No espalhamento Rayleigh o tamanho da partícula é muito menor que o comprimento de onda de operação.

Uma fibra monomodo com uma geometria perfeitamente cilíndrica guia os modos ópticos sem vazamento de energia para a casca. Na prática, imperfeições na interface núcleo-casca (por exemplo, variações aleatórias do raio do núcleo) podem conduzir a reduções adicionais de potência, as quais contribuem para a atenuação total do sinal. O processo físico por de trás de tais perdas é o espalhamento Mie, ocorrendo por causa de não-homogeneidades em uma escala maior ou igual ao comprimento de onda. Geralmente se toma cuidado para que o raio do núcleo não varie significativamente ao longo da fibra durante a sua fabricação. Tais variações podem ficar abaixo de 1%, e a perda por espalhamento Mie resultante é tipicamente abaixo de 0,03 dB/km.

## 2.2.4.4 Imperfeições Geométricas da Fibra

Curvaturas na fibra constituem outra fonte de perdas por espalhamento. A razão pode ser entendida usando-se um tratamento de raio. Normalmente, um raio guiado atinge a interface núcleo-casca em um ângulo maior que o ângulo crítico para experimentar reflexão interna total. Porém, o ângulo decresce próximo a uma curvatura e pode tornar-se menor que o ângulo crítico para curvas fechadas. O raio irá então escapar para fora da fibra. Na descrição dos modos de propagação na fibra, uma parte da energia do modo é espalhada na casca. A perda por curvatura é proporcional a exp(-R/R<sub>c</sub>), onde R é o raio de curvatura da curva e  $R_c = a/(n_1^2 - n_2^2)$ . Para fibras monomodo, um valor típico de  $R_c = 0.2$ - 0.4 µm, e a perdas por curvatura é desprezível (menor que 0.01 dB/km) para raios de curvatura R > 5mm. Uma vez que a maior parte das curvas macroscópicas excede R= 5 mm, perdas por macrocurvaturas são negligenciáveis na prática.

A maior fonte de perda na fibra, está relacionada a distorções axiais aleatórias que invariavelmente ocorrem durante o cabeamento, quando a fibra é pressionada contra uma superfície que não é perfeitamente lisa. Tais perdas são chamadas de perdas por microcurvaturas e têm sido estudadas extensivamente. Microcurvas causam um incremento na perda da fibra e pode resultar em uma perda excessivamente grande (da ordem de 100 dB/km) se precauções não forem tomadas para minimizá-las. Em fibras monomodo, perdas por

microcurvaturas podem ser minimizadas escolhendo a freqüência normalizada da carta de modos V tão próxima do valor de corte 2,405 quanto possível, de modo que a energia permaneça confinada no núcleo. Na prática, a fibra é fabricada de modo que o parâmetro V varie na faixa de 2,0-2,4, no comprimento de onda de operação.

Nesse capitulo, inúmeras situações de interesse envolvendo a solução da NLSE para a propagação monocanal foram exploradas. Em um número limitado de casos, foi visto que essa equação apresenta solução analítica. Por outro lado, na maior parte das situações investigadas, foi necessária a solução numérica da NLSE, e para isso utilizou-se o Método da Propagação de Feixes (BPM). No capitulo seguinte, o estudo aqui feito é estendido para a propagação multicanal. Mais uma vez, o BPM será largamente empregado nas simulações numéricas. Por esse motivo, e finalizando o Capítulo 2, os conceitos básicos e fundamentais associados ao método são apresentados na seção 2.3.

# 2.3 Método da Propagação de Feixes (BPM)

Na abordagem do Método da Propagação de Feixes (ou Método de Fourier Split-Step), a equação diferencial parcial não-linear (2.80) é primeiramente separada em suas partes linear e não-linear. O algoritmo consiste basicamente em dois grandes passos: 1) solução analítica da parte linear no domínio da freqüência e 2) solução analítica da parte não-linear no domínio do tempo. O conhecimento das condições iniciais nos domínios do tempo e da freqüência é fundamental para se avançar uma distância incremental ao longo da fibra, na solução. A Transformada Rápida de Fourier (FFT - Fast Fourier Transform) é eficientemente empregada para converter o sinal entre os domínios do tempo e da freqüência. Embora a implementação da técnica seja bastante direta, a escolha cuidadosa do tamanho do passo depende da complexidade do problema e determina a precisão dos resultados obtidos (AGRAWAL,2001a).

Além disto, a incorporação de termos não-lineares de ordem superior fica sujeita muitas vezes à utilização de métodos numéricos adicionais (por exemplo, diferenças finitas) para a solução da parte não-linear, o que certamente gera novos erros, aumenta o tempo computacional e dificulta o controle da precisão dos resultados.

Inicialmente a equação (2.80) é reescrita na forma

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} = \left[ \hat{\mathbf{D}} + \hat{\mathbf{N}} \right] \mathbf{A} \tag{2.105}$$

onde mais uma vez por simplicidade de notação, a amplitude complexa  $\overline{A}$  é substituída apenas por A. Na equação (2.105),  $\hat{D}$  é um operador diferencial linear, que leva em consideração todos os efeitos de dispersão, e  $\hat{N}$  é um operador não-linear, que inclui as perdas e não-linearidades da fibra. Por simplicidade de notação, a dependência em z do operador não-linear foi omitida. Uma observação cuidadosa da equação (2.80) mostra que estes operadores são dados por:

$$\hat{\mathbf{D}} = -j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3}{\partial T^3}$$
(2.106)

$$\hat{\mathbf{N}} = \mathbf{j}\gamma |\mathbf{A}|^2 - \frac{\alpha}{2} \tag{2.107}$$

Na realidade, dispersão e não-linearidades atuam simultaneamente ao longo do comprimento da fibra. No método BPM uma solução aproximada é obtida considerando que a dispersão e os efeitos não-lineares atuam independente em um pequeno intervalo de propagação h. Mais especificamente, esta propagação de z até z+h é realizada em duas etapas:

1<sup>a</sup> etapa: Evolução do pulso apenas sob os efeitos não-lineares( $\hat{D}=0$ ) no intervalo [z, z+h].

$$A_1(z+h,T) = \exp(h\hat{N})A(z,T)$$
 (2.108)

2<sup>a</sup> etapa: Evolução do pulso apenas sob os efeitos dispersivos( $\hat{N}=0$ ) no intervalo [z, z+h].

$$A_{1}(z+h,T) = F_{T}^{-1} \left\{ \widetilde{A}_{1}(z+h,\omega) \right\} = F_{T}^{-1} \left\{ \exp(h\hat{D}(\omega)) \widetilde{A}_{1}(z+h,\omega) \right\}$$
$$= F_{T}^{-1} \left\{ \exp(h\hat{D}(\omega)) \exp(h\hat{N}) \widetilde{A}(z,\omega) \right\}$$
$$= \exp(h\hat{D}) \exp(h\hat{N}) A(z,T)$$
(2.109)

onde  $F_T$  denota a transformada de Fourier e  $F_T^{-1}$  denota a transformada de Fourier inversa.

Observa-se que a condição inicial da 2<sup>a</sup> etapa é a transformada de Fourier da solução da 1<sup>a</sup> etapa e que ao final da 2<sup>a</sup> etapa calcula-se a transformada inversa da sua solução. O uso do algoritmo FFT faz o calculo da equação (2.109) relativamente rápido. É por esta razão que o método BPM pode ser até duas ordens de grandeza mais rápido que a maioria dos esquemas de diferenças finitas.

Para estimar a precisão do método BPM, a solução exata da equação (2.105) é escrita como:

$$A(z+h,T) = \exp[h(\hat{D} + \hat{N})]A(z,T)$$
(2.110)

sendo  $\hat{N}$  independente de z.

Neste ponto seria interessante observar a formula de Baker-Hausdorff para dois operadores  $\hat{a}$  e  $\hat{b}$  não-comutativos:

$$\exp(\hat{a})\exp(\hat{b}) = \exp\left[\hat{a} + \hat{b} + \frac{1}{2}[\hat{a}, \hat{b}] + \frac{1}{12}[\hat{a} - \hat{b}, [\hat{a}, \hat{b}]] + \dots\right]$$
(2.111)

onde,  $[\hat{a}, \hat{b}] = \hat{a}\hat{b} - \hat{b}\hat{a}$ 

O resultado da equação (2.109) ignora a natureza não-comutativa dos operadores  $\hat{D} \in \hat{N}$  e, conseqüentemente, o erro é da ordem de h<sup>2</sup> (3º termo). De maneira a melhorar a precisão dos resultados, um novo procedimento de propagação no seguimento [z,z+h] é proposto, sendo este dividido em 3 etapas, as quais são:

**1ª etapa:**  $\hat{N}=0$  na primeira metade do segmento, ou seja considera-se a evolução do pulso devido apenas à dispersão do pulso  $[z, z + \frac{h}{2}]$ . Tal como antes, a evolução do pulso sob o efeito da dispersão é feita no domínio da freqüência.

$$\widetilde{A}\left(z+\frac{h}{2},\omega\right) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}(j\omega)\right)F_{T}\left\{A(z,T)\right\}$$
(2.112)

**2ª etapa:**  $\hat{D} = 0$  no segmento, ou seja, considera-se a evolução do pulso devido apenas às nãolinearidades do pulso [z,z+h]. Tal com antes, a evolução do pulso sob o efeito das nãolinearidades da fibra é analisada no domínio do tempo.

$$A(z+h,T) = \exp(h\hat{N})F_{T}^{-1}\left\{\widetilde{A}\left(z+\frac{h}{2},\omega\right)\right\}$$
(2.113)

**3ª etapa:**  $\hat{N}=0$  na 2ª metade do segmento, ou seja, considera-se a evolução do pulso devido apenas à dispersão  $[z+\frac{h}{2},z+h]$ . Tal como na 1ª etapa, a evolução do pulso sob o efeito da dispersão é feita no domínio da freqüência.

$$\widetilde{A}(z+h,\omega) = \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}(j\omega)\right)F_{T}\left\{A(z+h,T)\right\}$$
$$= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\exp(h\hat{N})\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)F_{T}\left\{A(z,T)\right\}$$
(2.114)

Nesta situação tem-se um erro da ordem de h<sup>3</sup>.

Assim, combinando as equações (2.105)-(2.107), obtêm-se duas novas equações. Na primeira, consideram-se apenas os efeitos da dispersão ( $\hat{N} = 0$ ) enquanto que na segunda, consideram-se apenas os efeitos das não-linearidades ( $\hat{D} = 0$ ).

$$\frac{\partial A}{\partial z} + j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial T^3} = 0$$
(2.115)

$$\frac{\partial A}{\partial z} - j\gamma |A|^2 A + \frac{\alpha}{2} A = 0$$
(2.116)

As equações (2.115) e (2.116) são avaliadas conveniente e separadamente nos domínios da freqüência e do tempo, respectivamente. As soluções analíticas obtidas são da forma:

$$\widetilde{A}(z+h,\omega) = \exp\left[j\left(\frac{\beta_2}{2}\omega^2 + \frac{\beta_3}{6}\omega^3\right)h\right]\widetilde{A}(z,\omega)$$
(2.117)

$$A(z+h,T) = \exp\left[j\gamma |A(z,T)|^{2} \left(\frac{1-\exp(-\alpha h)}{\alpha}\right) - \frac{\alpha}{2}h\right] A(z,T)$$
(2.118)

De acordo com a equação (2.114), a solução da equação (2.117) é utilizada como condição inicial para a solução da equação (2.118) que, por sua vez, fornece novamente uma condição inicial para a solução da equação (2.117), permitindo a propagação em uma distância incremental h. Como comentado anteriormente, a transferência entre os domínios da freqüência e do tempo é satisfatoriamente realizada utilizando a Transformada Rápida de Fourier (FFT) (AGRAWAL,2001a).

#### 2.4 Conclusão

Tendo em vista a abrangência e extensão do estudo realizado nesse capítulo e sua importância para o desenvolvimento e apresentação dos capítulos seguintes, as principais conclusões e resultados qualitativos obtidos são sumarizados a seguir.

A seção 2.1 analisou a Equação Não-Linear de Schrödinger (NLSE), a qual descreve a propagação do envelope de um pulso em uma fibra óptica monomodo, no regime de propagação não-linear, dispersivo e com perdas. O efeito da auto-modulação de fase foi considerado. Para se entender melhor a propagação sob os efeitos descritos pela NLSE (dispersão, atenuação e auto-modulação de fase), foram definidos na seção 2.2 quatro regimes de propagação, baseados nas magnitudes relativas dos comprimentos de dispersão e de não-linearidade e do comprimento total da fibra L. Logo os quatro regimes de propagação são:

- Regime de propagação A, onde os efeitos dispersivos são dominantes sobre os demais;
- Regime de propagação B, onde a auto-modulação de fase é dominante sobre os demais;
- Regime de propagação C, onde tanto a dispersão quanto a auto-modulação de fase são importantes e interagem entre si;

• Regime de propagação D, onde a atenuação é dominante sobre os demais efeitos, isto é, a dispersão e a auto-modulação de fase são desprezadas.

#### Verificou-se que:

No **regime A**, se: 1)  $\beta_2 \neq 0$  e  $\beta_3=0$ , o envelope do pulso sofre um alargamento temporal durante a propagação, enquanto o espectro do pulso permanece inalterado e 2)  $\beta_2=0$  e  $\beta_3\neq 0$ , o pulso não mais mantém sua forma durante a propagação, tornando-se assimétrico com uma estrutura oscilatória próxima às bordas do pulso.

No **regime B**, o envelope do pulso permanece inalterado, enquanto o espectro sofre um alargamento induzido pela SPM. Tal alargamento é acompanhado de uma estrutura oscilatória. Em geral, o espectro consiste de vários picos, sendo os mais externos são mais intensos.

No **regime C**, se  $L_D \approx L_{NL}$  e a forma do pulso é: 1) gaussiana, tanto o envelope quanto o espectro sofrerão um alargamento durante a propagação; 2) secante hiperbólica e  $\beta_2 < 0$ , tanto o envelope quanto o espectro se manterão invariantes durante a propagação na fibra e 3) secante hiperbólica e  $\beta_2 > 0$ , tanto o envelope quanto o espectro sofrerão um alargamento durante a propagação. E ainda, para  $L_D = 900L_{NL}$ , o envelope do pulso torna-se aproximadamente retangular, com a cauda e a frente ligeiramente inclinadas. Enquanto o espectro do pulso sofre alargamento acompanhado de uma estrutura oscilatória conhecida como Quebra da Onda Óptica (*Optical Wave Breaking*).

No **regime D**, ocorre uma redução da potência do pulso durante a propagação devido à atenuação. Os diversos mecanismos que contribuem para a atenuação do sinal foram investigados.

Por fim descreveu-se brevemente o método numérico da propagação de feixes (BPM) usado para resolver a equação de propagação, em situações onde não há solução analítica. Neste método, a equação diferencial parcial não-linear (2.80) é primeiramente separada em suas partes linear e não-linear. O algoritmo consiste basicamente em dois grandes passos: 1) solução analítica da parte linear no domínio da freqüência e 2) solução analítica da parte não-linear no domínio da s condições iniciais nos domínios do tempo e da freqüência é fundamental para se avançar uma distância incremental ao longo da

fibra, na solução. A Transformada Rápida de Fourier (FFT) é eficientemente empregada para converter o sinal entre os domínios do tempo e da freqüência. Embora a implementação da técnica seja bastante direta, a escolha cuidadosa do tamanho do passo depende da complexidade do problema e determina a precisão dos resultados obtidos.

# 3 PROPAGAÇÃO MULTICANAL EM FIBRA ÓPTICA MONOMODO PADRÃO

No capítulo 2 analisou-se a propagação de um único canal em uma fibra monomodo padrão. Neste capítulo o importante caso da propagação de múltiplos canais é considerado. Atualmente, a taxa padrão de transmissão em sistemas ópticos está limitada a 10 Gb/s, principalmente pelas limitações da eletrônica e dos efeitos não-lineares. Uma alternativa para melhor se aproveitar a largura de banda oferecida pela fibra e aumentar a capacidade das modernas redes de telecomunicações consiste em se utilizar, simultaneamente, várias portadoras ópticas em uma mesma fibra. Cada canal pode transportar uma informação diferente (voz, dado, vídeo, por exemplo). Esses sistemas, utilizados comercialmente desde meados dos anos 90, recebem o nome de sistemas de Multiplexação por Divisão em Comprimento de Onda, ou simplesmente, sistemas WDM. Conceitualmente, eles são análogos aos sistemas FDM (*Frequency-Division Multiplexing*) utilizados, há mais de um século, para transmissões de rádio (AGRAWAL, 2005), (AGRAWAL,2001a), (KAMINOW, LI, 2002).

Quando duas ou mais ondas se propagam em uma mesma fibra, em freqüências ópticas diferentes, os efeitos não-lineares medeiam interações entre elas. Essas interações podem causar o acoplamento entre essas ondas, o aparecimento de ondas em novas freqüências ópticas e, também, a perda de energia óptica dessas ondas.

Neste capítulo, a equação de propagação anteriormente obtida para um único canal (seção 2.1), é estendida para múltiplos canais e representa a principal contribuição do trabalho. Matematicamente, o problema se relaciona com a solução de um conjunto de N equações de

Schrödinger acopladas e o Método da Propagação de Feixes (BPM), descrito na seção 2.3, é novamente utilizado.

Na **seção 3.1** e com o auxílio da seção 2.1, obtém-se um conjunto de equações que descreve a propagação de múltiplos canais em uma única fibra óptica. Em seguida, para um bom entendimento do conjunto de equações obtido, na **seção 3.2**, o conceito de descasamento de velocidade de grupo é introduzido e na **seção 3.3**, o efeito de Modulação de Fase Cruzada (XPM) é discutido. A seção 3.4 é dedicada à análise da propagação de dois pulsos sob os seguintes efeitos: da dispersão da velocidade de grupo, auto-modulação de fase e modulação de fase e modulação de fase cruzada. A **seção 3.4.1** considera, o efeito dos mecanismos da dispersão da velocidade de grupo e auto-modulação de fase na propagação de um par de pulsos com características gaussianas. A **seção 3.4.2** acrescenta aos dois efeitos da seção 3.4.1 e 3.4.2 é feita para um sistema de dois canais, até porque a maior contribuição ao efeito XPM sofrido por um canal é dada pelos canais adjacentes.

# 3.1 Conjunto de Equações Acopladas

No caso de um sistema multicanal, a propagação do feixe óptico na fibra é governada não mais apenas por uma equação, mas, por um conjunto de N equações não-lineares de Schrödinger acopladas, sendo N o número de canais. Este conjunto de equações pode ser obtido fazendo-se alguns pequenos ajustes no desenvolvimento apresentado da seção 2.1, que são descritos a seguir.

Considerando-se até o quarto termo da expansão de  $\beta(\omega)$ , na equação (2.48) e aplicando a Transformada de Fourier Inversa nos dois membros de (2.48) obtém-se uma versão mais geral da equação (2.49), porém agora para o i-ésimo canal:

$$\frac{\partial A_{i}}{\partial z} + \beta_{1i} \frac{\partial A_{i}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_{2i} \frac{\partial^{2} A_{i}}{\partial t^{2}} - \frac{1}{6} \beta_{3i} \frac{\partial^{3} A_{i}}{\partial t^{3}} = j \Delta \beta_{i} A_{i}$$
(3.1)

Seguindo o mesmo procedimento adotado na referência (KAMINOW, LI , 2002) (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b) , Δn é generalizado para o caso da propagação

de múltiplos sinais em diferentes comprimentos de onda. Logo,  $\Delta n$  para o i-ésimo canal é dado por:

$$\Delta n_{i} = n_{2i} \left( \left| E_{i} \right|^{2} + 2 \sum_{m \neq i}^{N} \left| E_{m} \right|^{2} \right) + \frac{j\alpha}{2k_{0i}}$$
onde  $k_{0i} = \omega_{i} / c \ e \ n_{2i} = \frac{3}{8n_{i}} \operatorname{Re}(\chi^{(3)}).$ 
(3.2)

Sabendo que  $|E_i| = |F_i(x, y)| |A_i(z, t)|$ , a equação (3.2) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta n_{i} = n_{2i} \left( \left| F_{i} \right|^{2} \left| A_{i} \right|^{2} + 2 \sum_{m \neq i}^{N} \left| F_{m} \right|^{2} \left| A_{m} \right|^{2} \right) + \frac{j\alpha}{2k_{0i}}$$
(3.3)

Lembrando que  $\Delta\beta$  é definido para um sistema monocanal na equação (2.44), pode-se generalizar esta definição para um sistema multicanal. Logo,  $\Delta\beta$  para o i-ésimo canal é dado por:

$$\Delta\beta_{i} = \frac{k_{0i} \left\langle \Delta n_{i} F_{i}^{2} \right\rangle}{\left\langle F_{i}^{2} \right\rangle}$$
(3.4)

onde 
$$\langle F_i^q \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |F_i(x,y)|^q dx dy$$
 e  $\langle \Delta n_i F_i^q \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta n_i |F_i(x,y)|^q dx dy$  (3.5)

Calculando-se a segunda integral definida em (3.5), tem-se:

$$\left\langle \Delta n_{i} F_{i}^{q} \right\rangle = \frac{j\alpha}{2k_{0i}} \int_{-\infty}^{\infty} |F_{i}(x, y)|^{2} dx dy + n_{2i} k_{0i} \left( \int_{-\infty}^{\infty} |F_{i}(x, y)|^{2} |A_{i}(z, t)|^{2} |F_{i}(x, y)|^{2} dx dy \right) + n_{2i} k_{0i} \left( 2\sum_{m \neq i}^{N} \int_{-\infty}^{\infty} |F_{m}(x, y)|^{2} |A_{m}(z, t)|^{2} |F_{i}(x, y)|^{2} dx dy \right)$$
(3.6)

É conveniente reescrever a equação (3.6) da seguinte forma:

$$\left\langle \Delta \mathbf{n}_{i} \mathbf{F}_{i}^{2} \right\rangle = \frac{j\alpha}{2k_{0i}} \left\langle \mathbf{F}_{i}^{2} \right\rangle + \mathbf{n}_{2i} k_{0i} \left( \left| \mathbf{A}_{i} \right|^{2} \left\langle \mathbf{F}_{i}^{4} \right\rangle + 2 \sum_{m \neq i}^{N} \left( \left| \mathbf{A}_{m} \right|^{2} \left\langle \mathbf{F}_{m}^{2} \mathbf{F}_{i}^{2} \right\rangle \right) \right)$$
(3.7)

Substituindo a equação (3.7) na equação (3.4), tem-se, após alguma manipulação algébrica:

$$\Delta\beta_{i} = \frac{j\alpha}{2} + n_{2i}k_{0i} \left( \left| A_{i} \right|^{2} \frac{\left\langle F_{i}^{4} \right\rangle}{\left\langle F_{i}^{2} \right\rangle} + 2\sum_{m \neq i}^{N} \left( \left| A_{m} \right|^{2} \frac{\left\langle F_{m}^{2} F_{i}^{2} \right\rangle}{\left\langle F_{i}^{2} \right\rangle} \right) \right)$$
(3.8)

Substituindo  $\Delta\beta_i$  na equação (3.1), tem-se:

$$\frac{\partial A_{i}}{\partial z} + \beta_{1i} \frac{\partial A_{i}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_{2i} \frac{\partial^{2} A_{i}}{\partial t^{2}} - \frac{1}{6} \beta_{3i} \frac{\partial^{3} A_{i}}{\partial t^{3}} + \frac{\alpha}{2} A_{i} = j \left[ n_{2i} k_{0i} \left( \begin{vmatrix} |A_{i}|^{2} \frac{\langle F_{i}^{4} \rangle}{\langle F_{i}^{2} \rangle} \\ + 2 \sum_{m \neq i}^{N} \left( |A_{m}|^{2} \frac{\langle F_{m}^{2} F_{i}^{2} \rangle}{\langle F_{i}^{2} \rangle} \right) \right) \right] A_{i} (3.9)$$

A equação (3.9) pode ser convenientemente normalizada:

$$\overline{A}_{i}(z,t) = \left\langle F_{i}^{2} \right\rangle^{\frac{1}{2}} A_{i}(z,t)$$
(3.10)

o que permite escrever

$$\frac{\partial \overline{A}_{i}}{\partial z} + \beta_{1i} \frac{\partial \overline{A}_{i}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_{2i} \frac{\partial^{2} \overline{A}_{i}}{\partial t^{2}} - \frac{1}{6} \beta_{3i} \frac{\partial^{3} \overline{A}_{i}}{\partial t^{3}} + \frac{\alpha}{2} \overline{A} = j \left[ n_{2i} k_{0i} \left( \begin{vmatrix} |A_{i}|^{2} \frac{\langle F_{i}^{4} \rangle}{\langle F_{i}^{2} \rangle \langle F_{i}^{2} \rangle} \\ + 2 \sum_{m \neq i}^{N} \left( |A_{m}|^{2} \frac{\langle F_{m}^{2} F_{i}^{2} \rangle}{\langle F_{i}^{2} \rangle \langle F_{m}^{2} \rangle} \right) \right) \right] A_{i} (3.11)$$

Definindo 
$$f_{im} = \frac{\langle F_m^2 F_i^2 \rangle}{\langle F_i^2 \rangle \langle F_m^2 \rangle}$$
, tem-se:

$$\frac{\partial \overline{A}_{i}}{\partial z} + \beta_{1i} \frac{\partial \overline{A}_{i}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_{2i} \frac{\partial^{2} \overline{A}_{i}}{\partial t^{2}} - \frac{1}{6} \beta_{3i} \frac{\partial^{3} \overline{A}_{i}}{\partial t^{3}} + \frac{\alpha}{2} \overline{A} = j \left[ n_{2i} k_{0i} \left( f_{ii} \left| A_{i} \right|^{2} + 2 \sum_{m \neq i}^{N} \left( f_{im} \left| A_{m} \right|^{2} \right) \right) \right] A_{i} (3.12)$$

A diferença entre  $f_{ii}$  e  $f_{im}$  pode ser significativa em fibras multimodo se as duas ondas se propagam em modos da fibra diferentes. Mesmo em fibras monomodo,  $f_{11}$ ,  $f_{22}$  e  $f_{12}$  diferem um do outro por causa da dependência da freqüência da distribuição modal  $F_j$  (x,y). Porém, a diferença é pequena, e pode ser desprezada na prática. Neste caso a equação (3.12) pode ser transformada em um conjunto de N equações acopladas (AGRAWAL, 2001b):

$$\frac{\partial \overline{A}_{i}}{\partial z} + \beta_{1i} \frac{\partial \overline{A}_{i}}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_{2i} \frac{\partial^{2} \overline{A}_{i}}{\partial t^{2}} - \frac{1}{6} \beta_{3i} \frac{\partial^{3} \overline{A}_{i}}{\partial t^{3}} + \frac{\alpha}{2} \overline{A} = j\gamma_{i} \left( \left| A_{i} \right|^{2} + 2 \sum_{m \neq i}^{N} \left( A_{m} \right|^{2} \right) \right) A_{i}$$
(3.13)

onde o parâmetro não-linear  $\gamma_i$  é definido na equação (3.14),

$$\gamma_{i} = \frac{n_{2i}\omega_{i}}{cA_{eff}}$$
 (i = 1,2,...,N) (3.14)

e  $A_{eff}$  é a área efetiva do núcleo da fibra ( $A_{eff} = 1/f_{11}$ ), considerada a mesma para todas as N ondas ópticas.

Ainda é possível e interessante fazer as seguintes normalizações:

$$T = t - \frac{z}{v_{gref}}, \qquad d_i = \frac{v_{gi} - v_{gref}}{v_{gi} v_{gref}}$$
(3.15)

onde T é medido em um sistema de referência que se move com a velocidade de grupo  $v_{gref}$ . É importante lembrar que a escolha da referência de tempo é absolutamente arbitrária, podendo, por exemplo, coincidir ou não com um dos canais, ou ser a média entre eles. O parâmetro d<sub>i</sub> é uma medida do descasamento de velocidade grupo entre o canal i e canal de referência. Este parâmetro será detalhado mais adiante.

Substituindo a equação (3.15) na equação (3.13), tem-se após alguma manipulação algébrica:

$$\frac{\partial \mathbf{A}_{i}}{\partial z} + \mathbf{d}_{i} \frac{\partial \mathbf{A}_{i}}{\partial T} + \frac{j}{2} \beta_{2i} \frac{\partial^{2} \mathbf{A}_{i}}{\partial T^{2}} - \frac{1}{6} \beta_{3i} \frac{\partial^{3} \mathbf{A}_{i}}{\partial T^{3}} + \frac{\alpha_{i}}{2} \mathbf{A}_{i} = j \gamma_{i} \left( \left| \mathbf{A}_{i} \right|^{2} + 2 \sum_{n \neq i}^{N} \left| \mathbf{A}_{n} \right|^{2} \right) \mathbf{A}_{i} \quad (3.16)$$

onde, (i = 1,2,...,N)

sendo que i designa a ordem do canal e  $d_i = \beta_{1i} - \beta_{1ref}$  representa o descasamento da velocidade de grupo do canal i ( $v_{gi}$ ) em relação à velocidade de grupo do canal de referência ( $v_{gref}$ ). Já  $\beta_{2i}$ é o parâmetro de GVD do i-ésimo canal. O primeiro e segundo termos no lado direito da equação (3.16) são responsáveis pelos efeitos de auto-modulação de fase e modulação de fase cruzada, respectivamente. O fator 2 mostra que a XPM é duas vezes mais eficiente que a SPM, para uma mesma intensidade. O descasamento da velocidade de grupo desempenha um papel importante, na medida em que determina a interação entre campos ópticos copropagantes na fibra.

No contexto de sistemas WDM, é importante explicitar a dependência dos parâmetros  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  em função do comprimento de onda  $\lambda$ . Para isso, é necessário conhecer o perfil do parâmetro de dispersão D em função do comprimento de onda e da inclinação da curva de dispersão S (KAMINOW, LI, 2002) (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (AGRAWAL, 2005).

Para fibras monomodo padrão, utilizadas em sistemas de comunicações ópticas, um perfil típico para o parâmetro de dispersão  $D(\lambda)$  é dado por:

$$D(\lambda) = \frac{S}{4} \left( \lambda - \frac{\lambda_D^4}{\lambda^3} \right)$$
(3.17)

onde  $S = dD/d\lambda$  é a taxa de variação do parâmetro de dispersão em relação ao comprimento de onda (*dispersion slope*) e  $\lambda_D$  é o comprimento de onda do zero de dispersão cromática da fibra óptica em consideração.

Os parâmetros  $\beta_1(\lambda)$ ,  $\beta_2(\lambda)$  e  $\beta_3(\lambda)$  são obtidos como:

$$\beta_{1}(\lambda) = \frac{1}{v_{g}} = \int D(\lambda) d\lambda$$

$$\beta_{2}(\lambda) = -\frac{\lambda^{2}}{2\pi c} \frac{d\beta_{1}}{d\lambda} = -\frac{\lambda^{2}}{2\pi c} D(\lambda)$$

$$\beta_{3}(\lambda) = -\frac{\lambda^{2}}{2\pi c} \frac{d\beta_{2}}{d\lambda}$$
(3.18)

Usando as equações (3.17) e (3.18), estes parâmetros são facilmente calculados como:

$$\beta_{1}(\lambda) = \frac{S}{8} \left( \lambda^{2} + \frac{\lambda_{D}^{4}}{\lambda^{2}} \right)$$

$$\beta_{2}(\lambda) = -\frac{\lambda^{2}}{2\pi c} \cdot \frac{S}{4} \left( \lambda - \frac{\lambda_{D}^{4}}{\lambda^{3}} \right)$$

$$\beta_{3}(\lambda) = \frac{\lambda^{3}}{(2\pi c)^{2}} [2D(\lambda) + \lambda S]$$
(3.19)

Na equação (3.19), c é a velocidade da luz no vácuo, e as expressões devem ser avaliadas para cada canal individualmente, cujo comprimento de onda é representado simplesmente por  $\lambda$ .

Substituindo-se equação (3.19) na definição do descasamento da velocidade de grupo ( $d_i = \beta_{1i}$ - $\beta_{1ref}$ ), pode-se, após alguma manipulação algébrica, obter uma expressão mais prática para o parâmetro  $d_i$ :

$$d_{i} = \frac{S}{8} \left( \lambda_{i}^{2} - \lambda_{ref}^{2} \right) \left( 1 - \frac{\lambda_{D}^{4}}{\lambda_{i}^{2} \lambda_{ref}^{2}} \right)$$
(3.20)

onde,  $\lambda_{ref}$  é um comprimento de onda de referência.

Até aqui se obteve uma visão geral do conjunto de equações acopladas representado pela equação (3.16) e se redefiniu quantitativamente alguns parâmetros comuns aos sistemas monocanal e multicanal ( $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ , D e S). No entanto, um olhar mais cuidadoso na equação (3.16) mostra que, quando comparada com a equação (2.57), obtida no capítulo 2, há dois novos termos que não eram pertinentes à propagação monocanal e que são agora estudados. O primeiro(d<sub>i</sub>) é responsável pelo descasamento da velocidade de grupo do pulsos e é abordado

na seção 3.2. O segundo  $\left(2j\gamma_i A_i \sum_{n\neq i}^{N} |A_n|^2\right)$  esta associado ao mecanismo da modulação de fase cruzada e é estudado na seção 3.3 (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (BOYD,1992).

# 3.2 Descasamento da Velocidade de Grupo (*walk-off*)

Na seção 2.2, trabalhou-se com a equivalência entre as equações (2.57) e (2.59), na qual se adota um referencial com a mesma velocidade de grupo que a da onda propagante. Foi enfatizado que essa adoção pode não ser totalmente adequada no caso de se ter várias ondas propagando-se na fibra, em diferentes freqüências ópticas.

Esta afirmação decorre da dependência entre o índice de refração e a freqüência óptica que, conseqüentemente, implica que cada onda se propague com uma velocidade de grupo própria, como apresentado anteriormente na seção 2.2.1.

Um importante aspecto da dispersão cromática é que pulsos em diferentes comprimentos de onda se propagam com diferentes velocidades na fibra. Este aspecto conduz ao efeito de ultrapassagem (*walk-off*), que desempenha um importante papel na descrição do fenômeno não-linear envolvendo dois ou mais pulsos. Mais especificamente, a interação não-linear entre os dois pulsos ópticos cessa quando o pulso movendo-se mais rápido ultrapassa completamente o pulso mais lento. Matematicamente, essa interação é governada pelo parâmetro de ultrapassagem d<sub>12</sub> definido como (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b):

$$d_{12} = \beta_1(\lambda_1) - \beta_1(\lambda_2) = v_g^{-1}(\lambda_1) - v_g^{-1}(\lambda_2)$$
(3.21)

onde,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são os comprimentos de onda centrais dos dois pulsos e  $\beta_1$  é o inverso da velocidade de grupo.

Um outro parâmetro importante relacionado a essa diferença de velocidades é o comprimento de ultrapassagem (*walk-off length*), L<sub>w</sub>. A partir desta distância de propagação o efeito XPM deixa de existir, pois, os pulso se separam completamente. Sendo assim, o comprimento de ultrapassagem fornece a importância relativa do efeito XPM.

Considerando-se dois pulsos de mesma duração  $T_0$ , propagando-se por canais (freqüências ópticas) diferentes, esse comprimento equivale à distância percorrida na fibra até que um dos pulsos tenha ultrapassado o outro completamente. Ele é dado por (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b):

$$L_{w} = \frac{T_{0}}{d_{12}} = \frac{T_{0}}{\left|\beta_{1}(\lambda_{1}) - \beta_{1}(\lambda_{2})\right|} \cong \frac{T_{0}}{D\Delta\lambda},$$
(3.22)

na qual  $\Delta\lambda$  é o espaçamento, em comprimento de onda, entre canais e D é o parâmetro de dispersão definido na equação (2.65).

A Figura 3.1 mostra a variação de d<sub>12</sub> com  $\lambda_2$  para uma fibra de sílica usando a equação d<sub>12</sub> =  $\beta_1(\lambda_1) - \beta_1(\lambda_2)$  com  $\lambda_1$ = 0,532 µm. No regime de dispersão normal ( $\beta_2$ >0), os pulsos centrados em comprimentos de onda maiores viajam mais rápido, enquanto o oposto ocorre no regime de dispersão anômala. Por exemplo, um pulso em  $\lambda_2$ =1,06 µm, copropagante com um pulso em  $\lambda_1$ =0,532 µm, irá se separar do pulso centrado no comprimento de onda menor em uma taxa de aproximadamente 80 ps/m. Isto corresponde a um comprimento de ultrapassagem L<sub>w</sub> de somente 25 cm, para T<sub>0</sub>= 20 ps. Mais adiante quando se explorar mais esta situação a escolha dos comprimentos de onda ficará clara.



Figura 3.1 -Variação de  $\beta_2$  e d<sub>12</sub> em função do comprimento de onda para uma fibra de sílica. O parâmetro de dispersão  $\beta_2=0$  próximo de 1,27 µm.

Além disto, se  $L_w$  for consideravelmente pequeno, a escolha de um referencial fixo, que acompanhe uma única onda, pode não ser adequada. Nesse caso, a dependência entre a velocidade de grupo e a freqüência deve ser considerada.

Tipicamente, uma fibra monomodo padrão (STDF), que propague pulsos a 10 Gb/s espaçados de 0,8 nm na terceira janela, terá  $L_w \approx 7$  km. Uma fibra de dispersão deslocada (DSF), que propague pulsos com essas mesmas características, terá  $L_W \approx 600$  km.

Neste ponto, é bom se fazer um resumo dos parâmetros definidos até o momento:

- L<sub>D</sub> indica a distância a partir da qual os efeitos dispersivos passam a ser relevantes na propagação.(sistemas monocanal e multicanal).
- $L_{NL}$  indica a distância a partir da qual os efeitos não-lineares passam a ser relevantes na propagação (nesta dissertação, SPM para um sistema monocanal e SPM + XPM para um sistema multicanal).
- $L_W$  indica a distância na qual há interação entre dois canais sob o efeito de XPM. Como esperado, para um sistema monocanal,  $d_{12}$  é zero, o que implica que  $L_W$  é infinito. (Este parâmetro é mais relevante para um sistema multicanal).

Dependendo da magnitude relativa de  $L_W$ ,  $L_D$  e do comprimento da fibra L, a propagação de múltiplos canais terá características diferentes.

Se L é pequeno quando comparado a ambos  $L_W$  e  $L_D$ , os efeitos dispersivos podem ser negligenciados. Isto pode ocorrer quando  $T_0 > 1$  ns e L< 10 m se os comprimentos de onda centrais dos canais adjacentes estão a uma distância um do outro de no máximo 10 nm  $(|d| \sim 10 \text{ ps/m})$ .

Quando se tem um sinal quase CW  $(A(L,T) = \sqrt{P_0} \exp(j\gamma P_0 z))$ , é possível obter-se uma solução estável, a qual é um par de solitons que preservam sua forma sob o efeito da XPM. Se  $L_W < L \ e \ L_D >> L$  (quando o efeito de XPM é relevante), as derivadas de 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> ordem na equação (3.16) podem ser desprezadas e as derivadas primeiras devem ser mantidas. Ainda que o envelope do pulso não se altere, a combinação do descasamento de velocidade de grupo e das não-linearidades induz um *chirp* de freqüência que pode afetar o espectro do pulso drasticamente. Este é o caso geralmente para T<sub>0</sub> ~ 100 ps, L ~ 10 m e |d| < 10 ps/m.

Finalmente para pulsos ultra-curtos ( $T_0 < 10$  ps), a GVD deve ser considerada através da deriva segunda da equação (3.16), e neste caso e a XPM irá afetar ambos o envelope e o espectro do pulso.

Vale a pena lembrar que, por questões didáticas, os efeitos que ocorrem nos regimes de propagação descritos acima foram estudados considerando um sistema com dois canais, mas podem ser facilmente estendidos para um sistema com vários canais, mesmo porque a principal influência para um dado canal é de seus adjacentes (KAMINOW, LI, 2002) (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (AGRAWAL, 2005).

# 3.3 Modulação de Fase Cruzada (XPM)

Considere o caso de um sistema WDM de N canais. O campo óptico total pode ser escrito como:

$$A(z,T) = \sum_{n=1}^{N} A_n(z,T) \exp[j(\omega_n - \omega_{ref})T]$$
(3.23)

Onde  $\omega_n$  é a freqüência da portadora do n-ésimo canal e  $\omega_{ref}$  é uma freqüência de referência escolhida arbitrariamente. É comum escolher uma das freqüências dos canais como freqüência de referência.

Fazendo-se a seguinte normalização,  $T = t - z/v_{gi}$ , na equação (3.13), após alguma manipulação algébrica, tem-se:

$$\frac{\partial A_{i}}{\partial z} + \beta_{1i} \frac{\partial A_{i}}{\partial T} + \frac{j}{2} \beta_{2i} \frac{\partial^{2} A_{i}}{\partial T^{2}} - \frac{1}{6} \beta_{3i} \frac{\partial^{3} A_{i}}{\partial T^{3}} + \frac{\alpha_{i}}{2} A_{i} = j\gamma_{i} \left( \left| A_{i} \right|^{2} + 2\sum_{n \neq i}^{N} \left| A_{n} \right|^{2} \right) A_{i}$$
(3.24)

Onde T é medido em um sistema de referência que se move com a velocidade de grupo  $v_{gi}$ , tal como na equação (3.15).

Em geral, o conjunto de N equações representado pela equação (3.24) deve ser resolvido numericamente. Porém, ele pode ser resolvido analiticamente no caso do feixe propagante ser um sinal CW, cujo campo é dado por  $A_i(L) = \sqrt{P_i} \exp(j\phi_i)$ , onde  $P_i$  é a potência de entrada e o deslocamento de fase não-linear resultante da combinação dos efeitos de SPM e XPM é dado por (KAMINOW,LI,2002) (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (AGRAWAL, 2005):

$$\phi_{i} = \gamma L_{eff} \left( P_{i} + \sum_{n \neq i}^{N} P_{n} \right)$$
(3.25)

A solução CW pode ser aplicada de forma aproximada para sistemas NRZ (*Non-Return to Zero*) operando em taxas de bits relativamente baixas. A fase  $\phi_i$  de um canal específico deveria variar de bit a bit dependendo do padrão de bit dos canais vizinhos. No pior caso, no qual todos os canais têm bit 1 em seus times *slots* simultaneamente, o deslocamento de fase induzido pela XPM será máximo. Se a potência de entrada é considerada a mesma para cada canal, este valor máximo é dado por:

$$\phi_{\text{max}} = (\gamma / \alpha)(2N - 1)P_{\text{ch}}$$
(3.26)

Onde L<sub>eff</sub> foi substituído por 1/ $\alpha$  assumindo que  $\alpha$ L>>1. O deslocamento de fase induzido pela XPM cresce linearmente com N e pode tornar-se muito grande. Este deslocamento de fase foi medido pela primeira vez em 1984 para dois canais (AGRAWAL, 2001b). Dois lasers semicondutores operando próximos de 1,3 µm e 1,5 µm e uma fibra óptica de 15 km de comprimento foram usados. O deslocamento de fase em 1,5 µm, induzido pela onda copropagante em 1,3 µm, foi medido usando um interferômetro. Um valor de  $\phi_{max}$ =0,024 foi encontrado usando uma potência por canal P<sub>ch</sub> de 1mW. Este valor tem uma boa aderência com o valor predito de 0,022 pela equação (3.26).

O deslocamento de fase induzido pela XPM não deveria afetar o desempenho do sistema se o efeito GVD fosse desprezado. Porém, qualquer dispersão na fibra converte variações de fase em flutuações de potência, reduzindo com isso, a relação sinal ruído no receptor. Esta conversão pode ser entendida facilmente notando-se que mudanças na fase dependentes do tempo conduzem ao *chirp* de freqüência que afeta o alargamento induzido pela dispersão do sinal (AGRAWAL, 2001b).

A Figura 3.2 mostra as flutuações de intensidade induzidas pela XPM, quando um pulso de teste CW é lançado na fibra com um canal de bombeio operando na taxa de 10 Gb/s modulado usando o formato NRZ. As flutuações de potência do canal de teste podem chegar a 6% após 320 km de fibra dispersiva. O valor RMS destas flutuações de intensidade do sinal depende da potência do canal, e conseqüentemente pode ser reduzido diminuindo-se a potência por canal. Como uma estimativa grosseira, usando-se a condição  $\phi_{max}$ <1 na equação (3.26), a potência do canal é limitada como abaixo:

$$P_{ch} < \alpha / [\gamma (2N-1)]$$
(3.27)

Para valores típicos de  $\alpha$  e  $\gamma$ , P<sub>ch</sub> deve ser inferior a 10 mW mesmo para 5 canais e reduz-se a menos que 1 mW para mais de 50 canais.



Figura 3.2 - Flutuações de potência induzidas pela XPM em um pulso de teste CW em um enlace de fibra de 320 km(Figura a) e em um enlace de fibra de130 km(Figura b) com gerenciamento de dispersão. Sendo que o feixe de bits do canal de bombeio é mostrado na Figura c (AGRAWAL, 2001b).

A análise da XPM feita até aqui, seção 3.3, ignora os efeitos do descasamento da velocidade de grupo. Na realidade, pulsos pertencentes a canais diferentes viajam em diferentes velocidades e ultrapassam um ao outro em taxas que dependem da sua diferença de comprimento de onda. Visto que a XPM pode ocorrer somente quando os pulsos se sobrepõem no domínio do tempo, seu impacto é consideravelmente reduzido pelo efeito de ultrapassagem (*walk-off*) (KAMINOW, LI, 2002) (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2005).

O efeito de ultrapassagem pode ser descrito da seguinte forma: quando um pulso em um dado comprimento de onda viajando mais rápido passa através de um outro pulso, em um outro comprimento de onda, e viajando com menor velocidade, o *chirp* induzido pela XPM desloca o espectro do pulso primeiro, tanto em direção as freqüências baixas quanto em direção as freqüências altas. No entanto, o deslocamento líquido depende de vários fatores que mudam de uma situação para outra, tais como potência de cada pulso e o sinal do parâmetro de *walk-off* d<sub>k</sub>.

A ultrapassagem de um pulso pelo outro pode ocorrer em 4 situações:

- No regime de dispersão anômala o pulso de menor comprimento de onda é mais rápido, isto é,  $\lambda_1 < \lambda_2 \Rightarrow v_{g1} > v_{g2}$ .
- No regime de dispersão normal o pulso de menor comprimento de onda viaja é mais lento, isto é, λ<sub>1</sub><λ<sub>2</sub> ⇒ v<sub>g1</sub>< v<sub>g2</sub>.
- Em fibras sem perdas, as colisões de dois pulsos são perfeitamente simétricas, resultando em um deslocamento espectral líquido zero, no final da colisão. Já em fibras com perdas, onde normalmente tem-se um sistema de gerenciamento de perdas, com amplificadores concentrados colocados periodicamente ao longo do enlace, variações de potência tornam as colisões entre dois pulsos de canais diferentes assimétricas, resultando em um deslocamento espectral que depende do espaçamento entre os canais. Tal deslocamento de freqüência conduz ao *Jitter* (incerteza no tempo de chegada do pulso) visto que sua magnitude depende do seu padrão de bit (se 1 ou 0) tanto quanto do seu comprimento de onda (AGRAWAL, 2001b), (AGRAWAL, 2005).

Cabe aqui observar que o algoritmo utilizado na implementação do programa desta dissertação de mestrado não inclui o mecanismo de FWM, embora o programa possa ser facilmente adaptado para incluí-lo. Para maiores detalhes sobre o efeito FWM veja o apêndice A.

# 3.4 Efeitos Temporal e Espectral Induzidos Pela XPM

Como foi visto na seção 3.3, quando dois ou mais pulsos de diferentes comprimentos de onda se propagam simultaneamente na fibra, suas fases são afetadas não somente pelo efeito SPM, mas também pelo efeito XPM. Nesta seção se estudará com maiores detalhes o efeito sofrido pelo pulso sob duas condições básicas: quando as condições de propagação permitem que o efeito da dispersão seja desprezado e a analise do problema considera apenas o efeito de XPM, e quando os efeitos dispersivos não podem ser desprezados.

Nos sistemas WDM a fase de cada canal óptico é afetada pela potência média dos outros canais, devido ao efeito XPM (AGRAWAL, BALDECK, ALFANO, 1988) (AGRAWAL,

BALDECK, ALFANO 1989), (AGRAWAL, 2001a), causando com isto interferência (*crosstalk*) entre canais. Por isto é de suma importância estudar-se como o efeito XPM afeta o envelope e o espectro dos pulsos ao longo da propagação.

Por uma questão de simplicidade, os efeitos de polarização são ignorados assumindo-se que os feixes de entrada preservam sua polarização durante a propagação. Fazendo-se N = 2 no conjunto de equações acopladas representado pela equação (3.24), tomando  $\beta_{11}$  como referência ( $\beta_{1ref} = \beta_{11}$ ), e desconsiderando-se as perdas na fibra, obtém-se, após alguma manipulação algébrica, um par de equações acopladas que governa a propagação de duas ondas ao longo da fibra. Tais equações levam em conta os efeitos de descasamento de velocidade de grupo, dispersão, auto-modulação de fase e modulação de fase cruzada:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{j}{2}\beta_{21}\frac{\partial^2 A_1}{\partial T^2} = j\gamma_1 \left( \left| A_1 \right|^2 + 2\left| A_2 \right|^2 \right) A_1$$
(3.28)

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + d \frac{\partial A_2}{\partial T} + \frac{j}{2} \beta_{22} \frac{\partial^2 A_2}{\partial T^2} = j \gamma_2 \left( \left| A_2 \right|^2 + 2 \left| A_1 \right|^2 \right) A_2$$
(3.29)

onde

$$T = t - \frac{z}{v_{g1}} \quad e \quad d = \frac{v_{g1} - v_{g2}}{v_{g1}v_{g2}}, \text{ onde } v_{gi} > 0$$
(3.30)

Sendo que o tempo T é medido em um quadro de referência que está se movendo com o pulso que viaja na velocidade  $v_{g1}$ , isto é, adota-se uma referência de tempo que se move com o pulso 1. O parâmetro d é uma medida do descasamento de velocidade de grupo entre os dois pulsos.

Em geral os dois pulsos podem ter larguras diferentes. Usando a largura do pulso no comprimento de onda  $\lambda_1$  como referência, pode-se calcular o comprimento de ultrapassagem (*walk-off*) L<sub>W</sub> e o comprimento de dispersão L<sub>D</sub> como nas equações a seguir:

$$L_{W} = T_{0} / |\mathbf{d}| \quad \mathbf{e} \quad L_{D} = T_{0}^{2} / |\beta_{21}|$$
 (3.31)

A seguir são discutidas as duas situações de maior interesse prático, as quais são:

1°) As mudanças que os espectros de dois pulsos sofrem, quando se propagam sob os seguintes efeitos: descasamento de velocidade de grupo, auto-modulação de fase e modulação de fase cruzada, isto é, os efeitos dispersivos são desprezados. Neste caso os termos das equações (3.28) e (3.29) que contêm  $\beta_{21}$  e  $\beta_{22}$  são desprezados e as equações resultantes têm solução analítica para pulsos gaussianos.

2°) No segundo caso a única coisa que muda é que os efeitos dispersivos são considerados.

# 3.4.1 Alargamento Espectral Assimétrico

Considerando-se primeiro o caso mais simples ( $L_W < L \ e \ L_D >> L$ ), no qual as derivadas segundas das equações (3.28) e (3.29) podem ser desprezadas. Como os envelopes dos pulsos não mudam na ausência de GVD, as equações (3.28) e (3.29) podem ser resolvidas analiticamente. A solução geral em z =L é dada por:

$$A_1(L,T) = A_1(0,T) \exp(j\phi_1)$$
 e  $A_2(L,T) = A_2(0,T-dL) \exp(j\phi_2)$  (3.32)

Como os pulsos não sofrem dispersão, seus envelopes não mudam durante a propagação, porém, devido ao fato de suas velocidades de grupo serem diferentes, eles apresentarão uma defasagem no final da fibra.

Logo se eu adoto uma referência de tempo que se move com o pulso 1, a amplitude do pulso 2 estará defasada da amplitude do pulso 1 do produto (dL), tal como mostra a equação (3.32).

Onde os deslocamentos de fase não-lineares dependentes do tempo  $\phi_1 e \phi_2$  são:

$$\phi_1(T) = \gamma_1 \left( L |A_1(0,T)|^2 + 2 \int_0^L |A_2(0,T-zd)|^2 dz \right)$$
(3.33)

$$\phi_{2}(T) = \gamma_{2} \left( L |A_{2}(0,T)|^{2} + 2 \int_{0}^{L} |A_{1}(0,T+zd)|^{2} dz \right)$$
(3.34)

Como foi visto no Capítulo 2, quando um pulso se propaga na presença do efeito SPM, a sua fase é dependente de sua própria intensidade. Da mesma forma quando um pulso se propaga na presença do efeito XPM, a sua fase é dependente da intensidade do outros pulsos. Logo, pode-se concluir que o primeiro termo do lado direito da equação (3.33) é devido ao efeito SPM e o segundo termo do lado direito da equação (3.33) tem sua origem no efeito XPM. Além disto, a contribuição do efeito XPM muda ao longo da fibra devido ao fato dos dois pulsos terem velocidades de grupo diferentes. Logo a contribuição total do efeito XPM a fase é obtida integrando-se ao longo do comprimento da fibra, para um dado pulso de entrada. O mesmo pode ser dito sobre a equação (3.34).

As integrais das equações (3.33) e (3.34) são efetuadas especificando-se os envelopes dos pulsos. A título de exemplo, são considerados dois pulsos gaussianos sem *chirp* inicial e de mesma largura T<sub>0</sub> com as seguintes amplitudes iniciais:

$$A_{1}(0,T) = \sqrt{P_{1}} \exp\left(-\frac{T^{2}}{2T_{0}^{2}}\right) \qquad e \qquad A_{2}(0,T) = \sqrt{P_{2}} \exp\left(-\frac{(T-T_{d})^{2}}{2T_{0}^{2}}\right) \qquad (3.35)$$

Onde P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub> são as potências de pico e T<sub>d</sub> é o retardo inicial entre os dois pulsos.

A fase  $\phi_1(T)$  pode ser calculada substituindo a equação(3.35) na equação (3.33):

$$\phi_{1}(T) = \gamma_{1} \left( LP_{1} \exp\left(-\frac{T^{2}}{T_{0}^{2}}\right) + 2P_{2} \int_{0}^{L} \exp\left[-\left(\frac{T - zd - T_{d}}{T_{0}}\right)^{2}\right] dz \right)$$

fazendo u(z)= (T-zd-T<sub>d</sub>)/T<sub>0</sub> e sabendo que  $dz = -\frac{T_0}{d}du$ 

$$u(L) = \frac{T - Ld - T_d}{T_0}$$
 e  $u(0) = \frac{T - T_d}{T_0}$ , tem-se:

$$\phi_{1}(T) = \gamma_{1} \left( LP_{1} \exp\left(-\frac{T^{2}}{T_{0}^{2}}\right) - \frac{2LP_{2}}{\frac{dL}{T_{0}}} \int_{u(0)}^{u(L)} \exp\left(-u^{2}\right) du \right)$$

$$\begin{aligned} \text{lembrando que } \operatorname{erf}(\mathbf{x}) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{\mathbf{x}} \exp(-u^{2}) d\mathbf{u} \Rightarrow \int_{0}^{\mathbf{x}} \exp(-u^{2}) d\mathbf{u} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf}(\mathbf{x}) \\ & \phi_{1}(\mathbf{T}) = \gamma_{1} \left( LP_{1} \exp\left(-\frac{T^{2}}{T_{0}^{2}}\right) - \frac{LP_{2}\sqrt{\pi}}{\frac{dL}{T_{0}}} \left[ \operatorname{erf}(\mathbf{u}(L)) - \operatorname{erf}(\mathbf{u}(0)) \right] \right) \\ & \phi_{1}(\mathbf{T}) = \gamma_{1} \left( LP_{1} \exp\left(-\frac{T^{2}}{T_{0}^{2}}\right) - \frac{LP_{2}\sqrt{\pi}}{\frac{dL}{T_{0}}} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{T - Ld - T_{d}}{T_{0}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{T - T_{d}}{T_{0}}\right) \right] \right) \\ & \phi_{1}(\mathbf{T}) = \gamma_{1} \left( LP_{1} \exp\left(-\frac{T^{2}}{T_{0}^{2}}\right) + \frac{LP_{2}\sqrt{\pi}}{\frac{dL}{T_{0}}} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{T - T_{d}}{T_{0}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{T - Ld - T_{d}}{T_{0}}\right) \right] \right) \\ & fazendo \ \tau = \frac{T}{T_{0}}, \quad \tau_{d} = \frac{T_{d}}{T_{0}} \ e \quad \delta = \frac{dL}{T_{0}}, \ \text{tem-se:} \end{aligned}$$
(3.36)

Neste ponto, é interessante entender fisicamente a definição do parâmetro  $\delta$ . Pode-se observar partir da equação (3.32), que dL é o deslocamento relativo dos pulsos, no referencial de tempo T. Logo, dL/T<sub>0</sub> é este deslocamento normalizado em relação à T<sub>0</sub>, isto é, o deslocamento relativo em  $\tau$ .

Além disto, se é adotada uma referência de tempo que se move com o pulso 1 e  $\delta$  é positivo, então o pulso 2 estará atrasado de  $\delta$  em relação ao pulso 1, no final da fibra. Já para  $\delta$ negativo ocorre o inverso, isto é, o pulso 2 estará adiantado de  $\delta$  em relação ao pulso 1, no final da fibra.

As Figuras 3.5 e 3.6 ilustram estes conceitos, considerando  $\delta$  positivo e negativo, respectivamente. São lançados dois pulsos simultaneamente na fibra com os seguintes parâmetros:  $\gamma_1=80(W/km)$ ,  $\gamma_2/\gamma_1=1.2$ ,  $P_1=100W$ ,  $P_2/P_1=0.5$ ,  $\tau_d=0$ ,  $T_0=10$  ps, L=5m e  $\delta=5$ . O pulso com maior velocidade de grupo (mais rápido), irá se distanciar do pulso com menor velocidade de grupo (mais lento), com uma velocidade de 10 ps por metro de fibra propagado. Além disto, os dois pulsos podem ser lançados na fibra em instantes diferentes, o que irá influenciar no deslocamento relativo entre eles no final da fibra.



Figura 3.3 – (a) evolução temporal e (b) envelopes dos pulsos 1 e 2 no final da fibra. Os parâmetros são  $\gamma_1=80(W/km)$ ,  $\gamma_2/\gamma_1=1.2$ ,  $P_1=100W$ ,  $P_2/P_1=0.5$ ,  $\tau_d=0$ ,  $T_0=10$  ps, L=5m e  $\delta=5$ .





Figura 3.4 – (a) evolução temporal e (b) envelopes dos pulsos 1 e 2 no final da fibra. Os parâmetros são os mesmos da Figura 3.3 exceto pela troca do sinal de  $\delta$ .

$$\phi_1(\tau) = \gamma_1 L \left( P_1 \exp\left(-\tau^2\right) + \frac{P_2 \sqrt{\pi}}{\delta} \left[ erf(\tau - \tau_d) - erf(\tau - \tau_d - \delta) \right] \right)$$
(3.37)

Do mesmo modo a fase  $\phi_2(T)$  pode ser calculada substituindo a equação(3.35) na equação (3.34):

$$\phi_2(T) = \gamma_2 \left( LP_2 \exp\left(-\frac{(T-T_d)^2}{T_0^2}\right) + 2P_1 \int_0^L \exp\left[-\left(\frac{T+zd}{T_0}\right)^2\right] dz \right)$$

fazendo u(z)= (T+zd)/T<sub>0</sub> e sabendo que  $dz = \frac{T_0}{d}du$ 

$$u(L) = \frac{T + Ld}{T_0} \quad e \quad u(0) = \frac{T}{T_0}, \text{ tem-se:}$$
  
$$\phi_2(T) = \gamma_2 \left( LP_2 \exp\left(-\frac{(T - T_d)^2}{T_0^2}\right) + \frac{2LP_1}{\frac{dL}{T_0}} \int_{u(0)}^{u(L)} \exp\left(-u^2\right) du \right)$$
  
$$\phi_2(T) = \gamma_2 \left( LP_2 \exp\left(-\frac{(T - T_d)^2}{T_0^2}\right) + \frac{LP_1 \sqrt{\pi}}{\frac{dL}{T_0}} \left[ \operatorname{erf}(u(L)) - \operatorname{erf}(u(0)) \right] \right)$$

$$\phi_2(T) = \gamma_2 L \left( P_2 \exp\left( -\left(\frac{T - T_d}{T_0}\right)^2 \right) + \frac{P_1 \sqrt{\pi}}{\delta} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{T + Ld}{T_0}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{T}{T_0}\right) \right] \right)$$

fazendo  $\tau = \frac{T}{T_0}$ ,  $\tau_d = \frac{T_d}{T_0}$  e  $\delta = \frac{dL}{T_0}$ , tem-se: (3.38)

$$\phi_2(T) = \gamma_2 L \left( P_2 \exp\left[-\left(\tau - \tau_d\right)^2\right] + \frac{P_1 \sqrt{\pi}}{\delta} \left[ \operatorname{erf}(\tau) - \operatorname{erf}(\tau + \delta) \right] \right)$$
(3.39)

Como discutido na seção 2.2.2, a dependência temporal da fase manifesta-se como um alargamento espectral. Similar ao caso no qual só se tinha o efeito SPM atuando, o espectro de cada pulso é alargado e desenvolve estruturas multipico. Porém, o espectro do pulso é agora governado pela contribuição combinada dos efeitos XPM e SPM a fase do pulso (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (AGRAWAL, 2005).

A Figura 3.5 mostra o espectro dos dois pulsos usando  $\gamma_1$ = 80 (W/km), P<sub>2</sub>/P<sub>1</sub>= 0,5,  $\gamma_2/\gamma_1$ =1.2,  $\tau_d$ =0 e  $\delta$ =5. Os parâmetros correspondem a uma situação experimental na qual um pulso em  $\lambda_1$ = 630 nm com P<sub>1</sub>= 100 W, se propaga na fibra junto com um outro pulso em  $\lambda_2$ =530 nm com P<sub>2</sub>=50 W tal que T<sub>d</sub>=0, T<sub>0</sub>= 10 ps e L= 5m. O aspecto mais digno de nota da Figura 3.5 é a assimetria espectral que é devido somente ao efeito XPM. Na ausência da interação XPM os dois espectros deveriam ser simétricos e exibir menos alargamento. O espectro do pulso 2 é mais assimétrico porque a contribuição é maior para este pulso (P<sub>1</sub>= 2P<sub>2</sub>).

Um fato importante a ser notado nas Figuras 3.7 e 3.8 é que elas foram geradas através da implementação em FORTRAN da solução analítica das equações (3.28) e (3.29), tal como foi feito até aqui e da solução numérica das equações (3.28) e (3.29) utilizando o método BPM. Pode-se observar uma perfeita concordância entre as Figuras geradas analiticamente e as geradas numericamente, o que confirma a precisão do modelo numérico utilizado nesta dissertação de mestrado.



Figura 3.5- Espectro óptico de dois pulsos copropagantes exibindo um alargamento assimétrico induzido pelo efeito XPM. Na Figura (a) temos o espectro do pulso 1 e na Figura (b) temos o espectro do pulso 2. Os parâmetros são  $\gamma_1$ =80 (W/km), P<sub>2</sub>/P<sub>1</sub>= 0.5,  $\gamma_2/\gamma_1$ =1.2,  $\tau_d$ =0 e  $\delta$ =5.

A Figura 3.6 mostra uma situação na qual um pulso em  $\lambda_1$ = 1610 nm com P<sub>1</sub>= 100 W, se propaga na fibra junto com um outro pulso em  $\lambda_2$ =1510 nm com P<sub>2</sub>=50 W. Além disso, os outros parâmetros deste sistema são:  $\gamma_1$  = 3 (W/km), T<sub>d</sub>= 0, T<sub>0</sub>= 10 ps e L = 5m. Os espectros da Figura 3.6 têm o mesmo comportamento quanto ao deslocamento causado pelos efeitos de SPM e XPM que os da Figura 3.7, porém as estruturas multipico são menores, devido ao fato do parâmetro  $\gamma_1$  associado ser menor.



Figura 3.6 - Espectro óptico de dois pulsos copropagantes exibindo um alargamento assimétrico induzido pelo efeito XPM. Na Figura (a) temos o espectro do pulso 1 e na Figura (b) temos o espectro do pulso 2. Os parâmetros são  $\gamma_1=3$  (W/km),  $P_2/P_1=0.5$ ,  $\gamma_2/\gamma_1=1.06$ ,  $T_0=10$  ps,  $\tau_d=0$  e  $\delta=5$ .
Um entendimento qualitativo dos aspectos espectrais vistos na Figura 3.5 pode ser desenvolvido a partir dos *chirps* de freqüência induzidos pelo XPM nos pulsos 1 e 2:

$$\Delta v_1 = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi_1}{\partial T} = \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial T} = -\frac{1}{2.\pi T_0} \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} \text{, onde } v_1 = \omega_1 / 2\pi$$

e lembrando que  $\frac{\partial}{\partial x}$  erf(x = a) =  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$  exp(-a<sup>2</sup>)

$$\Delta v_{1}(\tau) = \frac{\gamma_{1}L}{2T_{0}\pi} \left( (-2)P_{1}\tau \exp(-\tau^{2}) + \frac{2P_{2}}{\delta} \left[ \exp(-(\tau - \tau_{d})^{2}) - \exp(-(\tau - \tau_{d} - \delta)^{2}) \right] \right)$$

$$\Delta v_{1}(\tau) = \frac{\gamma_{1}L}{2T_{0}\pi} \left( P_{1}\tau \exp(-\tau^{2}) - \frac{P_{2}}{\delta} \left[ \exp(-(\tau - \tau_{d})^{2}) - \exp(-(\tau - \tau_{d} - \delta)^{2}) \right] \right) (3.40)$$

Da mesma forma

$$\Delta v_{2}(\tau) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi_{2}}{\partial T} = \frac{\partial \phi_{2}}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial T} = -\frac{1}{2.\pi T_{0}} \frac{\partial \phi_{2}}{\partial \tau} , \text{ onde } v_{2} = \omega_{2}/2\pi$$
$$\Delta v_{2}(\tau) = -\frac{\gamma_{2}L}{2\pi T_{0}} \left( P_{2}(-2)\tau \left( -(\tau - \tau_{d})^{2} \right) + \frac{2P_{1}}{\delta} \left[ \exp(-(\tau)^{2} - \exp(-(\tau + \delta)^{2}) \right] \right)$$

$$\Delta v_2(\tau) = \frac{\gamma_2 L}{\pi T_0} \left( P_2 \tau \exp(-(\tau - \tau_d)^2) - \frac{P_1}{\delta} \left[ \exp(-(\tau)^2) - \exp(-(\tau + \delta)^2) \right] \right)$$
(3.41)

Para valores positivos de  $\delta$ , o *chirp* é maior próximo à frente do pulso para o pulso 1 enquanto o oposto ocorre para o pulso 2. A frente e a cauda do pulso contêm componentes de freqüência baixas e altas, respectivamente, o espectro do pulso 1 é deslocado na direção das freqüências baixas, isto é, para a esquerda, enquanto o espectro do pulso 2 é deslocado na direção das freqüências mais altas, isto é, para a direita. Isto é precisamente o que acontece na Figura 3.7. O espectro do pulso 2 desloca-se mais porque a contribuição XPM é maior para ele quando P<sub>1</sub>>P<sub>2</sub>.

Os aspectos qualitativos do alargamento espectral podem ser muito diferentes se os dois pulsos não se sobrepõem inicialmente, mas têm um retardo de tempo relativo (AGRAWAL, BALDECK, ALFANO, 1988), (AGRAWAL, BALDECK, ALFANO, 1989), (AGRAWAL,

2001a). Para isolar o efeito XPM, é usual considerar a configuração denominada bombeioteste, onde se assume que a potência do canal de bombeio é muito maior que a do canal de teste ( $P_1 \ll P_2$ ). É fácil concluir que no pulso de bombeio o efeito SPM é muito mais intenso que o XPM, já no pulso de teste o efeito XPM é muito mais intenso que o SPM. De maneira simplificada, o pulso de bombeio é quem causa o efeito XPM e o pulso de teste é quem sofre o efeito XPM.

A condição  $P_1 << P_2$ , chamada de configuração bombeio-teste, nos leva a uma situação interessante do ponto de vista didático. Nesta configuração, o efeito SPM será dominante em relação ao XPM na propagação do pulso 2, pois a potência do pulso 2 é muito maior que a do canal adjacente. Já na propagação do pulso 1, o efeito XPM será dominante em relação ao SPM, pois a potência do canal adjacente é muito maior que a potência do pulso 1.

O *chirp* de freqüência causado pelo pulso de bombeio no pulso de teste é obtido a partir da equação (3.40) fazendo as seguintes simplificações:

$$\Delta v_1(\tau) = \frac{\gamma_1 L}{T_0 \pi} \left( P_1 \tau \exp\left(-\tau^2\right) - \frac{P_2}{\delta} \left[ \exp\left(-(\tau - \tau_d)^2\right) - \exp\left(-(\tau - \tau_d - \delta)^2\right) \right] \right)$$

que pode ser reescrita como:

$$\Delta v_{1}(\tau) = \frac{\gamma_{1} P_{2} L}{T_{0} \pi} \left( \frac{P_{1}}{P_{2}} \tau \exp\left(-\tau^{2}\right) - \frac{1}{\delta} \left[ \exp\left(-(\tau - \tau_{d})^{2}\right) - \exp\left(-(\tau - \tau_{d} - \delta)^{2}\right) \right] \right)$$
  

$$\Delta v_{1}(\tau) = \frac{\gamma_{1} P_{2} L}{T_{0} \pi} \left( -\frac{1}{\delta} \left[ \exp\left(-(\tau - \tau_{d})^{2}\right) - \exp\left(-(\tau - \tau_{d} - \delta)^{2}\right) \right] \right)$$
  

$$\Delta v_{1}(\tau) = -\frac{\gamma_{1} P_{2} L}{T_{0} \pi \delta} \left[ \exp\left[-(\tau - \tau_{d})^{2}\right] - \exp\left[-(\tau - \tau_{d} - \delta)^{2}\right] \right)$$
  

$$\Delta v_{1}(\tau) = -\operatorname{sgn}(\delta) \Delta v_{1\max} \left[ \exp\left[-(\tau - \tau_{d})^{2}\right] - \exp\left[-(\tau - \tau_{d} - \delta)^{2}\right] \right)$$
(3.42)

Onde  $\Delta v_{1max}$  é o *chirp* de freqüência máximo induzido pelo XPM e é dado pela equação (3.43) :

$$\Delta v_{1\max} = \frac{\gamma_1 P_2 L}{\pi T_0 |\delta|} = \frac{\gamma_1 P_2 L_W}{\pi T_0}$$
(3.43)

Note que  $\Delta v_{1max}$  é determinado pelo comprimento de ultrapassagem ao invés do comprimento da fibra. Isto é esperado porque a interação XPM ocorre durante o tempo no qual os dois pulsos se sobrepõem.

A equação (3.42) mostra que o *chirp* induzido pelo XPM pode variar significativamente ao longo do pulso de teste se  $\tau_d$  e  $\delta$  têm sinais opostos. Como resultado, o espectro do pulso de teste pode ter aspectos qualitativamente diferentes dependendo dos valores relativos de  $\tau_d$  e  $\delta$ . Considere, por exemplo, o caso no qual o pulso de bombeio viaja mais rápido que o pulso de teste ( $\delta$ <0) e está inicialmente atrasado( $\tau_d \ge 0$ ).

A Figura 3.7 mostra o espectro do pulso de teste (centrado em  $\lambda_2 = 630$  nm), sua fase  $\phi_1(\tau)$  e seu *chirp* para  $\delta = -4$  e  $\tau_d = 0$ , 2 e 4. Além disso,  $T_0 = 10$  ps tanto para o pulso de bombeio(centrado em  $\lambda_1 = 530$  nm) quanto para o pulso de teste, o descasamento da velocidade de grupo d = -10 ps/m e L = 4 m.

É interessante notar que a escolha dos valores para  $\delta \in \tau_d$  da Figura 3.7 não foi aleatória. Pelo que se estudou até aqui, sabe-se que quando d = -10 ps/m os pulsos se afastam ou se aproximam, dependendo do caso, 10 ps a cada 1m de propagação na fibra. Além disso, quando T<sub>0</sub> = 10 ps, T<sub>d</sub> =  $\tau_d T_0 = 0$ , 20 e 40 ps, para os valores de  $\tau_d$  da Figura 3.7.

#### Logo para:

1)  $T_d = 0$  ps os dois pulsos irão partir sobrepostos e interagir durante o primeiro metro de propagação(pois L<sub>W</sub>=1), separando-se e deixando de interagir depois.

2)  $T_d = 20$  ps os dois pulsos irão partir separados 20 ps um do outro, se aproximarão 10 ps um do outro a cada metro de propagação, irão se encontrar após dois metros de propagação e interagir durante 1m(pois  $L_W = 1m$ ).

3)  $T_d = 40$  ps os dois pulsos irão partir separados 40 ps um do outro, se aproximarão 10 ps um do outro a cada metro de propagação, irão se encontrar e interagir após se propagarem 4m (no final da fibra).

A Figura 3.7 mostra o espectro, a amplitude, o deslocamento de fase e o *chirp* para o pulso de teste. Os valores de  $\delta$  e  $\tau_d$  são os anteriores. O espectro do pulso de teste na Figura 3.7 é

deslocado em direção as freqüências baixas do espectro de freqüências com uma assimetria intensa para  $\tau_d = 0$ . Para  $\tau_d = 2$ , ele torna-se simétrico enquanto para  $\tau_d = 4$  ele é ainda assimétrico com um deslocamento em direção às freqüências altas. De fato, os espectros em  $\tau_d = 0$  e  $\tau_d = 4$  são imagens espelhadas um do outro próximo à freqüência central  $v_1 = \omega_1/2\pi$ .









Figura 3.7 – Espectro óptico , fase e chirp de freqüência para um pulso de teste copropagando com um pulso de bombeio que é mais rápido ( $V_{gbombeio} > V_{gteste}$ ). O envelope do pulso de teste é mostrado pela linha preta. As Figuras 3.7(a), 3.7(b) e 3.7(c) correspondem a  $\tau_d$ = 0, 2 e 4, respectivamente.

O espectro do pulso de teste pode ser entendido fisicamente considerando-se o *chirp* induzido pelo XPM nas primeiras Figuras de 3.7(a), 3.7(b), e 3.7(c). Para  $\tau_d = 0$ , o *chirp* é positivo ao longo de todo pulso de teste, e o chirp máximo ocorre no centro do pulso. Isto está em contraste ao caso SPM (mostrado na Figura 2.6) onde o chirp é negativo próximo a frente do pulso, zero no centro, e positivo próximo a cauda. As diferenças entre os casos SPM e XPM são devido ao descasamento da velocidade de grupo. Quando  $\tau_d = 0$ , o pulso de teste (mais lento) interage principalmente com a cauda do pulso de bombeio. Como resultado, o chirp induzido pelo XPM é positivo e o espectro do pulso de teste tem somente componentes de freqüência alta. Quando  $\tau_d = 4$ , o pulso de bombeio alcançará o pulso de teste somente no final da fibra. Sua frente interage com o pulso de teste; o chirp de freqüência é por esta razão negativo e o espectro é deslocado em direção as freqüências baixas. Quando  $\tau_d = 2$ , o pulso de bombeio tem tempo não só para alcançar, mas para passar através do pulso de teste de um modo simétrico. O chirp é zero no centro do pulso, similar ao caso SPM. Porém, sua magnitude é consideravelmente pequena ao longo de todo pulso. Como resultado o espectro do pulso de teste é simetricamente alargado, mas sua cauda contém uma quantidade de energia relativamente pequena. O espectro do pulso de teste neste caso simétrico depende muito fortemente da razão L/L<sub>W</sub>. Se L/L<sub>W</sub> = 2 com  $\tau_d$  = 1, o espectro é alargado com uma quantidade de estrutura multipico consideravelmente maior. Por outro lado, se L>>L<sub>w</sub>, o espectro de teste permanece virtualmente inalterado (AGRAWAL, BALDECK, ALFANO, 1988), (AGRAWAL, BALDECK, ALFANO, 1989), (AGRAWAL, 2001a).

O *chirp* de freqüência para um dado retardo de tempo é obtido maximizando-se  $\Delta v_1(\tau)$ . O máximo ocorre próximo de  $\tau = 0$ , e o deslocamento de freqüência é dado por:

$$\Delta v_1 = \Delta v_{\max} \left\{ \exp(-\tau_d^2) - \exp[-(\tau_d + \delta)^2] \right\}$$
(3.44)

onde  $\delta \approx -4$  para os valores experimentais dos parâmetros com T<sub>0</sub>  $\approx 20$  ps. A equação (3.44) mostra que o deslocamento máximo ocorre para  $\tau_d = 0$  e  $\tau_d = 4$ , enquanto o deslocamento desaparece para  $\tau_d = 2$ . A Figura 3.8 mostra o *chirp* de freqüência, sofrido por um pulso de teste, em função do retardo entre ele e o pulso de bombeio, a partir da equação (3.44).



Figura 3.8 - *Chirp* de freqüência de um pulso de teste de comprimento de onda central igual a 530 nm como função do retardo de tempo do pulso de bombeio centrado em 1060 nm, para  $\delta = -4$  (a),  $\delta = -2$  (b),  $\delta = 2$  (c) e  $\delta = 4$  (d). Os parâmetros deste sistema são: largura dos pulsos(T<sub>0</sub>) = 20 ps , L = 1m .

A Figura 3.9 mostra o *chirp* de freqüência em função da potência do canal de bombeio, a partir da equação (3.43). Como esperado, a relação é linear.



Figura 3.9 – Deslocamento de comprimento de onda (induzido pelo XPM) de um pulso de teste centrado em 530 nm como função da potencia de pico de um pulso de bombeio centrado em 1060 nm copropagante, no caso de não haver retardo inicial ( $T_d = 0$ ) entre os dois pulsos.

### 3.4.2 Mudanças Temporais Assimétricas

Na discussão anterior o comprimento de dispersão  $L_D$  foi considerado muito maior que o comprimento da fibra (regime de propagação II). Como resultado, o envelope de ambos os pulsos não mudou durante a propagação através da fibra. Se  $L_D$  tornar-se comparável a L ou ao comprimento de ultrapassagem  $L_W$ , os efeitos combinados XPM, SPM e GVD podem conduzir a mudanças temporais qualitativamente novas que acompanham as mudanças espectrais discutidas anteriormente. Como agora as equações (3.28) e (3.29) não têm solução analítica, estas mudanças temporais serão estudadas resolvendo-se a equação (3.24) numericamente, para N = 2,  $\beta_{3i} = 0$  e  $\alpha = 0$ , utilizando-se o modelo numérico utilizado no item 4.1.1, para gerar as Figuras 3.7, 3.8 e 3.9. É usual introduzir o seguinte esquema de normalização (KAMINOW, LI, 2002) (AGRAWAL, 2001a), (AGRAWAL, 2001b), (AGRAWAL, 2005):

$$\xi = \frac{z}{L_{\rm D}}$$
,  $\tau = \frac{t - z/v_{\rm g1}}{T_0}$ ,  $U_{\rm j} = \frac{A_{\rm j}}{\sqrt{P_{\rm j}}}$  (3.45)

após alguma manipulação algébrica o conjunto de equações acopladas representado pela equação (2.118) pode ser reescrito como a seguir:

$$\frac{\partial U_1}{\partial \xi} + \operatorname{sgn}(\beta_{21}) \frac{j}{2} \frac{\partial^2 U_1}{\partial \tau^2} = j N^2 \left( |U_1|^2 + 2|U_2|^2 \right) U_1$$
(3.46)

$$\frac{\partial U_2}{\partial \xi} + \frac{L_D}{L_W} \frac{\partial U_2}{\partial \tau} + \frac{j}{2} \frac{\beta_{22}}{\beta_{21}} \frac{\partial^2 U_2}{\partial \tau^2} = j N^2 \frac{\omega_2}{\omega_1} \left( \left| U_2 \right|^2 + 2 \left| U_1 \right|^2 \right) U_2$$
(3.47)

O parâmetro N é definido como:

$$N^{2} = \frac{L_{D}}{L_{NL}} = \frac{\gamma_{1}P_{1}T_{0}^{2}}{|\beta_{21}|}$$
(3.48)

As perdas na fibra têm sido desprezadas assumindo que  $\alpha_j L \ll 1$  para j =1,2. O segundo termo da equação (3.47) leva em conta o descasamento da velocidade de grupo entre os dois pulsos. A escolha do sinal positivo ou negativo depende do sinal do parâmetro d definido na equação (3.30).

Para isolar o efeito XPM e investigar melhor seu efeito, é útil considerar novamente a configuração bombeio-teste. Assumindo  $|U_2|^2 \ll |U_1|^2$ , pode-se desprezar o termo que contem  $|U_2|^2$  nas equações (3.46) e (3.47). A propagação do pulso de bombeio, governada pela equação (3.46), não é afetada pelo pulso de teste. A propagação do pulso de teste é, porém, afetada consideravelmente pela presença do pulso de bombeio por causa do XPM. A equação (3.47) governa os efeitos combinados do XPM e do GVD no envelope e espectro do pulso de teste. Estas equações podem ser resolvidas numericamente usando o método BPM descrito na seção 2.3.

A Figura 3.10 mostra o envelope e o espectro dos pulsos de bombeio e teste em  $\xi = 0,4$  para  $N = 10, \lambda_1/\lambda_2 = 1,2$  e  $\beta_{22} \approx \beta_{21} > 0$ . Ambos os pulsos no começo da fibra eram gaussianos e de mesma largura sem retardo inicial entre eles. O pulso de bombeio viaja mais rápido que o pulso de teste (d>0). O envelope e o espectro do pulso de bombeio têm aspectos resultantes dos efeitos combinados do SPM e do GVD (ver item 2.2.3). Por outro lado, o envelope e o espectro do pulso de teste e de bombeio na ausência de GVD; o alargamento assimétrico do espectro do pulso de teste em direção as freqüências

altas na ausência de GVD é discutido na seção 3.4.1. O efeito do GVD é reduzir a extensão da assimetria; uma parte da energia do pulso é agora transportada pelas componentes de freqüência baixas (ver Figura 3.10).



Figura 3.10 – Envelopes do pulso de teste (a) e do pulso de bombeio (b) e Espectros do pulso de teste(c) e do pulso de bombeio(d) em  $\xi = 0.4$ .

O aspecto mais notável do efeito GVD é visto no envelope do pulso de teste na Figura 3.10. Na ausência de GVD, o envelope permanece inalterado, pois o XPM afeta somente a fase óptica. Porém, quando GVD está presente, partes diferentes do pulso de teste propagam-se em diferentes velocidades por causa do *chirp* induzido pelo XPM que é imposto pelo pulso de bombeio. Isto resulta em um envelope assimétrico com um número considerável de estruturas oscilatórias (AGRAWAL, BALDECK, ALFANO, 1988), (AGRAWAL, BALDECK, ALFANO, 1988), (AGRAWAL, BALDECK, ALFANO, 1989), (AGRAWAL, 2001a). O pulso de teste desenvolve oscilações rápidas próximo à sua cauda enquanto à frente quase não é afetada. Estas oscilações são devido ao fenômeno da perturbação da onda óptica, discutido no item 2.2.4.2. Lá, a combinação do SPM

e do GVD resulta nas oscilações nas extremidades do pulso (ver Figura 2.8). Aqui, é a combinação do XPM e do GVD é que resulta em oscilações na cauda do pulso de teste.

Os aspectos vistos na Figura 3.10 podem ser entendidos qualitativamente notando que o *chirp* induzido pelo XPM é máximo no centro do pulso (ver a Figura 3.7a). O efeito combinado do *chirp* de freqüência e do GVD positivo é desacelerar o pico do pulso de teste em relação à cauda. A quebra da onda óptica induzido pelo XPM ocorre porque o pico do pulso atrasa e interfere com a cauda. Isto pode ser entendido notando que o pulso de bombeio, o qual é mais rápido, interage principalmente coma cauda do pulso de teste. De fato, se os comprimentos de onda de bombeio e de teste forem revertidos de modo que pulso de bombeio passe a ser o mais lento e interaja, principalmente, com a frente, as oscilações se desenvolveriam próximo a frente do pulso, pois o *chirp* induzido pelo XPM aceleraria o pico do pulso de teste com relação a sua cauda. O efeito do retardo inicial entre os pulsos de teste e bombeio pode conduzir a aspectos qualitativamente muito diferentes para a propagação sob o efeito do XPM e da GVD quando comparados com aqueles mostrados na Figura 3.7.



Figura 3.11 – Espectro dos pulsos de teste (a) e de bombeio (b) sob condições idênticas àquelas da Figura 3.13, exceto que a GVD é desprezada. Os envelopes dos pulsos não são mostrados pois eles não se alteram.

### 3.5 Conclusão

Neste capítulo foi estudada a equação de propagação que governa a propagação vários canais sob os seguintes efeitos: atenuação, dispersão, auto-modulação de fase, descasamento da velocidade de grupo, modulação de fase cruzada.

Em seguida, analisou-se o descasamento da velocidade de grupo, que indica o afastamento em ps por metro propagado na fibra, e por meio deste parâmetro se definiu o comprimento de fibra durante o qual os canais adjacentes interagem. Também se viu, que quanto maior o espaçamento entre os canais ópticos, menor será o tempo interação entre os canais adjacentes e com isso menor será a interferência devido a modulação de fase cruzada.

Por fim se estudou a modulação de fase cruzada, onde se viu que quando dois pulsos de comprimentos de onda diferentes se propagam simultaneamente na fibra, suas fases são afetadas não somente pela SPM, mas também pela XPM. Os efeitos XPM são muito importantes para sistemas WDM visto que a fase de cada canal é afetada pela potência dos canais adjacentes. Além disto verificou-se que a dispersão converte flutuações de amplitude em variações de fase, afetando consideravelmente a relação sinal/ruído.

## 4 SIMULADOR WDM

O desenvolvimento de projetos criteriosos, assim como a análise e otimização de desempenho de redes WDM modernas, requerem a disponibilidade de algoritmos numéricos robustos e a realização de extensivas simulações. A propagação de sinais ópticos em fibra é governada pela bem conhecida Equação Não-Linear de Schrödinger (NLSE) (AGRAWAL, 2001a). Na maioria dos casos práticos, esta equação não admite solução analítica, exigindo o emprego de aproximações numéricas, como, por exemplo, o Método da Propagação de Feixes (BPM) (AGRAWAL, 2001a).

Vale relembrar que, devido ao custo elevado da fibra óptica e dos equipamentos ópticos, é extremamente valioso, para não dizer necessário, se fazer simulações computacionais extensivas, antes de se implementar um projeto de uma rede óptica. Logo a possibilidade de se ter um software próprio capaz de atender a estas necessidades é muito interessante.

Nos capítulos anteriores, apresentou-se um simulador WDM baseado na solução numérica de um conjunto de NLSE acopladas, para a análise da propagação de pulsos em fibra óptica dispersiva, não-linear e com perdas. O algoritmo incluiu os efeitos de dispersão, SPM e XPM. O mecanismo de FWM não foi considerado, embora o simulador possa ser facilmente adaptado para incluí-lo. Agora, as alterações impostas pelos efeitos SPM e XPM na forma temporal (envelope) e no espectro de um trem de pulsos curtos, em diferentes condições iniciais de propagação, são investigadas através de simulações numéricas.

Na **seção 4.1** se faz a revisão de alguns conceitos básicos, essenciais para o entendimento das simulações. Na **seção 4.2** se analisa a propagação de dois pulsos, variando-se suas respectivas

potências. Na **seção 4.3** se analisa a propagação de dois pulsos, variando-se seus retardos relativos. Na **seção 4.4** se analisa a propagação de dois pulsos, variando-se o parâmetro  $\delta$  definido na equação 3.36. Na seções 4.2, 4.3 e 4.4 se desconsidera a dispersão. Logo na **seção 4.5** se analisa as mesmas condições de propagação da seção 4.2, porém, considerando-se a dispersão. Na **seção 4.6** analisa-se a propagação de 4 pulsos variando a razão entre L<sub>w</sub> e L<sub>D</sub>. Na **seção 4.7**, a título de ilustração, são investigadas duas situações relacionadas à geração de pulsos a partir de ondas CW usando XPM. Por fim na **seção 4.8** são apresentadas conclusões.

#### 4.1 Conceitos Básicos

As Figuras apresentadas a seguir foram geradas a partir do programa que foi implementado como parte do trabalho desta dissertação de mestrado. Apesar do programa ser capaz de simular os efeitos GVD, SPM e XPM para um sistema de N canais, utiliza-se um sistema de dois canais por uma questão de didática.

Antes de se começar a analisar as Figuras resultantes das simulações, é interessante relembrar alguns conceitos importantes:

- Tanto o efeito SPM quanto o XPM produzem as estruturas multipico no espectro do pulso, vistas nas Figuras apresentadas até aqui, porém quando o efeito SPM é dominante em relação ao XPM o espectro do pulso é simétrico. Já quando o efeito XPM é dominante em relação ao SPM o espectro do pulso sofre um deslocamento na direção da freqüência do pulso adjacente.
- 2) Outro fato importante é que a interação entre os dois, responsável pelos efeitos SPM e XPM, ocorre somente durante uma distância conhecida como comprimento de ultrapassagem (L<sub>W</sub>), a qual via de regra é pequena quando comparada com o tamanho do enlace. Logo o efeito XPM não será muito degradante ao sistema na prática.
- Vale lembrar, que no regime de dispersão normal (D < 0), o pulso centrado no maior comprimento de onda viaja mais rápido e no regime de dispersão anômala (D > 0), o pulso centrado no menor comprimento de onda viaja mais rápido.
- 4) Da definição do descasamento da velocidade de grupo (d) dada pela equação (3.30), podese deduzir que: d > 0 para  $v_{g1} > v_{g2}$ , d < 0 para  $v_{g1} < v_{g2}$  e d = 0 para  $v_{g1} = v_{g2}$ .

5) Adotando-se uma referência de tempo que se move com o pulso 1 (centrado em  $\lambda_1$ ). Se  $v_{g1} > v_{g2}$  e  $\tau_d = 0$ , o pulso 2 (centrado em  $\lambda_2$ ) se afasta do pulso 1 no sentido positivo do eixo do tempo (T/T<sub>0</sub>), tal como na Figura 3.12. Os valores de  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são escolhidos de tal forma que se tenha o regime de propagação normal e o descasamento da velocidade de grupo entre os dois pulsos seja acentuada.



Figura 4.1- evolução temporal de dois pulsos centrados em  $\lambda_1$ = 630 nm e  $\lambda_2$ = 530 nm.

6) Adotando-se uma referência de tempo que se move com o pulso 1 (centrado em  $\lambda_1$ ). Se  $v_{g1} < v_{g2} e \tau_d = 0$ , o pulso 2 (centrado em  $\lambda_2$ ) se afasta do pulso 1 no sentido negativo do eixo do tempo (T/T<sub>0</sub>), tal como na Figura 4.2. Os valores de  $\lambda_1 e \lambda_2$  são escolhidos de tal forma que se tenha o regime de propagação anômala e o descasamento da velocidade de grupo entre os dois pulsos seja acentuada.



Figura 4.2 - evolução temporal de dois pulsos centrados em  $\lambda_1$ =1610 nm e  $\lambda_2$ = 1510 nm.

## 4.2 Variação da razão entre P1 e P2

#### a) Tabela 1

A Tabela 1 reúne o conjunto de parâmetros usados nas simulações correspondentes as Figuras 1 a 5. O principal objetivo é avaliar a influencia dos efeitos SPM e XPM, o que é feito variando-se a razão entre potências de pico  $P_1$  e  $P_2$ , para  $P_1$  fixo e igual a 100W.

É importante destacar que os números usados na Tabela 1: potências muito elevadas, comprimentos de onda na região visível e coeficientes não-lineares elevados têm por objetivo acentuar os efeitos XPM e SPM, escolhendo-se parâmetros adequados para melhor visualização e entendimento. Ou seja, não se está comprometido com sistemas reais e sim com o entendimento dos mecanismos que governam a propagação multicanal. Essa etapa é fundamental para o posterior projeto de sistemas.

Tabela 1								
	Simulação 1	Simulação 2	Simulação 3	Simulação 4	Simulação 5			
Nº de canais	2	2	2	2	2			
$\lambda_1$ (nm)	630	630	630	630	630			
$\lambda_2$ (nm)	530	530	530	530	530			
P2/P1	0.1	0.5	1	2	10			
$\tau_d (T_d/T)$	0	0	0	0	0			
$\delta (d \times L/T_0)$	5	5	5	5	5			
P1(W)	100	100	100	100	100			
$\lambda_0$ (nm)	1270	1270	1270	1270	1270			
T <sub>0</sub> (ps)	10	10	10	10	10			
S [ps/(km-nm <sup>2</sup> )]	0	0	0	0	0			
α(dB/km)	0	0	0	0	0			
$\gamma_1$ (1/W-km)	80	80	80	80	80			
$\gamma_2 = \gamma_1 \times (\lambda_1 / \lambda_2)$	96	96	96	96	96			
$\beta_2 (ps^2/km)$	0	0	0	0	0			
$\mathbf{L}_{\mathrm{D}} = T_0^2 /  \boldsymbol{\beta}_2 $	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$			
$L_{NL}(\lambda_1)=1/\gamma_1 P_1(m)$	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125			
$L_{\rm NL}(\lambda_2)=1/\gamma_2 P_2(m)$	1.04	0.21	0.104	0.052	0.01			
L <sub>W</sub> (m)	1	1	1	1	1			
L (m)	5	5	5	5	5			

Vale a pena comentar os valores escolhidos para alguns parâmetros da Tabela:

- β<sub>2</sub> = 0, pois quer-se analisar a propagação multicanal sob a influência apenas dos efeitos XPM e SPM. Como conseqüência do fato de β<sub>2</sub> ser zero, L<sub>D</sub> é infinito, ou seja, o comprimento a partir do qual a dispersão passa a ser considerável é muito maior(infinito) que o comprimento da fibra.
- L<sub>w</sub> < L ⇒ O comprimento durante o qual irá ocorrer a interação XPM entre os dois pulsos é menor que o comprimento da fibra. Logo o efeito XPM é importante para esta propagação.
- Os valores escolhidos para  $\beta_2$  e  $L_w$  são devido ao fato que se deseja analisar a propagação apenas sob o efeito XPM.
- τ<sub>d</sub> = 0, pois não se está interessado, por enquanto, em analisar como o retardo relativo entre os dois pulsos influência o *chirp* de freqüência.
- T<sub>0</sub> é o mesmo para os dois pulsos, pois, a diferença de largura inicial irá influenciar pouco no resultado final. Como pode ser verificado na equação (3.40) a parte relativa ao pulso de bombeio é que irá determinar o *chirp* de freqüência.
- Como δ = d×L/T<sub>0</sub>, d é calculado segundo a equação (3.30) e no regime de dispersão normal v<sub>g1</sub> > v<sub>g2</sub> ⇒ d > 0 ⇒ δ > 0.
- Como  $L_{NL}(\lambda_2)=1/\gamma_2 P_2$  na medida em que  $P_2/P_1$  e conseqüentemente  $P_2$  varia,  $L_{NL}(\lambda_2)$  também varia.







Figura 4.3 – Figuras relativas a simulação 1.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem ao longo da propagação. Isto pode ser visto na Figura 4.3f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação.

3) Como se pode observar na Figura 4.3c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.3a, pois, o espectro do pulso 1 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4) Como pode ser constatado na Figura 4.3d o *chirp* de freqüência é positivo durante todo o pulso logo o espectro do pulso 2 será totalmente deslocado para a direita como pode ser constatado na Figura 4.3b.

5)  $\delta = 5 \Rightarrow$  que a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser observado na Figura 4.3e.

$$\Delta v_{2 \max} = -\frac{\gamma_2 P_1 L}{\pi T_0 |\delta|} = -\frac{80 \times 10^{-3} \times 100 \times 5}{3.14 \times 10 \times 10^{-12} \times 5} = -\frac{40}{1.57 \times 10^{-10}} = -0.25 \times 10^{12} \,\mathrm{Hz}$$





Figura 4.4 – Figuras relativas a simulação 2.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.4f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação

3) Como se pode observar na Figura 4.4c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a 1ª metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, sendo o *chirp* negativo um pouco mais intenso que o positivo, o que resulta num *chirp* final negativo, logo o espectro do pulso 1 sofre um pequeno deslocamento para a esquerda, como pode ser constatado na Figura 4.4a.

4) Como se pode observar na Figura 4.4d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante o inicio do pulso e positivo durante a maior parte do pulso, sendo o *chirp* positivo bem mais intenso que o negativo, o que resulta num *chirp* final positivo, logo o espectro do pulso 2 sofre um grande deslocamento para a direita, como pode ser constatado na Figura 4.4b.

5)  $\delta = 5 \Rightarrow$  que a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser observado na Figura 4.4e.





Figura 4.5 – Figuras relativas a simulação 3.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.5e.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação

3) Como se pode observar na Figura c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, sendo o *chirp* negativo bem mais intenso que o positivo, o que resulta num *chirp* final negativo, logo o espectro do pulso 1 sofre um grande deslocamento para a esquerda, como pode ser contatado na Figura 4.5a.

4) Como se pode observar na Figura 4.5d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a 2<sup>a</sup> metade do pulso, sendo o *chirp* positivo bem mais intenso que o negativo, o que resulta num *chirp* final positivo, logo o espectro do pulso 2 sofre um grande deslocamento para a direita, como pode ser constatado na Figura 4.5b.

5)  $\delta = 5 \Rightarrow$  que a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser observado na Figura 4.5e.







Figura 4.6 – Figuras relativas a simulação 4.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.6f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1° metro de propagação

3) Como se pode observar na Figura 4.6c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a maior parte do pulso e positivo durante um pequeno trecho no final do pulso, sendo o *chirp* negativo bem mais intenso que o positivo, o que resulta num *chirp* final negativo, logo o espectro do pulso 1 sofre um grande deslocamento para a esquerda, o que pode ser constatado na Figura 4.6a.

4) Como se pode observar na Figura 4.6d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a 2<sup>a</sup> metade do pulso, sendo o *chirp* positivo um pouco mais intenso que o negativo, o que resulta num *chirp* final positivo, logo o espectro do pulso 2 sofre um pequeno deslocamento para a direita, o que pode ser contatado na Figura 4.6b.

5)  $\delta = 5 \Rightarrow$  que a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser observado na Figura 4.6e.





Figura 4.7 – Figuras relativas a simulação 5.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.7f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação

3) Como pode ser constatado na Figura c o *chirp* de freqüência é negativo durante todo o pulso logo o espectro do pulso 1 será totalmente deslocado para a esquerda, oque pode ser constatado na Figura 4.7a.

4) Como se pode observar na Figura 4.7d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o chirp final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.7b,

pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

5)  $\delta = 5 \Rightarrow$  que a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser observado na Figura 4.7e.

$$\Delta v_{1 \max} = -\frac{\gamma_1 P_2 L}{\pi T_0 |\delta|} = -\frac{80 \times 10^{-3} \times 1000 \times 5}{3.14 \times 10 \times 10^{-12} \times 5} = -\frac{400}{1.57 \times 10^{-10}} = -2.54 \times 10^{12} \,\mathrm{Hz}$$

#### b) Tabela 2

A mudança em relação à Tabela 1 é que  $P_1$  foi reduzido para 50 W. Logo  $L_{NL}(\lambda_1)$  e  $L_{NL}(\lambda_2)$  irão sofrer alteração. Pretende-se com isso analisar como a redução das potências dos canais de bombeio e de teste influenciam os efeitos SPM e XPM. Espera-se verificar a relação entre a potência de Bombeio e o *chirp* de freqüência descrita pela curva da Figura 3.9.

Tabela 2							
	Simulação 6	Simulação 7	Simulação 8	Simulação 9	Simulação 10		
P1 (W)	50	50	50	50	50		
$L_{\rm NL}(\lambda_1) = 1/\gamma_1 P_1$	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25		
(111)							
$L_{NL}(\lambda_2) {=} 1/\gamma_2 P_2$	2.08	0.41	0.208	0.104	0.02		
(m)							

Obs.: Todas as demais informações da Tabela 1 se repetem.







Figura 4.8 – Figuras relativas a simulação 6.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.8f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação.

3) Como se pode observar na Figura 4.8c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o chirp final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.8a, pois, o espectro do pulso 1 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4) Como pode ser constatado na Figura 4.8d, o *chirp* de freqüência é positivo durante todo o pulso logo o espectro do pulso 2 será totalmente deslocado para a direita, o que pode ser constatado na Figura 4.8b.

5)  $\delta = 5 \Rightarrow$  que a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser observado na Figura 4.8e.

$$\Delta v_{2\max} = -\frac{\gamma_2 P_1 L}{\pi T_0 |\delta|} = -\frac{80 \times 10^{-3} \times 50 \times 5}{3.14 \times 10 \times 10^{-12} \times 5} = -\frac{20}{1.57 \times 10^{-10}} = -\frac{0.25}{2} \times 10^{12}$$

Como se pode observar, a redução pela metade da potência de bombeio provocou uma redução, também pela metade, do *chirp* de freqüência, o que já era esperado pelo que foi observado na Figura 3.9.

## Simulação 7



Figura 4.9 – Figuras relativas a simulação 7.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.9f. 2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação

3) Como se pode observar na Figura 4.9c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a 1ª metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, sendo o *chirp* negativo um pouco mais intenso que o positivo, o que resulta num *chirp* final negativo, logo o espectro do pulso 1 sofre um pequeno deslocamento para a esquerda, o que pode ser constatado pela Figura 4.9a.

4) Como se pode observar na Figura 4.9d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante o inicio do pulso e positivo durante a maior parte do pulso, sendo o *chirp* positivo bem mais intenso que o negativo, o que resulta num *chirp* final positivo, logo o espectro do pulso 2 sofre um grande deslocamento para a direita, o que pode ser constatado pela Figura 4.9b.

5)  $\delta = 5 \Rightarrow$  que a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser observado na Figura 4.9e.





Figura 4.10 – Figuras relativas a simulação 8.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.10f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação

3) Como se pode observar na Figura 4.10c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a 1ª metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, sendo o chirp negativo bem mais intenso que o positivo, o que resulta num *chirp* final negativo, logo o espectro do pulso 1 sofre um grande deslocamento para a esquerda, o que pode ser constatado na Figura 4.10a.

4) Como se pode observar na Figura 4.10d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a 2<sup>a</sup> metade do pulso, sendo o chirp

positivo bem mais intenso que o negativo, o que resulta num *chirp* final positivo, logo o espectro do pulso 2 sofre um grande deslocamento para a direita, o que pode ser constatado na Figura 4.10b.

5)  $\delta = 5 \Rightarrow$  que a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser observado na Figura 4.10e.





Figura 4.11 – Figuras relativas a simulação 9.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.11f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação

3) Como se pode observar na Figura 4.11c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a maior parte do pulso e positivo durante um pequeno trecho no final do pulso, sendo o *chirp* negativo bem mais intenso que o positivo, o que resulta num *chirp* final negativo, logo o espectro do pulso 1 sofre um grande deslocamento para a esquerda, o que pode ser constatado na Figura 4.11a.

4) Como se pode observar na Figura 4.11d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a 2<sup>a</sup> metade do pulso, sendo o *chirp* positivo um pouco mais intenso que o negativo, o que resulta num *chirp* final positivo, logo o espectro do pulso 2 sofre um pequeno deslocamento para a direita, o que pode ser constatado na Figura 4.11b.

5)  $\delta = 5 \Rightarrow$  que a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser observado na Figura 4.11e.







Figura 4.12 - Figuras relativas a simulação 10.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.12f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação.

3) Como pode ser constatado na Figura 4.12c o *chirp* de freqüência é negativo durante todo o pulso logo o espectro do pulso 1 será totalmente deslocado para a esquerda, o que pode ser constatado na Figura 4.12a.

4) Como se pode observar na Figura 4.12d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 2, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda, o que pode ser constatado na Figura 4.12b.

5)  $\delta = 5 \Rightarrow$  que a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser observado na Figura 4.12e.

## 4.3 Variação do retardo relativo entre os pulsos

#### a) Tabela 3

Na Tabela 3 se observará a relação entre o *chirp* de freqüência, tanto do pulso de teste(pulso 1) quanto do pulso de bombeio(pulso 2), e  $\tau_d$  para vários valores de  $\delta$ . Espera-se observar o comportamento previsto pela Figura 3.6a. Os valores de  $\delta$ (fixo) e  $\tau_d$ (variável) são tais que em algum momento, durante a propagação, os dois pulsos se sobrepõem. Nesta Tabela, particularmente, se terá o Pulso de Bombeio viajando mais rápido que o de Teste ( $\delta < 0$ ) e atrasado em relação a ele ( $\tau_D > 0$ ).

Tabela 3							
	Simulação 11	Simulação 12	Simulação 13				
N° de canais	2	2	2				
$\lambda_1$ (nm)	530	530	530				
$\lambda_2 (nm)$	630	630	630				
P2/P1	1000	1000	1000				
$\tau_d (T_d/T)$	0	2	4				
$\delta (d \times L/T_0)$	-4	-4	-4				
P1 (W)	0.1	0.1	0.1				
$\lambda_0 (nm)$	1270	1270	1270				
T <sub>0</sub> (ps)	10	10	10				
$S [ps/(km-nm^2)]$	0	0	0				
a(dB/km)	0	0	0				
$\gamma_1$ (1/W-km)	80	80	80				
$\gamma_2 = \gamma_1 \times (\lambda_1 / \lambda_2)$	67.3	67.3	67.3				
$\beta_2 (ps^2/km)$	0	0	0				
$\mathbf{L}_{\mathrm{D}} = \left. T_{0}^{2} \right. \left  \boldsymbol{\beta}_{2} \right $	×	×	×				
$L_{NL}(\lambda_1)=1/\gamma_1 P_1(m)$	125	125	125				
$L_{\text{NL}}(\lambda_2)=1/\gamma_2 P_2(m)$	0.148	0.148	0.148				
L <sub>W</sub> (m)	1	1	1				
L (m)	4	4	4				

Vale a pena comentar os valores escolhidos para alguns parâmetros da Tabela:

1) Para d =  $\delta \times T_0/L$  = -10 ps/m e os valores escolhidos para  $\tau_d$  tem-se que:

a) Para  $\tau_d = 0 \Rightarrow T_d = 0$  ps os dois pulsos irão partir sobrepostos e interagir durante o primeiro metro de propagação(pois L<sub>W</sub>=1), separando-se e deixando de interagir depois.

b) Para  $\tau_d = 2 \Rightarrow T_d = 20$  ps os dois pulsos irão partir separados 20 ps um do outro, se aproximarão 10 ps um do outro a cada metro de propagação, e irão se encontrar após dois metros de propagação e interagir durante 1m(pois L<sub>W</sub> = 1m).
c) Para  $\tau_d = 0 \Rightarrow T_d = 40$  ps os dois pulsos irão partir separados 40 ps um do outro, se aproximarão 10 ps um do outro a cada metro de propagação, irão se encontrar e interagir após se propagarem 4m(no final da fibra).

2)  $P_2/P_1 = 1000$  para que se tenha uma conFiguração Bombeio-Teste.

3) Vale ressaltar que os valores de  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  foram trocados pois  $\delta < 0 \Rightarrow d < 0 \Rightarrow v_{g1} < v_{g2}$ , pois d é definido pela equação (3.30).





Figura 4.13 – Figuras relativas a simulação 11.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.13f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação

3) Como pode ser constatado na Figura 4.13c o *chirp* de freqüência é positivo durante todo o pulso logo o espectro do pulso 1 será totalmente deslocado para a direita, o que pode ser constatado na Figura a.

4) Como se pode observar na Figura 4.13d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.13b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

5)  $\delta = -4 \text{ e } \tau_d = 0 \Rightarrow$  a separação entre s dois pulsos no final da fibra é 4, o que pode ser constatado na Figura 4.13e.





Figura 4.14 – Figuras relativas a simulação 12.

(f)

1) Como  $T_d = 2T_0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem parcialmente sobrepostos no tempo, devido ao XPM interagem e se sobrepõem totalmente no final da fibra(L>L<sub>W</sub>). Isto pode ser visto na Figura 4.14f.

(e)

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação.

3) Como se pode observar na Figura 4.14c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.14a, pois, o espectro do pulso 1 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4) Como se pode observar na Figura 4.14d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.14b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

5)  $\delta = -4 \text{ e } \tau_d = 2 \implies$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 2, o que pode ser constatado na Figura 4.14e.





Figura 4.15 – Figuras relativas a simulação 13.

1) Como  $T_d = 4T_0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem praticamente separados no tempo e se sobrepõem no final da fibra interagindo, porém a fibra acaba assim que eles começam a interagir. Isto pode ser visto na Figura 4.15f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação.

3) Como pode ser constatado na Figura 4.15c o *chirp* de freqüência é negativo durante todo o pulso logo o espectro do pulso 1 será totalmente deslocado para a esquerda, o que pode ser constatado na Figura 4.15a.

4) Como se pode observar na Figura 4.15d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.15b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

5)  $\delta = -4 \text{ e } \tau_d = 4 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 0, o que pode ser constatado na Figura 4.15e.

#### b) Tabela 4

Na Tabela 4 se observará a relação entre o *chirp* de freqüência, tanto do pulso de teste(pulso 1) quanto do pulso de bombeio(pulso 2), e  $\tau_d$  para vários valores de  $\delta$ . Espera-se observar o

comportamento previsto pela Figura 3.6b. Os valores de  $\delta(\text{fixo}) \in \tau_d(\text{variável})$  são tais que em algum momento, durante a propagação, os dois pulsos se sobrepõem. Nesta Tabela, particularmente, se terá o Pulso de Bombeio viajando mais rápido que o de Teste ( $\delta < 0$ ) e atrasado em relação a ele ( $\tau_D > 0$ ).

Tabela 4				
	Simulação 14	Simulação 15	Simulação 16	
$\tau_d (T_d/T)$	0	2	4	
$\delta (d \times L/T_0)$	-2	-2	-2	

Obs: Todas as demais informações da Tabela 3 se repetem.









Figura 4.16 – Figuras relativas a simulação 14.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo, devido ao XPM interagem e se separam. Isto pode ser visto na Figura 4.16f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação.

3) Como pode ser constatado na Figura 4.16c o *chirp* de freqüência é positivo durante quase todo o pulso, logo o espectro do pulso 1 será quase totalmente deslocado para a direita, o que pode ser constatado na Figura 4.16a.

4) Como se pode observar na Figura 4.16d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.16b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

5)  $\delta = -2 \text{ e } \tau_d = 0 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 2, o que pode ser constatado na Figura 4.16e.



Figura 4.17 – Figuras relativas a simulação 15.

1) Como  $T_d = 2T_0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem parcialmente sobrepostos no tempo, devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.17f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação.

3) Como pode ser constatado na Figura 4.17c o *chirp* de freqüência é negativo durante quase toda a duração do pulso, logo o espectro do pulso 1 será quase totalmente deslocado para a esquerda.

4) Como se pode observar na Figura 4.17d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.17b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

5)  $\delta = -2 \text{ e } \tau_d = 2 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 0, o que pode ser constatado na Figura 4.17e.





Figura 4.18 - Figuras relativas à simulação 16.

1) Como  $T_d = 2T_0 \implies$  os dois pulsos partem praticamente separados no tempo, se encontram no final da fibra e devido ao XPM interagem . Isto pode ser visto na Figura 4.18f.

2) Como  $L_W = 1 \text{ m} \Rightarrow$  esta interação ocorre durante o 1º metro de propagação.

3) Como pode ser constatado na Figura 4.18c, o *chirp* de freqüência é negativo durante quase todo o pulso, logo o espectro do pulso 1 será quase totalmente deslocado para a esquerda.

4) Como se pode observar na Figura 4.18d, o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.18b, pois o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

5)  $\delta = -2 \text{ e } \tau_d = 4 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 0, o que pode ser constatado na Figura e.

#### c) Tabela 5

Na Tabela 5 se observará a relação entre o *chirp* de freqüência, tanto do pulso de teste (pulso 1) quanto do pulso de bombeio (pulso 2), e  $\tau_d$  para vários valores de  $\delta$ . Espera-se observar o

comportamento previsto pela Figura 3.6c. Os valores de  $\delta$  (fixo) e  $\tau_d$ (variável) são tais que em algum momento, durante a propagação, os dois pulsos se sobrepõem. Nesta Tabela, particularmente, o pulso de teste (pulso 1) viaja mais rápido que o de bombeio (pulso 2), pois  $\delta > 0$ , e está adiantado inicialmente ( $\tau_D < 0$ ).

Tabela 5				
	Simulação 17	Simulação 18	Simulação 19	
$\tau_d (T_d/T)$	-4	-2	0	
$\delta (d \times L/T_0)$	2	2	2	

Obs: Todas as demais informações da Tabela 3 se repetem.







Figura 4.19 – Figuras relativas à simulação 17.

1)Como  $T_d = -4T_0 \Rightarrow$  os dois pulsos ficam praticamente separados durante toda propagação . Isto pode ser visto na Figura 4.19f.

2) Como pode ser constatado na Figura 4.19c o pulso quase não sofre *chirp* de freqüência sendo positivo num pequeno trecho do pulso, logo o espectro do pulso 1 quase não será afetado pelo *chirp* de freqüência.

3) Como se pode observar na Figura 4.19d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.19b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4)  $\delta = 2$  e  $\tau_d = -4 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 2, o que pode ser constatado na Figura 4.19e.



Figura 4.20 – Figuras relativas à simulação 18.

1) Como  $T_d = -2T_0 \implies$  os dois pulsos partem praticamente separados no tempo, se encontram antes do final da fibra e devido ao XPM interagem . Isto pode ser visto na Figura 4.20f.

2) Como pode ser constatado na Figura 4.20c o *chirp* de freqüência é positivo durante quase todo o pulso, logo o espectro do pulso 1 será quase totalmente deslocado para a direita, o que pode ser constatado na Figura 4.20a.

3) Como se pode observar na Figura 4.20d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.20b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4)  $\delta = 2 e \tau_d = -2 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 0, o que pode ser constatado na Figura 4.20e





Figura 4.21 – Figuras relativas à simulação 19.

1) Como  $T_d = 0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo, se separam antes do final da fibra após 1m de propagação ( $L_W = 1m$ ) e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.21f.

2) Como pode ser constatado na Figura 4.21c o *chirp* de freqüência é negativo durante quase todo o pulso, logo o espectro do pulso 1 será quase totalmente deslocado para a esquerda, o que pode ser constatado na Figura 4.21a.

3) Como se pode observar na Figura 4.21d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.21b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4)  $\delta = 2$  e  $\tau_d = 0 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 2, o que pode ser constatado na Figura 4.21e.

#### d) Tabela 6

Na Tabela 6 se observará a relação entre o *chirp* de freqüência, tanto do pulso de teste (pulso 1) quanto do pulso de bombeio(pulso 2), e  $\tau_d$  para vários valores de  $\delta$ . Espera-se observar o comportamento previsto pela Figura 3.6d. Os valores de  $\delta$ (fixo) e  $\tau_d$ (variável) são tais que em

algum momento, durante a propagação, os dois pulsos se sobrepõem. Nesta Tabela, particularmente, se terá pulso de Teste(pulso 1) viaja mais rápido que o de Bombeio(pulso 2), pois  $\delta > 0$ , e está adiantado inicialmente ( $\tau_D < 0$ ).

Tabela 6				
	Simulação 20	Simulação 21	Simulação 22	
$\tau_d (T_d/T)$	-4	-2	0	
$\delta (d \times L/T_0)$	4	4	4	

Obs: Todas as demais informações da Tabela 3 se repetem.







Figura 4.22 – Figuras relativas à simulação 20.

1) Como  $T_d = -4T_0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem separados no tempo, se encontram antes do final da fibra e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.22f.

2) Como pode ser constatado na Figura 4.22c o *chirp* de freqüência é positivo durante todo o pulso, logo o espectro do pulso 1 será totalmente deslocado para a direita, o que pode ser constatado na Figura a.

3) Como se pode observar na Figura 4.22d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.22b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4)  $\delta = 4 \text{ e } \tau_d = -4 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 0, o que pode ser constatado na Figura 4.22e.



Figura 4.23 - Figuras relativas à simulação 21.

1) Como  $T_d = -2T_0 \Rightarrow$  os dois pulsos partem praticamente separados no tempo, se encontram antes do final da fibra, se separam e devido ao XPM interagem. Isto pode ser visto na Figura 4.23f.

2) Como se pode observar na Figura 4.23c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o chirp final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.23c, pois, o espectro do pulso 1 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda. Um outro aspecto digno de nota é o fato do *chirp* de freqüência ser aproximadamente zero ao longo de quase todo pulso.

3) Como se pode observar na Figura 4.23d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o chirp final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.23b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4)  $\delta = 4$  e  $\tau_d = -2 \implies$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 2, o que pode ser constatado na Figura 4.23e.





Figura 4.24 – Figuras relativas à simulação 22.

1) Como  $T_d = 0 \implies$  os dois pulsos partem sobrepostos no tempo, se separam antes do final da fibra após 1m de propagação( $L_W = 1m$ ) e devido ao XPM interagem . Isto pode ser visto na Figura 4.24f.

2) Como pode ser constatado na Figura 4.24c o *chirp* de freqüência é negativo durante todo o pulso, logo o espectro do pulso 1 será totalmente deslocado para a esquerda.

3) Como se pode observar na Figura 4.24d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o chirp final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.24b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4)  $\delta = 2 e \tau_d = 0 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 2, o que pode ser constatado na Figura 4.24e.

## 4.4 Variação do Parâmetro δ

### a) Tabela 7

Na Tabela 7 se observará a relação entre o *chirp* de freqüência, tanto do pulso de teste (pulso 1) quanto do pulso de bombeio (pulso 2), e o parâmetro  $\delta$ . Ao variar-se o parâmetro  $\delta$  se está variando na verdade a diferença entre as velocidades de grupo dos pulsos (descasamento da velocidade de grupo) . Nesta Tabela, particularmente, se terá o Pulso de Bombeio viajando mais rápido que o de Teste ( $\delta < 0$ ) e sobrepostos temporalmente no início da propagação.

Tabela 7					
	Simulação 23	Simulação 24	Simulação 25		
N° de canais	2	2	2		
$\lambda_1$ (nm)	1510	530	1510		
$\lambda_2$ (nm)	1610	1060	1610		
P2/P1	1000	1000	1000		
$\tau_d (T_d/T)$	0	0	0		
δ (L/L <sub>W</sub> )	-5	-4	-0.625		
P1	0.1	0.1	0.1		
$\lambda_0 (nm)$	1310	1310	1310		
T <sub>0</sub> (ps)	10	20	10		
S [ps/(km-nm <sup>2</sup> )]	0	0	0		
α(dB/km)	0	0	0		
$\gamma_1$ (1/W-km)	3	3	3		
$\gamma_2 = \gamma_1 \times (\lambda_1 / \lambda_2)$	2.8	1.5	2.8		
$\beta_2 (ps^2/km)$	0	0	0		
$\mathbf{L}_{\mathrm{D}} = T_0^2 /  \boldsymbol{\beta}_2 $	œ	x	00		
$L_{NL}(\lambda_1)=1/\gamma_1 P_1$	3333.33	3333.33	3333.33		
$L_{NL}(\lambda_2)=1/\gamma_2 P_2$	3.57	6.7	3.57		
L <sub>W</sub> (m)	80	0.25	80		
L(m)	400	1	50		







Figura 4.25 – Figuras relativas à simulação 23.

1)  $T_d = 0$  e  $L_W > L \Rightarrow$  Os dois pulsos são lançados na fibra sobrepostos e não chegam a se separar como pode ser visto na Figura 4.25f.

2) Como se pode observar na Figura 4.25c o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 1 é negativo durante a 1ª metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, porém a transição dos valores negativos para os valores positivos se dá num valor de *chirp* alto provocando um efeito diferente no espectro do pulso 1 como pode ser visto na Figura 4.25a.

3) Como se pode observar na Figura 4.25d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.25b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4)  $\delta = -0.625$  e  $\tau_d = 0 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 0.625, o que pode ser constatado na Figura 4.25e.





Figura 4.26 - Figuras relativas à simulação 24.

1)  $T_d = 0$  e  $L_W \ll L \Rightarrow$  Os dois pulsos são lançados na fibra sobrepostos e se separam antes de alcançarem o final da fibra, como pode ser visto na Figura 4.25f.

2) Como pode ser constatado na Figura 4.25c o *chirp* de freqüência é positivo durante todo o pulso, logo o espectro do pulso 1 será totalmente deslocado para a direita, o que pode ser constatado na Figura 4.25a.

3) Como se pode observar na Figura 4.25d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.25b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4)  $\delta = -5$  e  $\tau_d = 0 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 5, o que pode ser constatado na Figura 4.25e.



Figura 4.27 – Figuras relativas à simulação 25.

Uma observação importante é que os dois pulsos tinham  $T_0$  diferentes, porém como se pode observar a partir da equação (3.1.11) quando se tem à conFiguração bombeio-teste o  $T_0$  do pulso de teste pouco influencia no cálculo do *chirp* de freqüência, e por isso simplesmente ele foi igualado ao  $T_0$  do pulso de bombeio.

1)  $T_d = 0$  e  $L_W \ll L \Rightarrow$  Os dois pulsos são lançados na fibra sobrepostos e se separam antes de alcançarem o final da fibra, como pode ser visto na Figura 4.27f.

2) Como pode ser constatado na Figura 4.27c o *chirp* de freqüência é positivo durante todo o pulso, logo o espectro do pulso 1 será totalmente deslocado para a direita, o que pode ser constatado na Figura 4.27a.

3) Como se pode observar na Figura 4.27d o *chirp* de freqüência sofrido pelo pulso 2 é negativo durante a 1<sup>a</sup> metade do pulso e positivo durante a segunda metade do pulso, logo o *chirp* final será aproximadamente zero o que pode ser constatado na Figura 4.27b, pois, o espectro do pulso 2 não sofre deslocamento nem para a direita nem para a esquerda.

4)  $\delta = -4$  e  $\tau_d = 0 \Rightarrow$  a separação entre os dois pulsos no final da fibra é 4, o que pode ser constatado na Figura 4.27e.

### 4.5 Inclusão da Dispersão

#### a)Tabela 8

A Figura 31 mostra uma configuração muito semelhante com a da Tabela 1, porém, neste Figura ao contrário do que vinha acontecendo nas Figuras anteriores existe dispersão. Sendo assim, pretende-se analisar as mudanças que o espectro e o envelope dos pulsos sofrem na presença dos efeitos SPM, XPM, GVD e da interação entre eles.

Tabela 8			
Simulação 26			
Nº de canais	2		
$\lambda_1$ (nm)	630		
$\lambda_2$ (nm)	530		
P2/P1	0.001		
$\tau_d (T_d/T)$	0		
$\delta (d \times L/T_0)$	4		
P1 (W)	8		
$\lambda_0 (nm)$	1310		
T <sub>0</sub> (ps)	5		
S [ps/(km-nm <sup>2</sup> )]	0		
α(dB/km)	0		
L(m)	166.664		
$\gamma_1$ (1/W-km)	30		
$\gamma_2 = \gamma_1 \times (\lambda_1 / \lambda_2)$	30×(630/530)		
$\beta_2 (ps^2/km)$	60		

$$L_{\rm D} = \frac{T_0^2}{\left|\beta_2\right|} = 416,66 \, \text{m}$$
, logo

$$\label{eq:Lw} \begin{split} L_W = & L_D / 10 = 41,666 \ m \Longrightarrow Dk = & T_0 / L_W = 5 (ps^2) / 41,666 \ (m) = 0,12 \ ps^2 / m \\ L_{NL} = & L_D / 100 = 4,166 \ m \end{split}$$

Sabendo que P<sub>1</sub> =  $\frac{1}{\gamma_1 \times L_{NL}} = \frac{1}{30 \times 10^{-3} (1/W - m) \times 4,166(m)} = 8W$ 



Figura 4.28 - Figuras relativas à simulação 26.

 O aspecto mais notável do efeito GVD é visto no envelope do pulso de teste na Figura
4.28f. Na ausência de GVD, o envelope permanece inalterado, pois o XPM afeta somente a fase óptica. Porém, quando GVD está presente, partes diferentes do pulso de teste propagamse em diferentes velocidades por causa do *chirp* induzido pelo XPM que é imposto pelo pulso de bombeio. Isto resulta em um envelope assimétrico com um número considerável de estruturas oscilatórias [14]. O pulso de teste desenvolve oscilações rápidas próximo à sua cauda enquanto à frente quase não é afetada. Estas oscilações são devido ao fenômeno da perturbação da onda óptica, discutido no item 2.2.4.2. Lá, a combinação do SPM e do GVD resulta nas oscilações nas extremidades do pulso (ver Figura 2.8). Aqui, é a combinação da XPM e do GVD é que resulta em oscilações na cauda do pulso de teste.

2) Como pode ser observado, o envelope do pulso de bombeio (Figura 4.28e) não tem oscilações, pois estas são resultado da interação entre a XPM e o GVD e o efeito não-linear dominante nele é a SPM. Porém a combinação dos *chirps* induzidos pelo GVD e pela SPM é um chirp total não-linear, o qual é responsável pelo alargamento do pulso de bombeio.

3) A Figura 4.28c simplesmente mostra os envelopes dos pulsos 1 e 2 no final da fibra.

4) Os aspectos vistos no envelope e no espectro do pulso de teste podem ser entendidos qualitativamente notando que o *chirp* induzido pelo XPM é máximo no centro do pulso (ver a Figura 3.7a). O efeito combinado do *chirp* de freqüência e do GVD positivo é desacelerar o pico do pulso de teste em relação à cauda. A perturbação da onda óptica induzido pelo XPM ocorre porque o pico do pulso atrasa e interfere com a cauda. Isto pode ser entendido notando que o pulso de bombeio, o qual é mais rápido, interage principalmente coma cauda do pulso de teste.

#### b) Tabela 9

Os parâmetros usados na Figura 32 são idênticos aos da Figura 31, exceto pela ausência da dispersão, isto é,  $\beta_2 = 0$ . Com isso se pretende observar a simulação anterior na ausência da GVD, apenas a título de comparação.





Figura 4.29 – Figuras relativas à simulação 27.

Pode-se perceber que sem a dispersão o comportamento é idêntico ao da Figura 3.5 e desta forma tudo o que foi dito lá se repete aqui.

### 4.6 Sistema de 4 Canais

Por fim, simula-se um sistema de 4 canais na presença da auto-modulação de fase, da modulação de fase cruzada e na presença da dispersão cromática.

Como a simulação do sistema de 4 canais pretende somente ilustrar a validade do programa para um sistema de quatro canais, foram simulados apenas dois casos:

- Primeiro com um conjunto de parâmetros típicos dos quais destacam-se dois fatos: L<sub>NL</sub>< L<sub>W</sub> < L e os canais terem a mesma potência.</li>
- Segundo com o mesmo conjunto de parâmetros, porém com as potências do 1° e do 3° canais iguais e muito maiores que as potências do 2° e do 4° canais.

### a) Tabela 10

A Tabela 10 mostra os parâmetros que indicam quais efeitos são dominantes na propagação. É interessante comentar alguns destes parâmetros:

1) Como os comprimentos de não-linearidade ( $L_{NL}$ ) para os quatro comprimentos de onda são menores que o comprimento da fibra (L), para este trecho de fibra a SPM e a XPM serão significativas.

2) Como os comprimentos de ultrapassagem ( $L_W$ ) para os quatro comprimentos de onda são menores que o comprimento da fibra (L), para este trecho de fibra o efeito de walk-off será significativo.

3) Como os comprimentos de dispersão ( $L_D$ ) para os quatro comprimentos de onda são bem maiores que o comprimento da fibra (L), para este trecho de fibra o alargamento temporal causado pela dispersão será pouco significativo. Porém, a interação da GVD com a XPM será relevante, tal como aconteceu na Figura 3.10.

Tabela 10				
Simulação 28				
	1550 nm	1551 nm	1552 nm	1553 nm
L <sub>NL</sub> (m)	333	333	333	333
L <sub>W</sub> (m)	infinito	318,7	159,1	105,9
L <sub>D</sub> (m)	1252,47	1246,90	1241,48	1235,90
L(m)	400	400	400	400
$d_k$ (ps/m)	0	1,568	3,142	4,720
$\beta_2 (ps^2/km)$	-19,960	-20,049	-20,139	-20,228

Parâmetros que não variam com o comprimento de onda:

- 1) Potência de cada canal: 1 W
- 2) Dispersion Slope:  $S = 0.08 \text{ ps/(km-nm^2)}$
- 3) Largura de cada pulso no domínio do tempo:  $T_0 = 5$  ps
- 4) Comprimento da fibra: L = 400 m
- 5) Coeficiente de Atenuação:  $\alpha = 0 \text{ dB/km}$

Vale ressaltar que adotou-se uma referência de tempo que se move com o pulso 1 (centrado em  $\lambda_1$ ), isto é,  $T = t - z/v_{g1}$ .











Figura 4.30 – Figuras relativas à simulação 28.

Como todos os pulsos têm a mesma potência o efeito não-linear dominante nos pulsos 1 e 4 será a XPM induzida pelos outros pulsos. No entanto, os *chirps* de freqüência induzidos pelos pulsos laterais quase se cancelam nos pulsos 2 e 3.

1) Pelo que foi visto na seção 3.4.1, a XPM induzida pelos pulsos 2, 3 e 4 irão deslocar o pulso 1 para o mesmo lado como pode ser constatado na Figura 4.30a.

2) Já o espectro 2 (Figura 4.30b) sofre um deslocamento para a esquerda devido a XPM induzida pelos pulsos 3 e 4, e um deslocamento para a direita devido a XPM do pulso 1. Resultando em um deslocamento líquido para a esquerda, porém menor que o da Figura 4.30a.

3) O espectro 3 (Figura 4.30c) sofre um deslocamento para a direita devido a XPM induzida pelos pulsos 1 e 2, e um deslocamento para a esquerda devido a XPM do pulso 4. Resultando em um deslocamento líquido para a esquerda.

4) Já o pulso 4 (Figura 4.30d) sofre um deslocamento para a direita devido a XPM induzida pelos pulsos 1, 2 e 3.

Os desvios de freqüência causados pelos efeitos XPM podem ser entendidos qualitativamente da mesma forma como foram entendidos para as simulações com dois pulsos analisadas na seção 3.4.1.

5) A propagação dos 4 pulsos ao longo da fibra, mostrada na Figura 4.30e, destaca o descasamento da velocidade de grupo entre os canais.

6) A Figura 4.30f mostra os envelopes dos 4 pulsos no final da fibra. Nesta Figura dois fatos podem ser destacados:

- O descasamento da velocidade de grupo entre os pulsos, o qual foi quantificado, tendose o pulso 1 como referência.
- O fato dos envelopes dos pulsos 2 e 3 desenvolve oscilações rápidas próximo à sua cauda enquanto à frente quase não é afetada. Estas oscilações são devido ao fenômeno da perturbação da onda óptica, discutido no item 2.2.4.2. Lá, a combinação do SPM e do GVD resulta nas oscilações nas extremidades do pulso (ver Figura 2.8). Aqui, é a combinação do XPM e do GVD é que resulta em oscilações na cauda do pulso de teste.

7) As Figuras 4.30g a 4.30j, reforçam estas idéias mostrando os envelopes de cada pulso individualmente no final da fibra. Porém, O aspecto mais notável do efeito GVD é visto nos envelopes dos pulsos 1 e 4(Figuras 4.30g e 4.30j). Na ausência de GVD, os envelopes destes pulsos permanecem inalterados, pois a XPM afeta somente a fase óptica. Porém, quando GVD está presente, partes diferentes do pulso (tanto no 1 quanto no 4) propagam-se em diferentes velocidades por causa do *chirp* induzido pelo XPM que é imposto pelos outros pulsos. Isto resulta em um envelope assimétrico com um decaimento na frente mais suave, devido ao fato de no regime de dispersão anômala (D > 0), os comprimentos de onda menores viajarem mais rápido na fibra óptica [14].

#### b) Tabela 11

Pode-se observar que o único parâmetro que muda na Tabela 11 é  $L_{NL}$  para os comprimentos de onda de 1551 nm e 1553 nm, devido ao fato das potências iniciais destes pulsos diminuírem. Como  $L_{NL}$  é o comprimento de fibra a partir do qual os efeitos não-lineares tornam-se significativos, como a potência injetada nestes canais diminuiu, a distância a partir da qual eles passam a ser significativos aumentou.

Vale lembrar que tudo o que foi dito sobre os outros parâmetros da Tabela 10 se repete aqui.

Tabela 11				
Simulação 29				
	1550 nm	1551 nm	1552 nm	1553 nm
L <sub>NL</sub> (m)	333	333548	333	333978
L <sub>W</sub> (m)	infinito	318,7	159,1	105,9
L <sub>D</sub> (m)	1252,47	1246,90	1241,48	1235,90
L(m)	400	400	400	400
$d_k$ (ps/m)	0	1,568	3,142	4,720
$\beta_2 (ps^2/km)$	-19,960	-20,049	-20,139	-20,228

Pot1 = 1 W; Pot2 = 10 mW; Pot3 = 1 W; Pot4 = 10 mW

Parâmetros que não mudam com o comprimento de onda:

- 1) Dispersion Slope =  $S = 0.08 \text{ ps/(km-nm^2)}$
- 2) largura de cada pulso no domínio do tempo =  $T_0 = 5$  ps
- 3) comprimento da fibra = L = 400 m
- 4) Coeficiente de Atenuação =  $\alpha = 0 \text{ dB/km}$














Figura 4.31 – Figuras relativas à simulação 29.

Como o único parâmetro que muda nesta simulação em relação a anterior é  $L_{NL}$ , só se irá comentar aqui os espectros dos pulsos 1 a 4[Figuras (a) a (d)], pois somente eles irão mudar.

Como os pulsos 1 e 3 são pulsos de bombeio e os pulsos 2 e 4 são pulsos de teste, nesta simulação se terá uma conFiguração bombeio-teste.

1) Ao contrário do que aconteceu na Figura 28, aqui o espectro 1 quase não sofre deslocamento lateral, pois, como ele é um pulso de bombeio, o efeito dominante é a SPM.

2)O espectro 2 é relativamente simétrico pois os *chirps* de freqüência devido a XPM dos pulsos de bombeio 1 e 3 se cancelam. Como o pulso 2 é um pulso de teste estes efeitos são dominantes.

3) Já o espectro 3 sofre um pequeno deslocamento para a direita devido ao efeito XPM induzido pelo pulso de bombeio 1.

4) Por fim o pulso 4 sofre um deslocamento lateral devido ao efeito XPM induzido pelos pulso de bombeio 1 e 3.

### 4.7 Outras Aplicações do Simulador

Até aqui as simulações se concentraram na investigação do *chirp* de freqüência devido aos efeitos SPM e XPM em situações onde se desprezava a GVD e em situações onde ela foi considerada. É importante salientar que o simulador desenvolvido é extremamente robusto e versátil, sendo capaz de avaliar outras situações de interesse prático. A título de ilustração, são investigadas duas situações relacionadas à geração de pulsos a partir de ondas CW usando XPM.

Inicialmente analisa-se a interação entre uma onda CW (1565 nm, 2 mW) e um pulso gaussiano intenso (1557,1 nm, 1,3 W,  $T_{FWHM} = 31,7$  ps) em um trecho curto (1,37 km) de fibra DSF ( $\lambda_0 = 1570$  nm,  $\gamma = 3(W.km)^{-1}$ , S = 0,112 ps/(km-nm<sup>2</sup>),  $\beta_2(\lambda_{sinal}) = 0,9$  ps<sup>2</sup>/km,  $\beta_2(\lambda_{bombeio}) = 2,3$  ps<sup>2</sup>/km,  $\alpha = 0$  dB/km). A propagação CW-Bombeio ocorre, portanto, no regime de dispersão normal. Os parâmetros usados nas simulações são os mesmos do experimento descrito em (CAO,LI,CHAN; 1999), de maneira a validar os resultados numéricos obtidos.

A Fig. 4.32 mostra a evolução (a) do pulso gaussiano e (b) de uma onda CW. Para o pulso gaussiano,  $L_D \approx 160$  km, de acordo com (CAO,LI,CHAN; 1999) e o alargamento temporal do envelope do pulso é, portanto, quase imperceptível. O alargamento espectral induzido no pulso de bombeio é simétrico e devido fundamentalmente ao efeito de SPM, uma vez que o sinal CW é de baixa intensidade. Por outro lado, durante toda a propagação, o sinal CW tem sua fase intensamente modulada pelo pulso de bombeio (efeito XPM). Como resultado, as componentes de freqüência mais baixa posicionam-se na frente do pulso e as mais altas, na cauda do pulso. Esse agrupamento de freqüências coincide com aquele provocado pela dispersão no regime de dispersão normal, o que acarreta uma modulação em amplitude e constitui uma técnica para a geração de trens de pulsos escuros. Como pode ser claramente observado na Fig. 4.32b, um pulso escuro se forma em torno de 0,4 km, o que está em perfeita concordância com os resultados experimentais (CAO,LI,CHAN; 1999). O alargamento espectral induzido no sinal CW é apenas ligeiramente assimétrico, uma vez que o descasamento de velocidade de grupo é bastante pequeno. Vale a pena ressaltar que a geração de pulsos escuros depende do efeito conjunto de XPM e GVD no regime de dispersão normal.



Figura 4.32 : Evolução (a) de um pulso gaussiano (1557,1 nm, 1,3 W,  $T_{FWHM} = 31,7$  ps) e (b) de uma onda CW (1565 nm, 2 mW) em um trecho curto (1,37 km) de fibra DSF.

Em uma outra situação interessante, derivada da anterior, analisa-se a interação entre um canal CW de baixa intensidade e um canal consistindo de dois pulsos gaussianos intensos (1535 nm,  $T_{FWHM} = 8ps$ ) em um trecho de 5 km de fibra DSF ( $\lambda_0 = 1542 \text{ nm}$ ,  $\gamma = 3 (W.\text{km})^{-1}$ , S = S = 0,086 ps/(km-nm<sup>2</sup>),  $\alpha = 0 \text{ dB/km}$ ). O comprimento de onda do canal CW varia de 1538 a 1558 nm, de modo que o comportamento do sinal CW nos regimes de dispersão normal e anômala seja observado. Os parâmetros usados nas simulações são os mesmos do experimento descrito em (ÔHLÉN, OLSSON, BLUMENTHAL, 2000) de maneira a validar os resultados numéricos obtidos.

A Fig. 4.33 mostra a evolução do sinal CW nos regimes de dispersão (a) normal (1540nm) e (b) anômala (1550nm). Como esperado, o comportamento no regime de dispersão normal é semelhante ao observado na Figura 4.32, com a formação de um trem de dois pulsos escuros. Já no regime de dispersão anômala, o agrupamento de freqüências provocado pelo GVD é contrário àquele provocado por XPM, propiciando a formação de pulsos claros. Esse mecanismo é utilizado para a conversão de comprimento de onda em redes ópticas (ÔHLÉN, OLSSON, BLUMENTHAL, 2000).



Figura 4.33: Evolução do sinal CW nos regimes de dispersão (a) normal (1540nm) e (b) anômala (1550nm), que interage com um canal consistindo de dois pulsos gaussianos intensos (1535 nm,  $T_{FWHM} = 8ps$ ) em um trecho de 5 km de fibra DSF.

#### 4.8 Conclusão

Neste capítulo várias simulações foram realizadas, considerando o efeito conjunto de SPM, XPM e GVD. Foram considerado sistemas de 2 e 4 canais. Nestas simulações foi investigada a importância relativa dos parâmetros que governam a propagação do feixe óptico sob tais condições. Pode-se destacar algumas conclusões tiradas destas simulações numéricas como:

1) Quanto maior a potência de um pulso em relação à potência dos pulsos adjacentes a ele, maior vai ser predominância da auto-modulação de fase, neste pulso, em relação à modulação de fase cruzada.

2) Quanto menor a potência de um pulso em relação à potência dos pulsos adjacentes a ele, maior vai ser predominância da modulação de fase cruzada, neste pulso, em relação à auto-modulação de fase.

3) Quanto maior o comprimento de ultrapassagem (L<sub>w</sub>), isto é, quanto maior o trecho de fibra durante o qual os pulsos interagem maior será a efeito da modulação de fase cruzada.

Por fim para demonstrar a versatilidade e robustez do simulador, duas outras situações relacionadas à geração de pulsos a partir de ondas CW usando XPM foram investigadas. Os resultados concordam plenamente com os disponíveis na literatura.

## 5 CONCLUSÃO

Neste capítulo, as principais conclusões do trabalho são apresentadas. Começou–se analisando, no Capítulo 2, na seção 2.1, a Equação Não-Linear de Schrödinger (NLSE), a qual descreve a propagação do envelope de um pulso em uma fibra óptica monomodo, no regime de propagação não-linear, dispersivo e com perdas. O efeito da auto-modulação de fase foi considerado. Para se entender melhor a propagação sob os efeitos descritos pela NLSE (dispersão, atenuação e auto-modulação de fase), foram definidos na seção 2.2 quatro regimes de propagação, baseados nas magnitudes relativas dos comprimentos de dispersão e de não-linearidade e do comprimento total da fibra L. Logo os quatro regimes de propagação são:

- Regime de propagação A, onde os efeitos dispersivos são dominantes sobre os demais;
- Regime de propagação B, onde a auto-modulação de fase é dominante sobre os demais;
- Regime de propagação C, onde tanto a dispersão quanto a auto-modulação de fase são importantes e interagem entre si;
- Regime de propagação D, onde a atenuação é dominante sobre os demais efeitos, isto é, a dispersão e a auto-modulação de fase são desprezadas.

Primeiro descreveu-se o regime de propagação A, onde o efeito dominante era a dispersão, a qual era responsável pelo alargamento temporal do pulso.

Em seguida descreveu-se o regime de propagação B, onde o efeito dominante era a automodulação de fase, a qual era responsável pela deformação do pulso no domínio da freqüência, degradando o sistema.

No regime de propagação C, tinha-se a dispersão e a auto-modulação de fase como efeitos dominantes. Neste regime de propagação viu-se que era possível obter-se um perfeito balanço entre o a dispersão e a auto-modulação de fase de tal forma que o chirp de uma cancele o chirp da outra quando se transmitia na fibra pulsos secantes hiperbólicos, isto é, pulsos solitônicos.

Logo em seguida descreveu-se o regime de propagação D, onde o efeito dominante era a atenuação, porém a degradação do sistema causada pela atenuação é compensada perfeitamente pelos amplificadores ópticos. Tal efeito é bem conhecido e por isso não se deteve muito nele.

Por fim descreveu-se o método numérico da propagação de feixes (BPM) usado para resolver a equação de propagação, em situações onde não há solução analítica. Tal método numérico é bem conhecido e é hoje o mais usado devido a sua precisão e rápida convergência.

No Capítulo 3 foi estudada a equação de propagação que governa a propagação multicanal sob os seguintes efeitos: atenuação, dispersão, auto-modulação de fase, modulação de fase cruzada.

Em seguida se estudou a modulação de fase cruzada, onde se viu que quando dois pulsos de comprimentos de onda diferentes se propagam simultaneamente na fibra, suas fases são afetadas não somente pela SPM, mas também pela XPM. Estudou-se os efeitos sofridos por um pulso no domínio do tempo e da freqüência em duas situações: primeiro quando os efeitos dominantes na propagação são a auto-modulação de fase e a modulação de fase cruzada; depois quando os efeitos dominantes são a auto-modulação de fase, a modulação de fase cruzada e a dispersão.

Os efeitos XPM são muito importantes para sistemas WDM visto que a fase de cada canal é afetada pela potência dos canais adjacentes. Além disto verificou-se que a dispersão converte flutuações de amplitude em variações de fase, afetando consideravelmente a relação sinal/ruído. O resultado final de tudo isto é interferência de um canal no outro.

Vale a pena destacar algumas conclusões, as quais se chegou, sobre os principais parâmetros que governam a propagação sobre tais efeitos:

1) A razão entre a potência de um pulso e a dos pulsos adjacentes irá determinar a importância relativa dos efeitos SPM e XPM. Isto é, quando a potência de um pulso é muito maior que a potência dos pulsos adjacentes a Auto-Modulação de Fase é dominante em relação à Modulação de Fase Cruzada e a Mistura de quatro Ondas. Tal situação pode ser benéfica para o sistema. Pois quando se propaga na fibra pulsos solitônicos é possível se atingir um perfeito balanço entre a Auto-Modulação de Fase e a Dispersão Cromática, minimizando se não resolvendo o problema da dispersão cromática.

2) Quanto menor o comprimento de ultrapassagem (Lw) menor a interferência entre pulsos adjacentes devido ao efeito XPM. Pois a interferência entre pulsos adjacentes, devido ao efeito XPM, ocorre durante o período em que os pulsos interagem. Sabendo que o comprimento de ultrapassagem é inversamente proporcional ao espaçamento entres os canais no domínio do comprimento de onda, pode-se reduzir o efeito XPM, e conseqüentemente a interferência por ele causada, aumentando-se o espaçamento entre os canais.

3) Vale ressaltar também que como o comprimento de ultrapassagem (Lw) é inversamente proporcional ao parâmetro de dispersão (D), uma dispersão gera um efeito XPM muito alto, e conseqüentemente uma interferência muito alta.

4) Dependo dos valores dos parâmetros  $\tau_D$  (retardo entre os pulsos) e  $\delta$  (descasamento de velocidade de grupo normalizado em relação ao comprimento da fibra e a largura inicial do

pulso) o chirp de freqüência pode variar bruscamente, isto porque, tais parâmetros têm influencia sobre o período durante o qual os pulsos irão interagir, isto é, irão influenciar o comprimento de ultrapassagem (vide figura 3.8).

Já no capítulo 4, se analisou o resultado de várias simulações onde os efeitos dominantes eram a SPM e a XPM ou onde os efeitos dominantes eram a SPM, a XPM e a GVD. Tanto para sistemas de dois canais, quanto para sistemas de quatro canais. Nestas simulações foi investigada a importância relativa dos parâmetros que governam a propagação do feixe óptico sob tais condições. Tais simulações confirmaram as conclusões do capítulo 3 citadas acima(observações 1,2,3 e 4).

Inicialmente, na seção 4.2, no regime de propagação onde os efeitos dispersivos são desprezíveis e a modulação de fase e a auto-modulação de fase são dominantes. Neste caso o envelope do pulso não sofre mudanças, somente o espectro do pulso irá sofre mudanças. Primeiro analisou-se a propagação de dois pulsos variando-se as suas potências. Verificou-se que quando a potência do pulso é muito maior que a do pulso adjacente a ele o seu espectro experimenta um alargamento simétrico e, quanto maior a potência dos pulsos, mais rápidas são estas oscilações. Tais simulações corroboraram a teoria apresenta na seção 3.4.1.

Em seguida, na seção 4.3, variou-se o retardo relativo entre os pulsos, afetando com isto o tempo durante o qual os pulso interagem. Verificou-se que quando o atrasado do pulso de maior velocidade de grupo em relação ao pulso de menor velocidade é tal que eles partem totalmente separados, o período de interação entre os pulsos é maior, fazendo com que o efeito da modulação de fase cruzada sobre o pulso de menor potência seja maior. Tais simulações corroboraram a teoria apresenta na Figura 3.8.

Na seção 4.4, variou-se a diferença entre as velocidades de grupo afetando com isto o período durante o qual os pulsos interagem. Quanto maior a diferença entre as velocidades de grupo dos pulsos, menor o período durante o qual eles interagem, diminuindo com isto o efeito da modulação de fase cruzada sobre o pulso de menor potência. Por outro lado quanto menor a

diferença entre a velocidade de grupo dos dois pulsos maior o período durante o qual os dois interagem.

Na seção 4.5 incluiu-se a dispersão na propagação do pulso. Pode-se observar que tanto o envelope do pulso quanto o seu espectro foram afetados pelo efeito conjunto da dispersão, da auto-modulação de fase e da modulação de fase cruzada. Tanto o espectro quanto o envelope do pulso de maior potência quase não sofrem alterações. Já no pulso de menor potência, tanto o envelope quanto o espectro, sofrem grandes alterações devido ao efeito conjunto da dispersão, auto-modulação de fase e da modulação de fase cruzada. Tanto no envelope quanto no espectro do pulso de menor potência, a cauda experimenta um alargamento devido a dispersão, a frente do pulso apresenta as oscilações típicas da auto-modulação de fase e da modulação de fase cruzada.

Na seção 4.6, apresenta-se um sistema de 4 pulsos propagando em uma fibra onde os efeitos dominantes são a auto-modulação de fase e a modulação de fase cruzada os resultados da seção 4.2 se repetem.

Ainda nesse capítulo, na seção 4.7, analisou-se, primeiro, a interação entre uma onda CW e um pulso gaussiano intenso em um trecho curto (1,37 km) de fibra DSF. A propagação CW-Bombeio ocorreu, portanto, no regime de dispersão normal. Em seguida analisou-se a interação entre um canal CW de baixa intensidade e um canal consistindo de dois pulsos gaussianos intensos em um trecho de 5 km de fibra DSF. O comprimento de onda do canal CW variou de 1538 a 1558 nm, de modo que o comportamento do sinal CW nos regimes de dispersão normal e anômala fosse observado.

O Simulador WDM foi extensivamente testado e sempre mostrou uma excelente concordância com resultados da literatura, incluindo os efeitos de atenuação, dispersão, auto-modulação de fase e modulação de fase cruzada. O modelo empregado não prevê a descrição dos efeitos de dispersão por modo de polarização, mistura de quatro ondas, espalhamento Brillouin estimulado e espalhamento Raman estimulado. Vale ressaltar que, dentre os efeitos citados

anteriormente, aquele que pode mais facilmente ser incluído no Simulador WDM é a mistura de quatro ondas. Para isso, basta adicionar um termo no lado esquerdo do conjunto de equações acopladas representado pela equação (3.13). Esse trabalho já está sendo desenvolvido por outro aluno do curso de Mestrado da Engenharia de Telecomunicações da UFF, o que permitirá o estudo de uma maior variedade de situações práticas.

Por fim, espera-se que este trabalho de pesquisa tenha cumprido o seu papel não só para o estudo dos efeitos não-lineares, mas também para o auxílio no desenvolvimento de um Simulador WDM, pois tal ferramenta tem demonstrado ser extremamente útil tanto no ensino quanto na pesquisa no mundo. Vide o fato de existirem empresas e grupos de pesquisa no mundo todo empenhados em desenvolver a aprimorar tais *softwares*. Tanto sob o ponto de vista da quantidade de sistemas ópticos que eles são capazes de simular com uma boa precisão quanto do ponto de vista da interface gráfica. Espera-se que, em breve, o Brasil tenha muitas soluções caseiras que auxiliem no desenvolvimento da ciência e tecnologia no país e, conseqüentemente, no desenvolvimento social.

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

AGRAWAL, G. P.; "Nonlinear Fiber Optics". Academic Press, 3<sup>rd</sup> Edition, 2001a.

.; "Applications of Nonlinear Fiber Optics", Academic Press, 2001b.

\_\_\_\_\_\_.; *"Fiber-Optic Communication Systems"*, Academic Press, 3<sup>rd</sup> Edition, 2002.

\_\_\_\_\_\_.; "Lightwave Technology:Telecommunication Systems". Academic Press, 2005.

AGRAWAL, G. P; BALDECK P. L.; ALFANO R. R.; "Temporal and spectral effects of cross-phase modulation on copropagating ultrashort pulses in optical fibers", Phys. Rev., vol A 39, n° 9, p. 5063-5072, 1989.

\_\_\_\_\_\_.; "Induced frequency shift of copropagating ultrafast optical pulses", Applied Physics Letters, vol 52, n° 23, 1988.

ALFANO, R. R. et al; The Supercontinuum Laser Source, Springer-Verlag, New York, 1989.

ANDERSON, D. *et al.* "Wave-breaking-free pulses in nonlinear-optical fibers". *J. Opt. Soc. Am.* B Vol. 10, n° 7, p. 1185-1190, 1993.

ANDERSON, D.; DESAIX, M.; LISAK, M.; QUIROGA-TEIXEIRO; "Wave breaking in nonlinear optical fibers", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol 9, n° 8, p.1358-1361, 1992.

BALANIS, C. A.; "*Advanced Engineering Electromagnetics*", John Wiley & Sons, Inc., 1989.

BLOEMBERGEN, N.; "*Nonlinear optics: past, present, and future*," IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, vol. 6, n° 59, p.876-881, 2000.

BOYD, R. W.; Nonlinear Optics. Academic Press, San Diego, CA, 1992.

BORN, M.; WOLF, E.; *Principles of Optics*. 7<sup>th</sup> ed., Cambridge University Press, New York, 1999. 986p.

BUTCHER, P. N.; COTTER, D. N.; *The Elements of Nonlinear Optics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1991. 358p.

CAO, W. ; LI, S. ; CHAN, K. ; "Generation of dark pulse trains from continuous-wave light using cross-phase modulation in optical fibers", in Applied Physics Letters, vol. 74, n° 4, p. 510-512, 1999.

CUBEDDU, R.; POLLONI, R.; SACCHI, C. A.; SVELTO, O.; "Self-Phase Modulation and "Rocking" of Molecules in Trapped Filaments of Light with Picosecond Pulses". Phys. Ver., vol A2, n° 10, p.1955-1963, 1970.

DESURVIRE, E.; "Erbium-Doped Fiber Amplifiers, Principles and Applications", Wiley-Interscience, 2002.

DIAMENT, P.; Wave Transmission and Fiber Optics. Macmillan, New York, 1990.

FOWLES, G.R.; "Introduction to Modern Optics", Second Edition, Dover Publications, New York, 1989.

HAMAIDE, J.P.; EMPLIT, P.; "Direct observation of optical wave breaking of picosecond pulses in nonlinear single-mode optical fibres", *Electron. Lett.*, vol.24, n°13, p. 818-819. 1988.

HECHT, J.; "City of Light". Oxford University Press, New York, 1999.

\_\_\_\_\_.; "Undersea Fiber Communication Systems", Academic Press, 2002.

HILL, K. O. ; JOHNSON, D. C. ; KAWASAKI, B. S. ; MACDONALD, R. I. ; "*CW three-wave mixing in single-mode optical fibers*", *Applied Physics Letters, Journal of Applied Physics*, vol 49, n° 10, p. 5098-5106, 1978.

JOHNSON, A. M., SIMPSON, W. M.; "Tunable femtosecond dye laser synchronously pumped by the compressed second harmonic of Nd:YAG". *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 2, n° 4, p. 619-626, 1985.

KAMINOW, I. P.; LI, T.; "Optical Fiber Telecommunications IVB", Academic Press, 2002.

KEISER, G.; "Optical Fiber Communications", Mcgraw-Hill Higher Education, 3<sup>nd</sup> Edition, 2000.

KODAMA, Y.; WABNITZ, S.; "Analytical theory of guiding-center nonreturn-to-zero and return-to-zero signal transmission in normally dispersive nonlinear optical fibers". Opt. Lett. Vol. 20, n.° 22, p. 2291- 2297, 1995a.

\_\_\_\_\_\_.; "Compensation of NRZ signal distortion by initial frequency shifting". Electron. Lett. vol. 31, n° 20, p. 1761-1762, 1995b.

KODAMA, Y.; WABNITZ, S.; TANAKA, K.; "Control of nonreturn-to-zero signal distortion by nonlinear gain". Opt. Lett., Vol. 21, n. 10, p. 719-725, 1996.

LASSEN, H. E. et al. "Evolution of chirped pulses in nonlinear single-mode fibers", Opt. Lett., Vol. 10, n° 01, p. 34-40, 1985.

LEIBRICH, J.; ROSENKRANZ, W.; "Efficient Numerical Simulation of Multichannel WDM Transmission Systems Limited by XPM", IEEE Photonics Technology Letters, vol. 15, n° 3, p.395-397, 2003.

LI, T.; Optical Fiber Communications: Fiber Fabrication, Vol. 1. Academic Press, San Diego, 1985.

LIN, C. .; GUSTAFSON, T.; "Optical pulsewidth measurement using self-phase modulation". IEEE J. Quantum Electron., Vol. 8, nº 4, p. 429-430, 1972.

MARCUSE, D.; "Pulse distortion in single-mode fibers". Appl. Opt. Vol. 19, nº 10, p. 1653-1659, 1980.

\_\_\_\_\_\_.; "Pulse distortion in single-mode fibers. 3: Chirped pulses". Appl. Opt. Vol. 20, n° 20, p. 3573-3577, 1981.

\_\_\_\_\_.; "Self-phase modulation of incoherent light revisited". Opt. Lett., Vol. 16, n° 21, p. 1638-1643, 1991.

MIKHAILOV, V.; KILLEY, R. I.; PRAT, J.; BAYVEL, P.; IEEE Photonics Technology Letters, vol. 11, nº 8, p.574-579, 999.

MIYAGI, M.; NISHIDA, S.; "Pulse spreading in a single-mode fiber due to third-order dispersion". Appl. Opt. Vol. 18, nº 5, p. 678-683, 1979.

MORSE, P. M.; FESHBACH, H.; *Methods of Theoretical Physics*. McGraw-Hill, New York, 1953. 997p.

NAKATSUKA, H.; GRISCHKOWSKY, D.; BALANT, A. C.; "Nonlinear Picosecond-Pulse Propagation through Optical Fibers with Positive Group Velocity Dispersion". Phys. Rev. Lett., nº 47, p. 910-913, 1981.

ÔHLÉN, P. ; OLSSON, B. ; BLUMENTHAL, D. J. ; "Wavelength Dependence and Power Requirements of a Wavelength Converter Based on XPM in a Dispersion-Shifted Optical Fiber", in IEEE Photonics Technology Letters, vol. 12, n° 5, p. 522-524, 2000.

PALAIS, J.; "Fiber Optic Communications", Prentice-Hall, 5th edition, 2004.

PINAULT, S. C.; POTASEK, M. J.; "Frequency broadening by self-phase modulation in optical fibers". J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 2, nº 08, p. 1318-1320, 1985.

RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K.; "*Optical Networks: A Practical Perspective*", Academic Press, 2<sup>nd</sup> Edition, 2002.

ROTHENBEG, J. E., "Femtosecond optical shocks and wave breaking in fiber propagation". *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 6, nº 12, p. 2392-2397, 1989.

ROUDAS, I. *et al*, "Wavelength-Domain Simulation of Multiwavelength Optical Networks", in *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 6, nº 2, pp. 348-362, 2000.

SHEN, Y. R.; Principles of Nonlinear Optics. Wiley, New York, 1984. 563p.

SHIBATA, N. ; BRAUN, R. P. ; WAARTS, R. G. ; "Phase-mismatch dependence of Efficiency of Wave Generation Through Four-Wave Mixing in a Single-Mode Optical Fiber", IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. qe-23, no. 7,p.1205-1210, 1987.

SHIMIZU, F.; "Frequency Broadening in Liquids by a Short Light Pulse"., Phys. Rev. Lett., n°19, p. 1097-1100, 1967.

SISAKYAN, I. N.; SHVARTSBURG, A. B.; "Nonlinear waves in fiber-optics information systems", Sov. J. Quantum Electron. Vol. 27, n.07, pp.540-541; 1984.

STOLEN, R. H.; BJORKHOLM, J. E.; ASHKIN, A.; "*Phase-matched three-wave mixing in silica fiber optical waveguides*", *Applied Physics Letters*, vol 24, n° 7, p. 308-310, 1974.

STOLEN, R. H.; LIN, C.; "Self-phase-modulation in silica optical fibers", Phys. Rev., vol A 17, n.4, pp.1448-1453, 1978.

TOMLINSON, W. J.; STOLEN, R. H.; JOHNSON, A. M.; "Optical wave breaking of pulses in nonlinear optical fibers". Opt. Lett. Vol. 10, n. 9, p. 457-462, 1985.

## APÊNDICE A MISTURA DE QUATRO ONDAS (FWM)

O efeito de mistura de quatro ondas é extremamente importante na propagação de múltiplos canais em fibra óptica. A interação entre os sinais e a conseqüente geração de novas freqüências ópticas degrada severamente o desempenho das modernas redes. Apesar da equação de propagação multicanal (3.13) não levar em conta o efeito FWM, o formalismo matemático básico relativo ao FWM é apresentado, visando uma melhor compreensão do fenômeno e sua inclusão em trabalhos futuros. Maiores detalhes podem ser encontrados na referência (AGRAWAL, 2001a).

Uma situação de extrema importância para os sistemas de telecomunicações atuais pode ser analisada considerando-se a propagação simultânea de quatro ondas ópticas pela fibra. Neste caso  $\vec{E}(\vec{r},t)$ ,  $\vec{P}_L(\vec{r},t)$  e  $\vec{P}_{NL}(\vec{r},t)$  podem ser escritos da seguinte forma (SHIBATA, BRAUN, WAARTS; 1987) (HILL, JOHNSON, KAWASAKI, MACDONALD; 1978) (STOLEN, BJORKHOLM, ASHKIN; 1974):

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\hat{x}\sum_{i=1}^{4} \left[ E_i \exp(k_i z - j\omega_i t) \right] + c.c.$$
(1A)

$$\vec{P}_{L}(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\hat{x}\sum_{i=1}^{4} \left[ P_{Li} \exp(k_{i}z - j\omega_{i}t) \right] + c.c.$$
(2A)

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r},t) = \frac{1}{2}\hat{x}\sum_{i=1}^{4} \left[ P_{NLi} \exp(k_i z - j\omega_i t) \right] + c.c.$$
(3A)

nas quais:

$$k_i = \frac{n_i \omega_i}{c} \tag{4A}$$

As componentes não-lineares dessa polarização conterão um número elevado de termos, envolvendo o produto entre três campos elétricos e a exponencial da fase entre esses campos e a polarização induzida no material. Escolhendo, por exemplo, a quarta onda, obtém-se:

$$\begin{split} P_{NL4} &= \frac{3\epsilon_0}{4} \chi^{(3)} \times \\ & \left\{ \begin{bmatrix} E_4 \\ 2 + 2(E_1 \\ 2 + E_2 \\ E_3 \\ exp[j(k_1 + k_2 + k_3 - k_4) \\ 2 - j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(-k_1 + k_2 + k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(k_1 - k_2 + k_3 - k_4) \\ 2 - j(\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(-k_1 - k_2 + k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(k_1 + k_2 + k_3 - k_4) \\ 2 - j(\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(k_1 - k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(k_1 - k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(-k_1 - k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(-k_1 - k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ 2 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(-k_1 - k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ 2 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(-k_1 - k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ 2 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(-k_1 - k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ 2 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(-k_1 - k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ 2 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(-k_1 - k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ 2 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ exp[j(-k_1 - k_2 - k_3 - k_4) \\ 2 - j(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ 1 + 2E_1 \\ 2 \\ E_1 \\ E_1$$

Nesta equação, o primeiro termo entre colchetes, proporcional a  $E_4$ , é responsável pelos fenômenos de auto-modulação de fase e modulação de fase cruzada, já discutidos nesse capítulo. Os outros oito termos são responsáveis pelo fenômeno chamado de Mistura de Quatro Ondas (FWM).

Fisicamente, a FWM é caracterizada pela geração de novas freqüências a partir da interação entre as freqüências (canais) que estão se propagando pela fibra. Estes canais, mediados pelas propriedades não-lineares da fibra, fornecem parte de sua energia para a geração de sinais em novas freqüências (SHIBATA, BRAUN, WAARTS; 1987) (HILL, JOHNSON, KAWASAKI, MACDONALD; 1978) (STOLEN, BJORKHOLM, ASHKIN; 1974).

Cada um deles só será apreciável quando a sua respectiva fase for, aproximadamente, nula. Essa condição é conhecida como condição de casamento de fase e expressa, no caso da onda considerada, por:

$$\Delta \mathbf{k} = (-1)^{p} \mathbf{k}_{1} + (-1)^{q} \mathbf{k}_{2} + (-1)^{r} \mathbf{k}_{3} - \mathbf{k}_{4}$$
$$= (-1)^{p} \frac{\mathbf{n}_{1}\omega_{1}}{c} + (-1)^{q} \frac{\mathbf{n}_{2}\omega_{2}}{c} + (-1)^{r} \frac{\mathbf{n}_{3}\omega_{3}}{c} - \frac{\mathbf{n}_{4}\omega_{4}}{c} \cong 0$$
(6A)

na qual p, q e r são inteiros que podem assumir os valores 0 ou 1. No caso em que as ondas estão suficientemente próximas em freqüência, de tal forma que a variação do índice de refração possa ser desprezada, essa condição pode ser aproximada pela relação:

$$\omega_4 = (-1)^p \omega_1 + (-1)^q \omega_2 + (-1)^r \omega_3$$
(7A)

Em (5A) pode-se observar a existência de três classes de termos responsáveis pela geração dos efeitos de FWM. A primeira dessas, corresponde aos quatro termos que possuem três freqüências precedidas pelo mesmo sinal e uma outra com sinal oposto. Esses termos são responsáveis, por exemplo, pelo fenômeno de geração de terceiro harmônico (SHIBATA, BRAUN, WAARTS; 1987) (HILL, JOHNSON, KAWASAKI, MACDONALD; 1978) (STOLEN, BJORKHOLM, ASHKIN; 1974). Entretanto, a condição de casamento de fase para esses termos dificilmente é verificada e, a não ser em situações muito especiais, seus efeitos não são muito significantes para os casos de interesse em telecomunicações (ANDERSON, 1993).

A segunda classe corresponde ao termo que possui todas as freqüências  $\omega_i$  precedidas pelo sinal negativo. A contribuição deste termo será muito pequena, uma vez que a condição (2.6.7) nunca será satisfeita.

A última dessas classes, e de maior interesse para este trabalho, é composta pelos três termos que possuem duas freqüências  $\omega_i$  precedidas pelo sinal negativo e as outras duas pelo sinal positivo. Se, além de  $\omega_4$ , a outra freqüência precedida por sinal negativo for  $\omega_3$ , a condição de casamento de fase será satisfeita para:

$$\omega_3 + \omega_4 = \omega_1 + \omega_2 \tag{8A}$$

Essa condição implica que dois fótons de freqüências  $\omega_1 e \omega_2$  serão aniquilados e dois fótons de freqüências  $\omega_3 e \omega_4$  serão gerados pelo fenômeno de Mistura de Quatro Ondas. Obviamente, durante esse processo, a energia e o momentum dos fótons envolvidos devem se conservar.

A equação (8A) prevê que a potência de dois canais possa ser transferida para freqüências que já transmitem seus próprios sinais, originando *crosstalk*. De fato, o *crosstalk* gerado pela

FWM é uma das principais fontes de limitação do alcance dos sistemas atuais que empregam fibras de baixa dispersão (FONSECA, 2001).

Hill *et al.* (RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K, 2002) desenvolveram uma fórmula para estimar a potência gerada pela FWM. Essa fórmula, posteriormente modificada por Shibata *et al.* (FONSECA, 2001) e, mais recentemente, por Song et al. (RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K, 2002), vem sendo bastante utilizada para avaliar o *crosstalk* induzido pela FWM. Segundo ela, a potência gerada em  $\omega_4$ , é dada por:

$$P_{ijk}(L) = \frac{\eta}{9} \delta^2 \gamma^2 P_i P_j P_k \exp(-\alpha L) L_{eff}^2$$
(9A)

na qual  $P_i$ ,  $P_j$  e  $P_k$  são as potências, respectivamente, dos canais de freqüências  $\omega_i$ ,  $\omega_j$  e  $\omega_k$ ,  $\delta$  é o fator de degenerescência, igual a 3 para 2 canais ou igual a 6 para 3 canais e a eficiência  $\eta$  é dada por:

$$\eta = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \Delta k'} \left\{ 1 + \frac{4 \exp(-\alpha L) \sin^2(\Delta k' \cdot L/2)}{\left[1 - \exp(-\alpha L)\right]^2} \right\}$$
(10A)

com

$$\Delta \mathbf{k}' = \frac{2\pi\lambda_{k}^{2}}{c} \Delta \mathbf{f}_{ik} \Delta \mathbf{f}_{jk} \left[ \mathbf{D} + \frac{\lambda_{k}^{2}}{2c} \left( \Delta \mathbf{f}_{ik} + \Delta \mathbf{f}_{jk} \right) \mathbf{S}(\lambda_{k}) \right] - \gamma \left( \mathbf{P}_{i} + \mathbf{P}_{j} - \mathbf{P}_{k} \right) \left[ \frac{1 - \exp(-\alpha \mathbf{L}_{eff})}{\alpha \mathbf{L}_{eff}} \right]$$
(11A)

Na última expressão, D é o parâmetro de dispersão cromática,  $\lambda_k$  representa o comprimento de onda correspondente à freqüência  $\omega_k$  na qual um dos fótons é gerado,  $\Delta f_{mn} = |f_m - f_n|$ , para  $m,n = (i,j,k) e S(\lambda_k) = \frac{d}{d\lambda} D(\lambda)|_{\lambda = \lambda_k}$  é a inclinação da dispersão em  $\lambda_k$ .

A eficiência da FWM é incrementada com a condição de casamento de fase dos canais propagantes. As possibilidades para se obter um casamento de fase são: (i) operar próximo do comprimento de onda de dispersão nula; (ii) operar no regime de dispersão anômalo (iii) utilizar espaçamento entre canais pequeno e baixos níveis de potência para os canais(RAMASWAMI, R.; SIVARAJAN, K, 2002).

Na Figura 1A a eficiência da FWM é plotada como função do espaçamento entre canais para dois valores de dispersão, mostrando que esta eficiência aumenta para valores baixos de dispersão.



Figura 1A – Eficiência da FWM (normalizada em relação a eficiência de um canal com casamento de fase perfeito), calculada para um enlace de fibra monomodo padrão de 100 km de comprimento e cuja atenuação da fibra é  $\alpha$ = 0,21 dB/km.

Outra conseqüência da FWM é a geração de sinais em novas freqüências. Se, inicialmente, tem-se  $N_C$  canais propagando-se pela fibra, o número de canais gerados pela FWM será (FONSECA, 2002):

$$M_{FWM} = \frac{\left(N_{C}^{3} - N_{C}^{2}\right)}{2}$$
(12A)

Observa-se que essa equação leva em consideração apenas a interação entre os canais que foram inicialmente introduzidos na fibra. Na verdade, a FWM também proporciona a interação entre os canais gerados e os incidentes na fibra. Isso leva a um processo contínuo de geração de canais cuja eficiência diminui com a ordem das interações (AGRAWAL, 2001b).

A Figura 2A mostra a propagação, em um enlace de 10 km, de dois canais CW com potência de 20 mW cada e espaçamento de  $\Delta\lambda = 0,4$  nm.



Figura 2A - Espectros resultantes da FWM entre dois canais em  $\lambda_1$ =1549,8 nm e  $\lambda_2$ =1550,2 nm, para fibras (a) monomodo padrão e (b) dispersão deslocada( $\lambda_{ZD}$ = 1550 nm).

Verifica-se, como explicado anteriormente, que este efeito será pouco percebido em fibras de dispersão alta ou moderada, como as monomodo padrão (Figura 2A(a)). A FWM será mais relevante nas fibras de dispersão deslocada (Figura 2A(b)), que possuem baixa dispersão e satisfazem a condição de casamento de fase.

Assim, apesar da Mistura de Quatro Ondas ser prejudicial à transmissão de canais em sistemas WDM, nos últimos anos, ela pode ser utilizada em dispositivos conversores de freqüência. Esses dispositivos além de serem bastante atrativos para as redes ópticas comercialmente em uso, constituem uma peça chave para a implementação de Redes Totalmente Ópticas (AON - All Optical Networks) e das Redes Ópticas de Segunda Geração.

### Apêndice B Método da Propagação de Feixes (BPM)

Na abordagem do Método da Propagação de Feixes (ou Método de Fourier Split-Step), a equação diferencial parcial não-linear abaixo

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{j}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A = j\gamma |A|^2 A$$

é primeiramente separada em suas partes linear e não-linear. O algoritmo consiste basicamente em dois grandes passos: 1) solução analítica da parte linear no domínio da freqüência e 2) solução analítica da parte não-linear no domínio do tempo. O conhecimento das condições iniciais nos domínios do tempo e da freqüência é fundamental para se avançar uma distância incremental ao longo da fibra, na solução. A Transformada Rápida de Fourier (FFT - Fast Fourier Transform) é eficientemente empregada para converter o sinal entre os domínios do tempo e da freqüência. Embora a implementação da técnica seja bastante direta, a escolha cuidadosa do tamanho do passo depende da complexidade do problema e determina a precisão dos resultados obtidos (AGRAWAL,2001a).

Além disto, a incorporação de termos não-lineares de ordem superior fica sujeita muitas vezes à utilização de métodos numéricos adicionais (por exemplo, diferenças finitas) para a solução da parte não-linear, o que certamente gera novos erros, aumenta o tempo computacional e dificulta o controle da precisão dos resultados.

Inicialmente a equação (2.80) é reescrita na forma

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \left[\hat{D} + \hat{N}\right] A \tag{B.1}$$

onde mais uma vez por simplicidade de notação, a amplitude complexa A é substituída apenas por A. Na equação (B.1),  $\hat{D}$  é um operador diferencial linear, que leva em

consideração todos os efeitos de dispersão, e  $\hat{N}$  é um operador não-linear, que inclui as perdas e não-linearidades da fibra. Por simplicidade de notação, a dependência em z do operador não-linear foi omitida. Uma observação cuidadosa da equação (2.80) mostra que estes operadores são dados por:

$$\hat{\mathbf{D}} = -\mathbf{j}\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3}{\partial T^3}$$
(B.2)

$$\hat{\mathbf{N}} = \mathbf{j}\gamma |\mathbf{A}|^2 - \frac{\alpha}{2} \tag{B.3}$$

Na realidade, dispersão e não-linearidades atuam simultaneamente ao longo do comprimento da fibra. No método BPM uma solução aproximada é obtida considerando que a dispersão e os efeitos não-lineares atuam independente em um pequeno intervalo de propagação h. Mais especificamente, esta propagação de z até z+h é realizada em duas etapas:

1<sup>a</sup> etapa: Evolução do pulso apenas sob os efeitos não-lineares(D = 0) no intervalo [z, z+h].

$$A_1(z+h,T) = \exp(h\hat{N})A(z,T)$$
(B.4)

 $2^{a}$  etapa: Evolução do pulso apenas sob os efeitos dispersivos( $\hat{N}=0$ ) no intervalo [z, z+h].

$$A1(z+h,T) = F_{T}^{-1} \left\{ \widetilde{A}_{1}(z+h,\omega) \right\} = F_{T}^{-1} \left\{ exp(h\hat{D}(\omega)) \widetilde{A}_{1}(z+h,\omega) \right\}$$
$$= F_{T}^{-1} \left\{ exp(h\hat{D}(\omega)) exp(h\hat{N}) \widetilde{A}(z,\omega) \right\}$$
$$= exp(h\hat{D}) exp(h\hat{N}) A(z,T)$$
(B.5)

onde  $F_T$  denota a transformada de Fourier e  $F_T^{-1}$  denota a transformada de Fourier inversa.

Observa-se que a condição inicial da 2<sup>a</sup> etapa é a transformada de Fourier da solução da 1<sup>a</sup> etapa e que ao final da 2<sup>a</sup> etapa calcula-se a transformada inversa da sua solução. O uso do algoritmo FFT faz o calculo da equação (B.5) relativamente rápido. É por esta razão que o método BPM pode ser até duas ordens de grandeza mais rápido que a maioria dos esquemas de diferenças finitas.

Para estimar a precisão do método BPM, a solução exata da equação (B.1) é escrita como:

$$A(z+h,T) = \exp[h(\hat{D} + \hat{N})]A(z,T)$$
 (B.6)

sendo  $\hat{N}$  independente de z.

Neste ponto seria interessante observar a formula de Baker-Hausdorff para dois operadores  $\hat{a} e \hat{b}$  não-comutativos:

$$\exp(\hat{a})\exp(\hat{b}) = \exp\left[\hat{a} + \hat{b} + \frac{1}{2}[\hat{a}, \hat{b}] + \frac{1}{12}[\hat{a} - \hat{b}, [\hat{a}, \hat{b}]] + \dots\right]$$
(B.7)

onde, 
$$[\hat{a}, \hat{b}] = \hat{a}\hat{b}_{-}\hat{b}\hat{a}$$

O resultado da equação (B.5) ignora a natureza não-comutativa dos operadores  $\hat{D} \in \hat{N} e$ , conseqüentemente, o erro é da ordem de h2 (3º termo). De maneira a melhorar a precisão dos resultados, um novo procedimento de propagação no seguimento [z,z+h] é proposto, sendo este dividido em 3 etapas, as quais são:

1ª etapa:  $\hat{N} = 0$  na primeira metade do segmento, ou seja considera-se a evolução do pulso devido apenas à dispersão do pulso  $[z, z + \frac{h}{2}]$ .Tal como antes, a evolução do pulso sob o efeito da dispersão é feita no domínio da freqüência.

$$\widetilde{A}\left(z+\frac{h}{2},\omega\right) = \exp\left(\frac{h}{2}\widehat{D}(j\omega)\right)F_{T}\left\{A(z,T)\right\}$$
(B.8)

 $2^{a}$  etapa:  $\hat{D} = 0$  no segmento, ou seja, considera-se a evolução do pulso devido apenas às não-linearidades do pulso [z,z+h]. Tal com antes, a evolução do pulso sob o efeito das não-linearidades da fibra é analisada no domínio do tempo.

$$A(z+h,T) = \exp(h\hat{N})F_{T}^{-1}\left\{\tilde{A}\left(z+\frac{h}{2},\omega\right)\right\}$$
(B.9)

3ª etapa:  $\hat{N} = 0$  na 2ª metade do segmento, ou seja, considera-se a evolução do pulso devido apenas à dispersão  $[z+\frac{h/2}{2},z+h]$ . Tal como na 1ª etapa, a evolução do pulso sob o efeito da dispersão é feita no domínio da freqüência.

$$\begin{split} \widetilde{A}(z+h,\omega) &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}(j\omega)\right) F_{T}\left\{A(z+h,T)\right\} \\ &= \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) \exp\left(h\hat{N}\right) \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right) F_{T}\left\{A(z,T)\right\} \end{split} \tag{B.10}$$

Nesta situação tem-se um erro da ordem de h3.

Assim, combinando as equações (B.1)-(B.3), obtêm-se duas novas equações. Na primeira, consideram-se apenas os efeitos da dispersão ( $\hat{N} = 0$ ) enquanto que na segunda, consideram-se apenas os efeitos das não-linearidades ( $\hat{D} = 0$ ).

$$\frac{\partial A}{\partial z} + j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial T^3} = 0$$
(B.11)

$$\frac{\partial A}{\partial z} - j\gamma |A|^2 A + \frac{\alpha}{2} A = 0$$
(B.12)

As equações (B.11) e (B.12) são avaliadas conveniente e separadamente nos domínios da freqüência e do tempo, respectivamente. As soluções analíticas obtidas são da forma:

$$\widetilde{A}(z+h,\omega) = \exp\left[j\left(\frac{\beta_2}{2}\omega^2 + \frac{\beta_3}{6}\omega^3\right)h\right]\widetilde{A}(z,\omega)$$
(B.13)

$$A(z+h,T) = \exp\left[j\gamma |A(z,T)|^{2} \left(\frac{1-\exp(-\alpha h)}{\alpha}\right) - \frac{\alpha}{2}h\right] A(z,T)$$
(B.14)

De acordo com a equação (B.10), a solução da equação (B.13) é utilizada como condição inicial para a solução da equação (B.14) que, por sua vez, fornece novamente uma condição inicial para a solução da equação (B.13), permitindo a propagação em uma distância incremental h. Como comentado anteriormente, a transferência entre os domínios da freqüência e do tempo é satisfatoriamente realizada utilizando a Transformada Rápida de Fourier (FFT) (AGRAWAL,2001a).